

2022 年承德市初中毕业生升学文化课模拟考试(二)

数学试卷

注意事项: 1. 本试卷共 8 页, 总分 120 分, 考试时间 120 分钟。

2. 答题前, 考生务必将姓名、准考证号填写在试卷和答题卡相应位置上。

3. 答选择题时, 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑; 答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在试卷上无效。

4. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题(本大题共 16 个小题; 1—10 小题, 每小题 3 分, 11—16 小题, 每小题 2 分, 共 42 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 如图, 数轴的单位长度为 1, 如果点 B 表示的数是 4, 那么点 A 表示的数是 ()

- A. 1 B. 0
C. -2 D. -4



2. 今年以来, 河北多地出现“新型冠状病毒肺炎”, 这种病毒的直径大约为 150 纳米, 1 纳米 = 0.000000001 米 = 10^{-9} 米, 把 150 纳米用科学记数法表示正确的是 ()

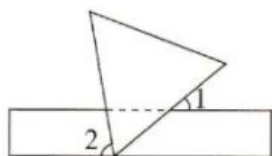
- A. 1.5×10^{-2} 米 B. 1.5×10^{-7} 米 C. 1.5×10^{-9} 米 D. 1.5×10^{-11} 米

3. 下列计算结果与 $(-m)^2$ 相同的是 ()

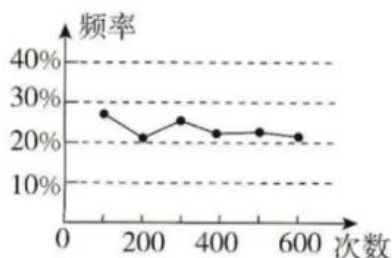
- A. $m^2 - 2m^2$ B. $m^2 \cdot m^{-4}$ C. $(m^{-1})^2$ D. $m \div m^{-1}$

4. 如图, 将一块等边三角板与直尺叠放在一起, 且等边三角板的一个顶点在直尺的一边上, 则当 $\angle 2 = 81^\circ$ 时, $\angle 1$ 的度数为 ()

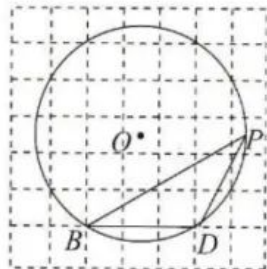
- A. 40° B. 39° C. 41° D. 60°



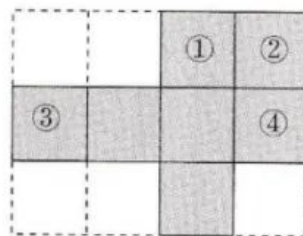
(第 4 题)



(第 6 题)



(第 7 题)



(第 8 题)

5. 小明在一次用“频率估计概率”的试验中, 把对联“海水朝朝朝朝朝朝朝落, 浮云长长长长长长消”中的每个汉字分别写在同一种卡片上, 然后把卡片无字的面朝上, 随机抽取一张, 并统计了某一结果出现的频率, 绘制了如图所示的折线统计图, 则符合这一结果的试验最有可能是 ()

- A. 抽出的是“朝”字 B. 抽出的是“长”字
C. 抽出的是独体字 D. 抽出的是带“丿”的字

6. 如图, 在 7×7 的正方形网格中, $\odot O$ 经过格点 B, D , 点 P 是弦 BD 所对优弧上任意一点, 则 $\tan P$ 的值为 ()

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{5}{3}$

7. 如图, 方格纸上每个小正方形的边长都相同, 若使阴影部分能折叠成一个正方体, 则需剪掉的一个小正方形不可以是 ()

