

# 2022年衡阳市初中学业水平考试试卷

## 数 学

一. 选择题 (本大题共12小题, 每小题3分, 满分36分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.)

1.  $-2$  的绝对值是

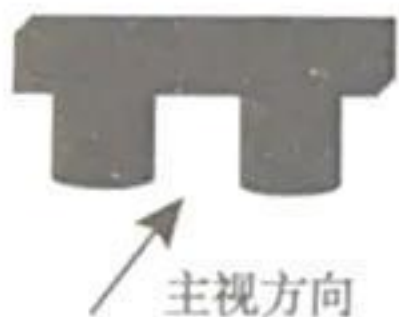
A.  $-2$

B.  $2$

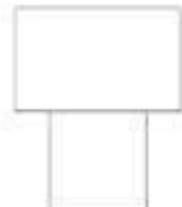
C.  $\frac{1}{2}$

D.  $-\frac{1}{2}$

2. 石鼓广场供游客休息的石板凳如下图所示, 它的主视图是



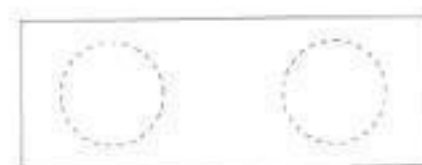
A.



B.



C.



D.

3. 下列选项中的垃圾分类图标, 既是中心对称图形, 又是轴对称图形的是



A. 可回收物



B. 其他垃圾



C. 有害垃圾



D. 厨余垃圾

4. 为有效防控新冠疫情, 国家大力倡导全国人民免费接种疫苗. 截止至 2022 年 5 月底, 我国疫苗接种高达 339000 万剂次. 数据 339000 万用科学记数法可表示为  $a \times 10^9$  的形式, 则  $a$  的值是

A. 0.339

B. 3.39

C. 33.9

D. 339

5. 下列运算正确的是

A.  $a^2 + a^3 = a^5$

B.  $a^3 \cdot a^4 = a^{12}$

C.  $(a^3)^4 = a^7$

D.  $a^3 \div a^2 = a$

6. 下列说法正确的是

A. “任意画一个三角形, 其内角和为  $180^\circ$ ”是必然事件

B. 调查全国中学生的视力情况, 适合采用普查的方式

C. 抽样调查的样本容量越小, 对总体的估计就越准确

D. 十字路口的交通信号灯有红、黄、绿三种颜色, 所以开车经过十字路口时, 恰好遇到黄灯的概率是  $\frac{1}{3}$

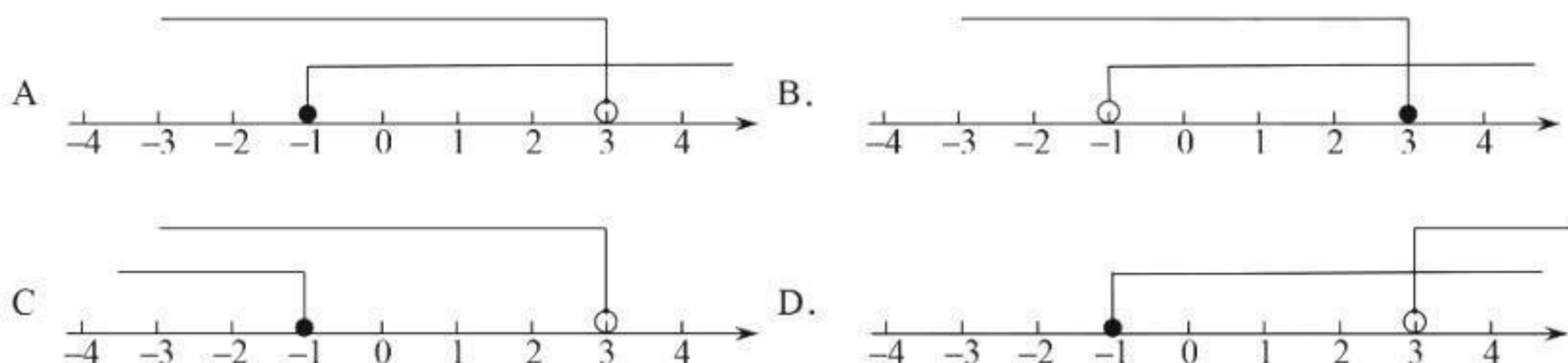
7. 如果二次根式  $\sqrt{a-1}$  有意义, 那么实数  $a$  的取值范围是