- A. ① B. ② C. ③ D. ④

8. 计算: $\frac{5}{2}a \times 1001^2 - \frac{5}{2}a \times 999^2 = (\quad)$

A. $5000a$

B. $1999a$

C. $10001a$

D. $10000a$

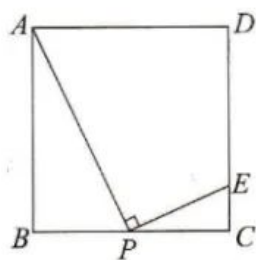
9. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, P 是 BC 上一点 (点 P 不与点 B, C 重合), 连接 AP . 作 $PE \perp AP$, PE 交 CD 于点 E . 若 $AB=6$, 点 P 为 BC 的中点, 则 $DE= (\quad)$

A. $\frac{3}{2}$

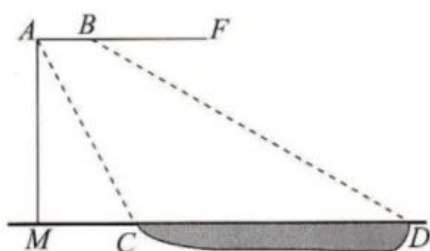
B. $\frac{9}{2}$

C. $\frac{1}{2}$

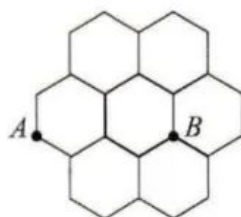
D. $\frac{5}{3}$



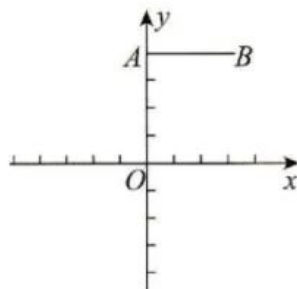
(第9题)



(第10题)



(第11题)



(第12题)

10. 如图, 一架水平飞行的无人机在 A 处测得正前方河岸边 C 处的俯角为 α , $\tan \alpha=2$, 无人机沿水平线 AF 方向继续飞行 80 米至 B 处时, 被河对岸 D 处的小明测得其仰角为 30° . 无人机距地面的垂直高度用 AM 表示, 点 M, C, D 在同一条直线上, 其中 $MC=100$ 米, 则河流的宽度 CD 为 (\quad)

A. 200 米

B. $200\sqrt{3}$ 米

C. $(200\sqrt{3}-20)$ 米

D. $(200\sqrt{3}+80)$ 米

11. 如图, 在由边长为 1 的 7 个正六边形组成的网格中, 点 A, B 在格点上. 若再选择一个格点 C , 使 $\triangle ABC$ 是直角三角形, 且每个直角三角形边长均大于 1, 则符合条件的格点 C 的个数是 (\quad)

A. 2

B. 4

C. 5

D. 6

12. 如图, 已知点 $A(0, 4)$ 和 $B(3, 4)$, 以原点 O 为位似中心, 把线段 AB 缩短为原来的一半, 得到线段 CD , 其中点 C 与点 A 对应, 点 D 与点 B 对应, 则点 D 的横坐标为 (\quad)

A. 2

B. 2 或 -2

C. $\frac{3}{2}$

D. $\frac{3}{2}$ 或 $-\frac{3}{2}$

13. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$, 当 $-3 \leq x \leq -1$ 时, y 的最大值是 4, 则当 $x \geq 6$ 时, y 有 (\quad)

A. 最大值 $-\frac{1}{2}$

B. 最大值 $\frac{1}{6}$

C. 最小值 $-\frac{2}{3}$

D. 最小值 -1

14. 下列说法正确的是 (\quad)

A. 若 $x=y$, 则 $x+c=y-c$

B. 设 n 为正整数, 若 $n < \sqrt{65} < n+1$, 则 $n=8$

C. 化简 $(\frac{a^2+b^2}{2a} - b) \cdot \frac{a}{a-b} = \frac{b-a}{2}$

D. 无论 P 取何值, 关于 x 的方程 $(x-3)(x-2)-p^2=0$ 都没有实数根

15. 仅用无刻度的直尺完成下列画图（虚线是画图痕迹）：

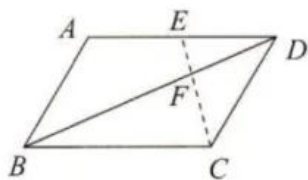


图 1

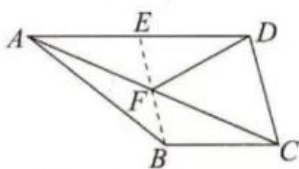


图 2

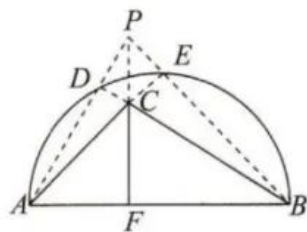


图 3

- ①如图 1, $AD \parallel BC$, $AD=BC$, E 为 AD 的中点, 找到 BD 的三等分点 F ;
 ②如图 2, $AD \parallel BC$, $AD=2BC$, E 为 AD 的中点, 画出 $\triangle ADC$ 的中线 DF ;
 ③如图 3, AB 是半圆的直径, 点 C 在半圆内, 画出 $\triangle ABC$ 的高 CF .

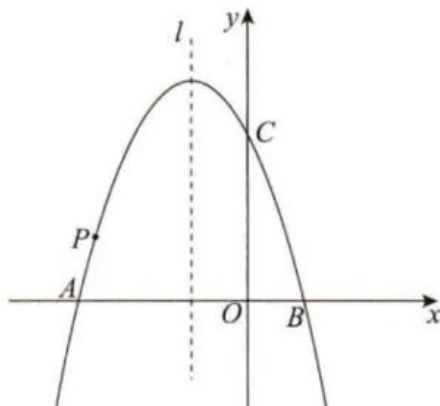
其中画图正确的个数是 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

16. 如图, 抛物线 $y=a(x+3)(x-1)$ 经过点 $C(0, 3)$, 点 $P(m, n)$

从点 A 出发, 沿抛物线运动到顶点后, 再沿对称轴 l 向下运动, 给出下列说法:

- ① $a=-1$;
 ②抛物线的对称轴为 $x=-1$;
 ③当点 P, B, C 构成的三角形的周长取最小值时, $n=1$;
 ④在点 P 从点 A 运动到顶点的过程中, 当 $m=-\frac{3}{2}$ 时, $\triangle PAC$



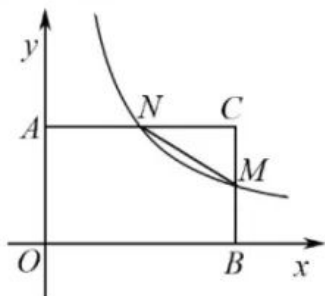
的面积最大.

其中, 所有正确的说法是 ()

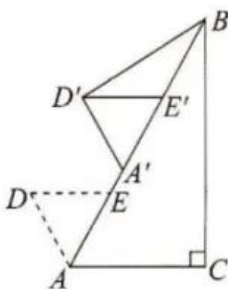
- A. ①③ B. ②③④ C. ①④ D. ①②④

二、填空题 (本大题共 3 个小题, 每小题有 2 空, 每空 2 分, 共 12 分.)

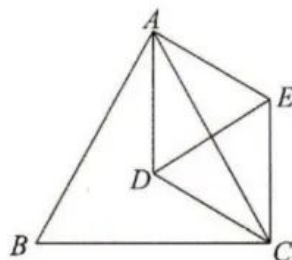
17. 在平面直角坐标系中, 四边形 $AOBC$ 为矩形, 且点 C 坐标为 $(8, 6)$, M 为 BC 中点, 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ (k 是常数, $k \neq 0$) 图象经过点 M , 交 AC 于点 N , 则点 N 的坐标为 _____, MN 的长度是 _____.



(第 17 题)



(第 18 题)



(第 19 题)

18. 如图, 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和等边 $\triangle ADE$, $AC=5$, $\angle ABC=30^\circ$, $AD=3$. 将 $\triangle ADE$ 沿 AB 方向平移, 得到 $\triangle A'D'E'$, 连接 BD' . 当平移的距离为 4 时, $\angle BD'E' =$ _____ $^\circ$, $BD' =$ _____.