- A.  $a > 1$                       B.  $a \geq 1$                       C.  $a < 1$                       D.  $a \leq 1$

8. 为贯彻落实教育部《关于全面加强新时代大中小学劳动教育的意见》精神, 把劳动教育纳入人才培养全过程, 某校组织学生周末赴劳动教育实践基地开展锄地、除草、剪枝、捉鱼、采摘五项实践活动, 已知五个项目参与人数(单位: 人)分别是: 35, 38, 39, 42, 42, 则这组数据的众数和中位数分别是

- A. 38, 39                      B. 35, 38                      C. 42, 39                      D. 42, 35

9. 不等式组  $\begin{cases} x+2 \geq 1 \\ 2x < x+3 \end{cases}$  的解集在数轴上表示正确的是



10. 下列命题为假命题的是

- A. 对角线相等的平行四边形是矩形                      B. 对角线互相垂直的平行四边形是菱形  
C. 有一个内角是直角的平行四边形是正方形                      D. 有一组邻边相等的矩形是正方形

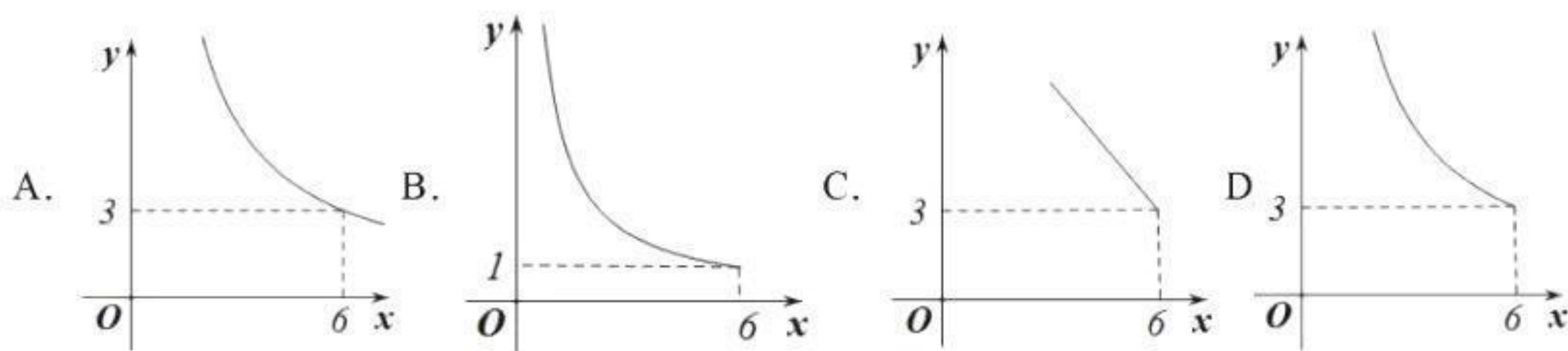
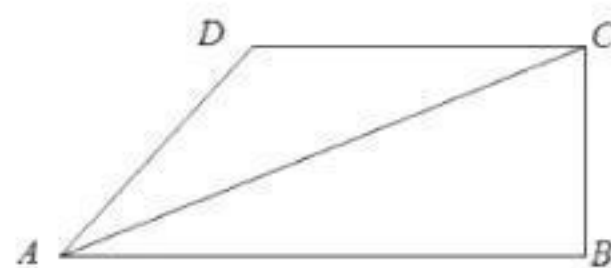
11. 在设计人体雕像时, 使雕像上部(腰部以上)与下部(腰部以下)的高度比, 等于下部与全部的高度比, 可以增加视觉美感. 如图, 按此比例设计一座高度为 2m 的雷锋雕像, 那么该雕像的下部设计高度约是 (结果精确到 0.01m. 参考数据:  $\sqrt{2} \approx 1.414$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.732$ ,  $\sqrt{5} \approx 2.236$ )



- A. 0.73m                      B. 1.24m                      C. 1.37m                      D. 1.42m