19. 如图, 在等边 $\triangle ABC$ 中, $AB=2\sqrt{3}$, 点 D 在 $\triangle ABC$ 内部或其边上, $AD=2$, 以 AD 为边向右作等边 $\triangle ADE$, 连接 CD , CE .

- (1) CE 的最小值为 _____;
 (2) 当 ED 的延长线经过点 B 时, $\angle DEC =$ _____ $^\circ$.

三、解答题（本大题共 7 个小题，共 66 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

20. （本小题满分 8 分）

对于任意四个有理数 a, b, c, d ，都可以组成两个有理数对 (a, b) 与 (c, d) ．我们规定： $(a, b) \star (c, d) = bc - ad$ ．例如： $(1, 2) \star (3, 4) = 2 \times 3 - 1 \times 4 = 2$ ．

根据上述规定解决下列问题：

(1) $(2, -3) \star (3, -\frac{1}{2}) =$ _____；

(2) 计算 $(2, -2) \star (\sqrt{5}, 3 - \sqrt{5})$ ；

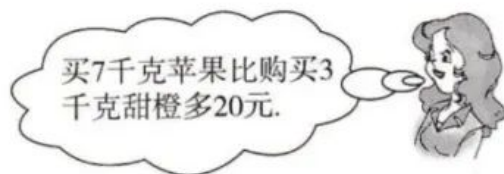
(3) 当 $x + y = 2$ ， $xy = -3$ 时，求 $(x + y, 2x + y) \star (2x - y, 4x - y + 5)$ 的值．

21. （本小题满分 8 分）

小明和妈妈去水果店购买苹果和甜橙时发现：



买 1 千克甜橙比
购买 2 千克苹果
少 3 元．



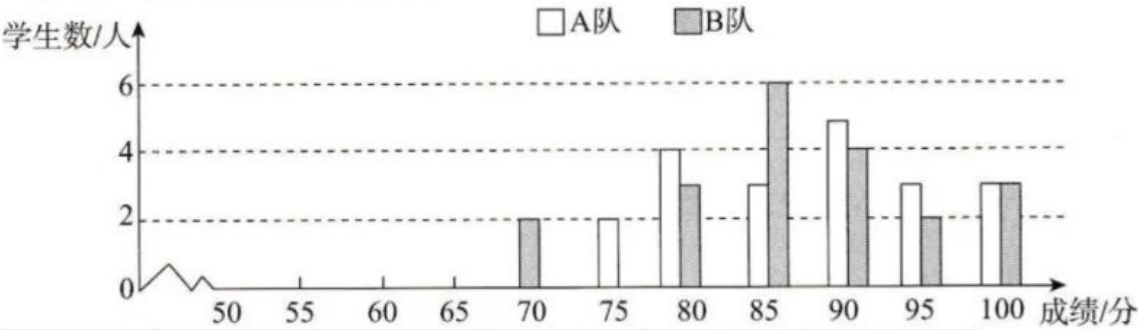
买 7 千克苹果比购买 3
千克甜橙多 20 元．

(1) 求每千克苹果和甜橙各多少元；

(2) 如果购买苹果和甜橙共 16 千克，且总价不超过 300 元，那么最多购买甜橙多少千克？

22. (本小题满分 9 分)

某区举办中学生科普知识竞赛, 各学校分别派出一支代表队参赛. 知识竞赛满分为 100 分, 规定 85 分及以上为“合格”, 95 分及以上为“优秀”, 现将 A, B 两个代表队的竞赛成绩分布图 (如图) 及统计表展示如下:



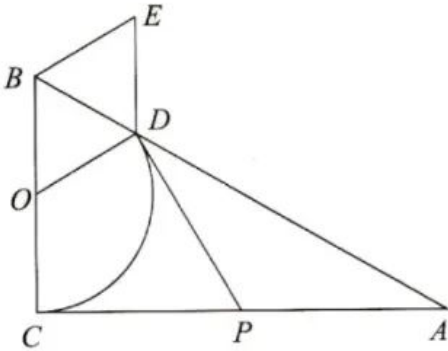
组别	平均分	中位数	方差	合格率	优秀率
A 队	a	b	61	70%	30%
B 队	87	85	71	75%	25%

- (1) 求出成绩统计表中 a, b 的值.
- (2) 从平均分、合格率、优秀率、队内成绩的整齐性等方面进行综合评价, 你认为集体奖应该颁给哪一队?
- (3) A, B 两队竞赛成绩满分得主中, 有 4 人兴趣和学习方向比较明确, 1 人喜欢物理类, 1 人偏爱化学类, 2 人偏爱生物类, 科技特派员陈老师要从这 4 人中任选 2 人进行单独培训, 请你用列表或画树状图的方法, 求选出的 2 人中至少有 1 人喜欢生物类的概率.

23. (本小题满分 9 分)

如图, 四边形 $BODE$ 是周长为 4 的菱形, $\angle E=60^\circ$, 以 O 为圆心, OD 长为半径作弧交 BO 的延长线于点 C , 过点 C 作 $CA \perp BC$ 交 BD 的延长线于点 A , P 为 AC 的中点.

- (1) 求 PD 的长;
- (2) 求证: 直线 PD 是 \widehat{DC} 的切线;
- (3) 直接写出扇形 COD 的面积.



24. (本小题满分 10 分)

如图, 直线 $y = \frac{1}{2}x$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0, x > 0)$ 的图象交于点 $B(m, 1)$, A 是反比例函数

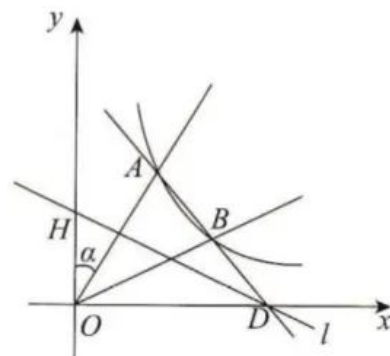
数图象上一点. 直线 OA 与 y 轴的正半轴的夹角为 α , $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. 设直线 AB 与 x 轴交于点 D ,

直线 l 经过点 D , 与 y 轴交于点 H , 设点 H 的纵坐标为 t .

(1) 求 k 的值及点 A 的坐标.

(2) t 为何值时, 直线 l 过 $\triangle AOD$ 的重心?

(3) 设点 P 是 x 轴上一动点, 若 $\triangle PAB$ 的面积为 2, 直接写出 P 点的坐标.



25. (本小题满分 10 分)

在建筑工人临时宿舍外, 有两根相距 10 米的立柱 AB , CD 垂直于水平地面上, 在 AB , CD 间拉起一根晾衣绳, 由于绳子本身的重力, 使绳子无法绷直, 其形状可近似看成抛物线 $y = \frac{1}{20}x^2 + bx + c$, 已知绳子最低点距离地面 $\frac{7}{4}$ 米. 以点 B 为坐标原点, 直线 BD 为 x 轴, 直线 AB 为 y 轴建立平面直角坐标系, 如图 1 所示.

(1) 求立柱 AB 的长度;

(2) 一段时间后, 绳子被抻长, 下垂更多, 为了防止衣服碰到地面, 在线段 BD 之间与 AB 相距 4 米的地方加上一根立柱 MN 撑起绳子, 这时立柱左侧的抛物线 F_1 的最低点相对点 A 下降了 1 米, 距立柱 MN 也是 1 米, 如图 2 所示, 求 MN 的长;

(3) 若加在线段 BD 之间的立柱 MN 的长度是 2.4 米, 并通过调整 MN 的位置, 使抛物线 F_1 的开口大小与抛物线 $y = \frac{1}{12}x^2 + 1$ 的开口大小相同, 顶点距离地面 1.92 米. 求 MN 与 CD 的最近距离.