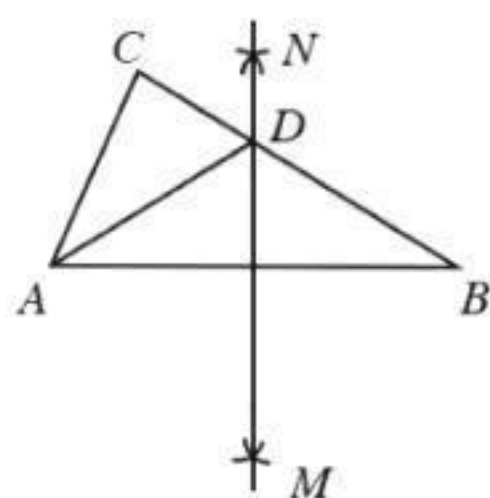


12. 如图, 在四边形  $ABCD$  中,  $\angle B = 90^\circ$ ,  $AC = 6$ ,  $AB \parallel CD$ ,  $AC$  平分  $\angle DAB$ . 设  $AB = x$ ,  $AD = y$ , 则  $y$  关于  $x$  的函数关系用图象大致可以表示为

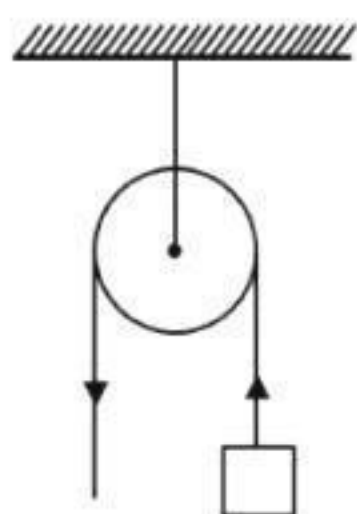


二. 填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 满分 18 分.)

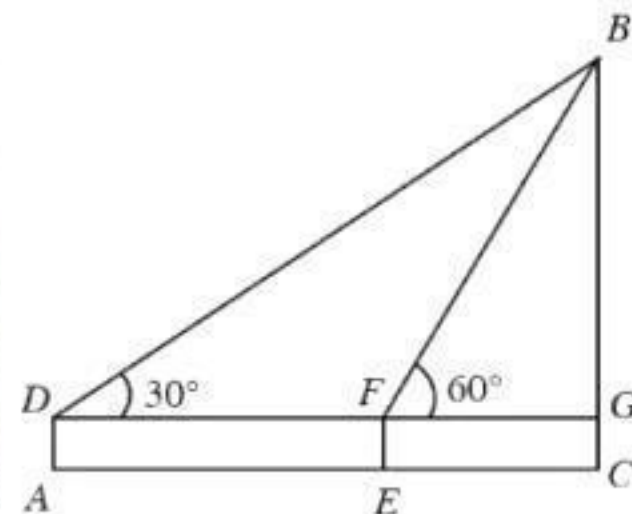
13. 因式分解:  $x^2 + 2x + 1 =$  \_\_\_\_\_.
14. 计算:  $\sqrt{2} \times \sqrt{8} =$  \_\_\_\_\_.
15. 计算:  $\frac{2a}{a+2} + \frac{4}{a+2} =$  \_\_\_\_\_.
16. 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 分别以点  $A$  和点  $B$  为圆心, 大于  $\frac{1}{2}AB$  的长为半径作圆弧, 两弧相交于点  $M$  和点  $N$ , 作直线  $MN$  交  $CB$  于点  $D$ , 连接  $AD$ . 若  $AC = 8$ ,  $BC = 15$ , 则  $\triangle ACD$  的周长为 \_\_\_\_\_.
17. 如图, 用一个半径为  $6\text{ cm}$  的定滑轮拉动重物上升, 滑轮旋转了  $120^\circ$ , 假设绳索粗细不计, 且与轮滑之间没有滑动, 则重物上升了 \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ . (结果保留  $\pi$ )



(第16题图)



(第17题图)



(第18题图)

18. 回雁峰座落于衡阳雁峰公园, 为衡山七十二峰之首. 王安石曾赋诗联“万里衡阳雁, 寻常到此回”. 峰前开辟的雁峰广场中心建有大雁雕塑, 为衡阳市城徽. 某课外实践小组为测量大雁雕塑的高度, 利用测角仪及皮尺测得以下数据: 如图,  $AE = 10\text{ m}$ ,  $\angle BDG = 30^\circ$ ,  $\angle BFG = 60^\circ$ . 已知测角仪  $DA$  的高度为  $1.5\text{ m}$ , 则大雁雕塑  $BC$  的高度约为 \_\_\_\_\_  $\text{m}$ . (结果精确到  $0.1\text{ m}$ . 参考数据:  $\sqrt{3} \approx 1.732$ )

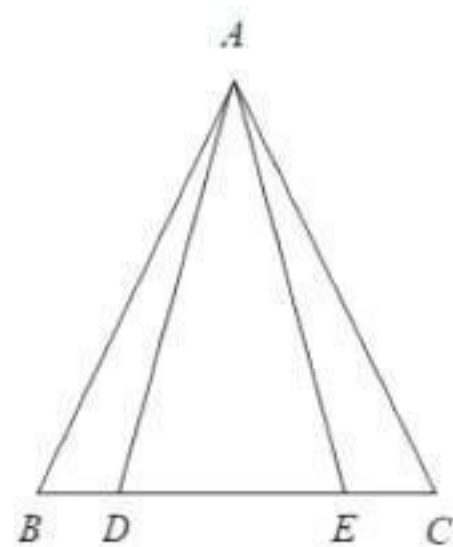
三. 解答题 (本大题共 8 个小题, 19~20 题每题 6 分, 21~24 题每题 8 分, 25 题 10 分, 26 题 12 分, 满分 66 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

19. (本小题满分 6 分)

先化简, 再求值.  $(a+b)(a-b)+b(2a+b)$ , 其中  $a=1, b=-2$ .

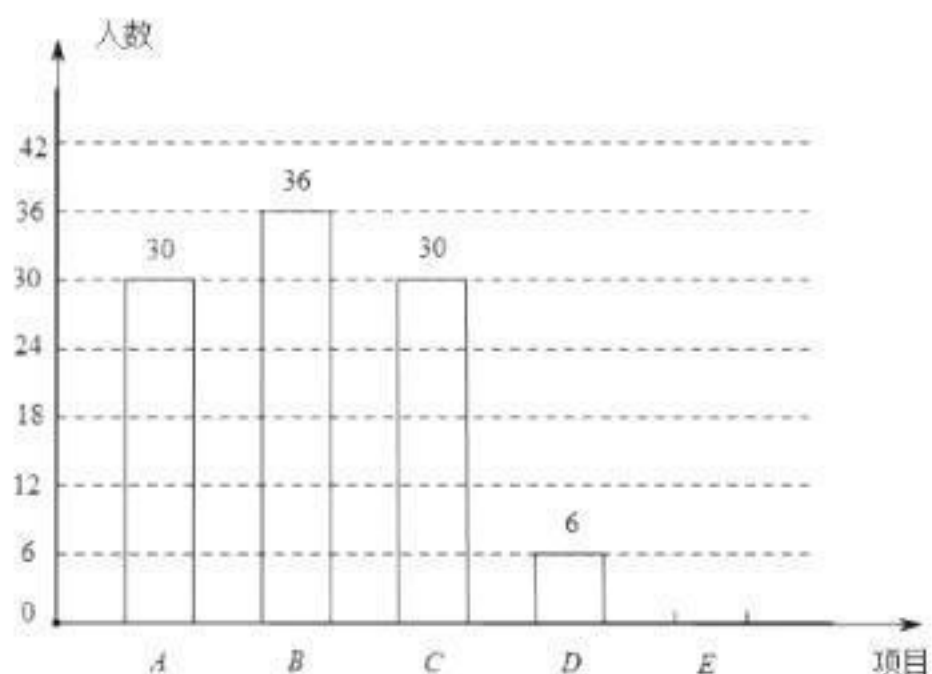
20. (本小题满分 6 分)

如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ ,  $D, E$  是  $BC$  边上的点, 且  $BD=CE$ . 求证:  $AD=AE$ .

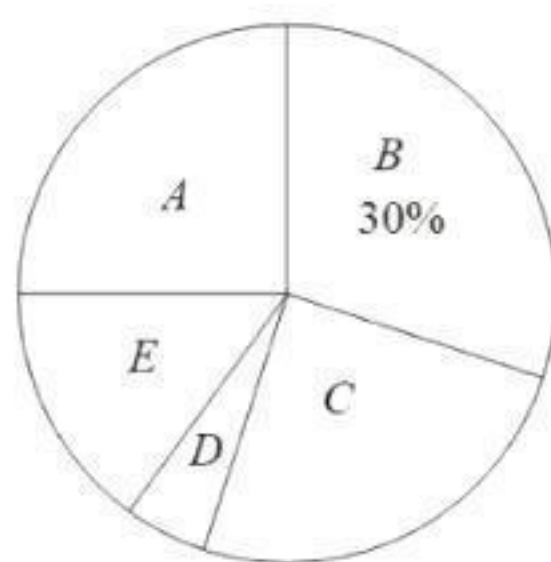


21. (本小题满分 8 分)

为落实“双减提质”, 进一步深化“数学提升工程”, 提升学生数学核心素养, 某学校拟开展“双减”背景下的初中数学活动型作业成果展示现场会, 为了解学生最喜爱的项目, 现随机抽取若干名学生进行调查, 并将调查结果绘制成如下两幅不完整的统计图:



图①



图②

A: 测量  
B: 七巧板  
C: 调查活动  
D: 无字证明  
E: 数学园地设计

(第21题图)

根据以上信息, 解答下列问题:

- (1) 参与此次抽样调查的学生人数是\_\_\_\_\_人, 补全统计图① (要求在条形图上方注明人数);
- (2) 图②中扇形 C 的圆心角度数为\_\_\_\_\_度;
- (3) 若参加成果展示活动的学生共有 1200 人, 估计其中最喜爱“测量”项目的学生人数是多少;
- (4) 计划在 A, B, C, D, E 五项活动中随机选取两项作为直播项目, 请用列表或画树状图的方法, 求恰好选中 B, E 这两项活动的概率.



22. (本题满分 8 分)

冰墩墩( *Bing Dwen Dwen* )、雪容融( *Shuey Rhon Rhon* )分别是 2022 年北京冬奥会、冬残奥会的吉祥物. 冬奥会来临之际, 冰墩墩、雪容融玩偶畅销全国. 小雅在某网店选中两种玩偶, 决定从该网店进货并销售. 第一次小雅用 1400 元购进了冰墩墩玩偶 15 个和雪容融玩偶 5 个, 已知购进 1 个冰墩墩玩偶和 1 个雪容融玩偶共需 136 元, 销售时每个冰墩墩玩偶可获利 28 元, 每个雪容融玩偶可获利 20 元.

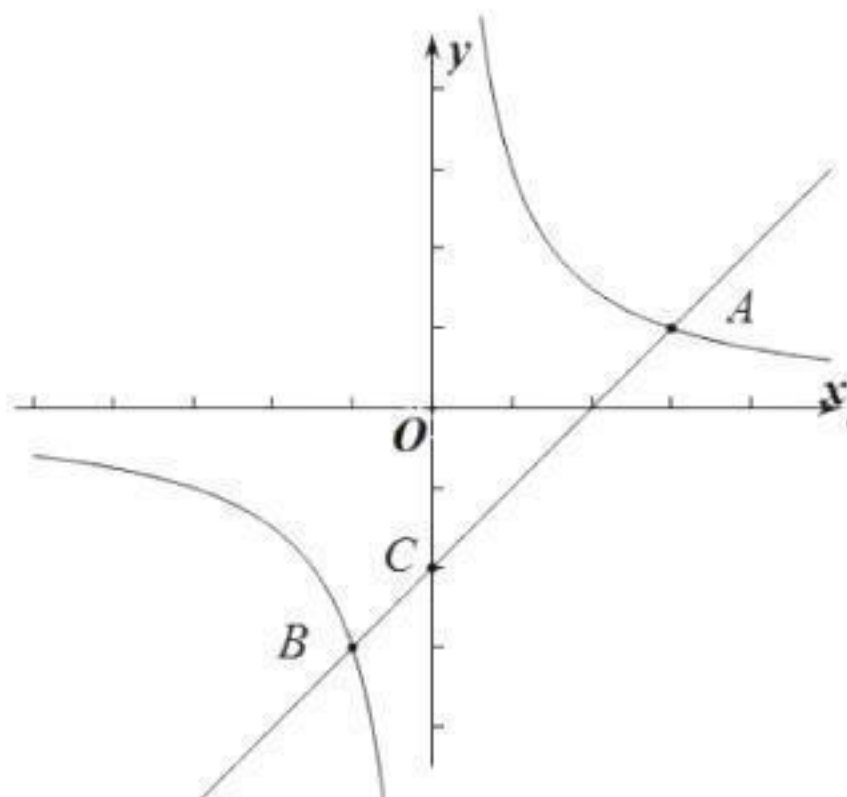


- (1) 求两种玩偶的进货价分别是多少?
- (2) 第二次小雅进货时, 网店规定冰墩墩玩偶进货数量不得超过雪容融玩偶进货数量的 1.5 倍. 小雅计划购进两种玩偶共 40 个, 应如何设计进货方案才能获得最大利润, 最大利润是多少元?

23. (本小题满分 8 分)

如图, 反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  的图象与一次函数  $y = kx + b$  的图象相交于  $A(3, 1)$ ,  $B(-1, n)$  两点.

- (1) 求反比例函数和一次函数的关系式;
- (2) 设直线  $AB$  交  $y$  轴于点  $C$ , 点  $M$ ,  $N$  分别在反比例函数和一次函数图象上, 若四边形  $OCNM$  是平行四边形, 求点  $M$  的坐标.

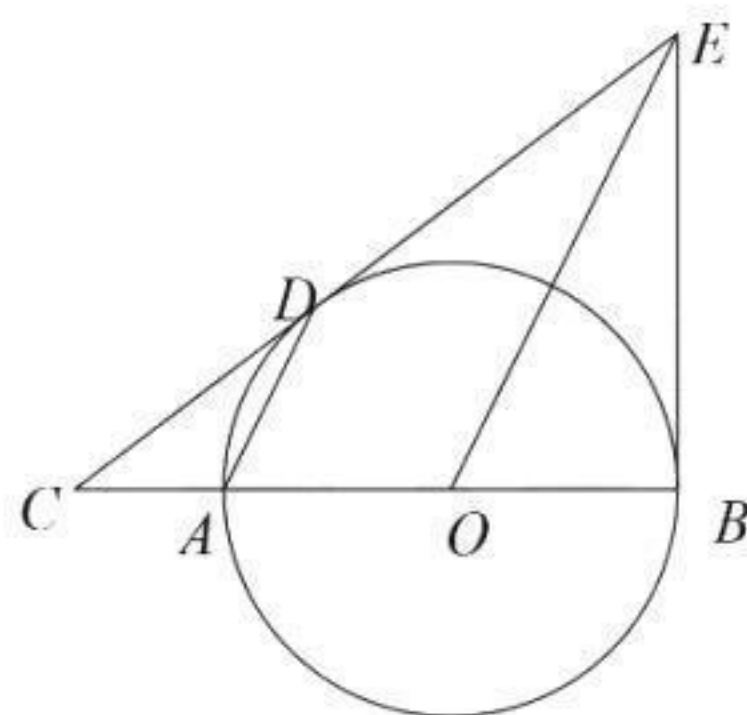


24. (本小题 8 分)

如图,  $AB$  为  $\odot O$  的直径, 过圆上一点  $D$  作  $\odot O$  的切线  $CD$  交  $BA$  的延长线与点  $C$ , 过点  $O$  作  $OE \parallel AD$  交  $CD$  于点  $E$ , 连接  $BE$ .

(1) 直线  $BE$  与  $\odot O$  相切吗? 并说明理由;

(2) 若  $CA=2$ ,  $CD=4$ , 求  $DE$  的长.



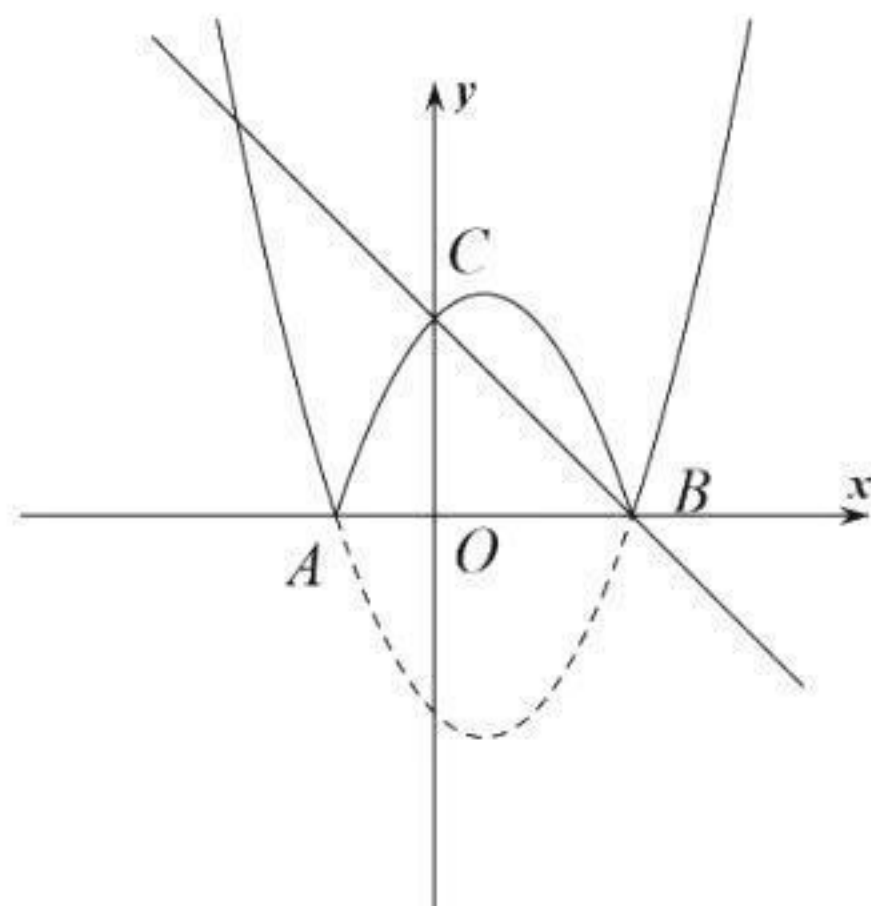
25. (本小题 10 分)

如图, 已知抛物线  $y = x^2 - x - 2$  交  $x$  轴于  $A$ 、 $B$  两点, 将该抛物线位于  $x$  轴下方的部分沿  $x$  轴翻折, 其余部分不变, 得到的新图象记为“图象  $W$ ”, 图象  $W$  交  $y$  轴于点  $C$ .

(1) 写出图象  $W$  位于线段  $AB$  上方部分对应的函数关系式;

(2) 若直线  $y = -x + b$  与图象  $W$  有三个交点, 请结合图象, 直接写出  $b$  的值;

(3)  $P$  为  $x$  轴正半轴上一动点, 过点  $P$  作  $PM \parallel y$  轴交直线  $BC$  于点  $M$ , 交图象  $W$  于点  $N$ , 是否存在这样的点  $P$ , 使  $\triangle CMN$  与  $\triangle OBC$  相似? 若存在, 求出所有符合条件的点  $P$  的坐标; 若不存在, 请说明理由



26. (本小题满分 12 分)

如图, 在菱形  $ABCD$  中,  $AB = 4$ ,  $\angle BAD = 60^\circ$ , 点  $P$  从点  $A$  出发, 沿线段  $AD$  以每秒 1 个单位长度的速度向终点  $D$  运动, 过点  $P$  作  $PQ \perp AB$  于点  $Q$ , 作  $PM \perp AD$  交直线  $AB$  于点  $M$ , 交直线  $BC$  于点  $F$ , 设  $\triangle PQM$  与菱形  $ABCD$  重叠部分图形的面积为  $S$  (平方单位), 点  $P$  运动时间为  $t$  (秒).

- (1) 当点  $M$  与点  $B$  重合时, 求  $t$  的值;
- (2) 当  $t$  为何值时,  $\triangle APQ$  与  $\triangle BMF$  全等;
- (3) 求  $S$  与  $t$  的函数关系式;
- (4) 以线段  $PQ$  为边, 在  $PQ$  右侧作等边三角形  $PQE$ , 当  $2 \leq t \leq 4$  时, 求点  $E$  运动路径的长.