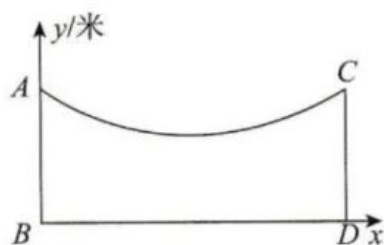


图 1

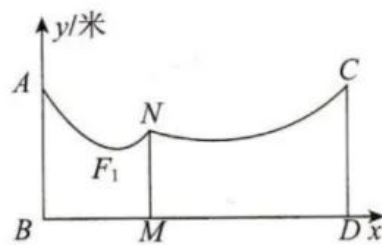


图 2

26. (本小题满分 12 分)

如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=5$, $BC=8$, $\angle PDQ$ 的顶点 D 在 BC 上, DQ 经过点 A , DP 交 AB 于点 E , 且 $BD=3$, $\angle PDQ=\angle B$.

(1) BE 的长是_____;

(2) 如图 2, 把 $\angle PDQ$ 绕顶点 D 按逆时针方向旋转, 在旋转过程中始终保持 $\angle PDQ$ 的开口在 BC 的上方, 且 DP 不与 DB 重合, DQ 交 AB 于点 G , 交 CA 的延长线于点 F (点 F 不与点 A 重合), 设 $BE=x$, $AG=y$.

①请说明 $\triangle BDE$ 与 $\triangle CFD$ 相似;

②请直接写出 y 与 x 的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;

③是否存在以 $\angle GFA$ 或 $\angle FGA$ 为顶角的等腰 $\triangle AGF$? 若存在, 请求出 BE 的长; 若不存在, 请说明理由.

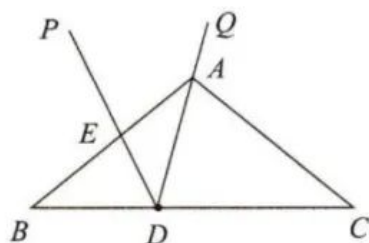


图 1

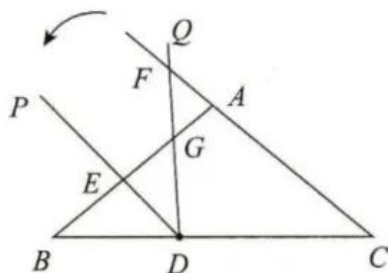
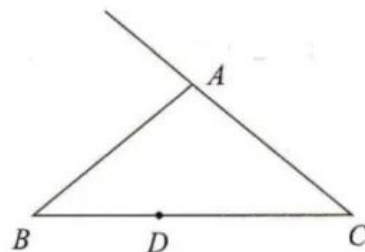


图 2



备用图

2022 年承德二模

数学答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	B	D	B	D	A	C	D
题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	B	C	D	D	C	B	D	D

二、填空题

17. $N(4, 6)$ 5 18. 30° $3\sqrt{3}$ 19. (1) $2\sqrt{3} - 2$ (2) 60

三、解答题

20. 解: (1) -8 ;

(2) $(2, -2) \star (\sqrt{5}, 3 - \sqrt{5})$

$$= -2 \times \sqrt{5} - 2 \times (3 - \sqrt{5})$$

$$= -2\sqrt{5} - 6 + 2\sqrt{5} = -6.$$

(3) $(x + y, 2x + y) \star (2x - y, 4x - y + 5)$

$$= (2x + y)(2x - y) - (x + y)(4x - y + 5)$$

$$= 4x^2 - y^2 - (4x^2 - xy + 5x + 4xy - y^2 + 5y).$$

$$= -3xy - 5x - 5y$$

$$= -3xy - 5(x + y).$$

当 $x + y = 2$, $xy = -3$ 时,

$$\text{原式} = -3xy - 5(x + y) = -3 \times (-3) - 5 \times 2 = -1$$

21. 解: (1) 设每千克苹果的售价为 x 元, 每千克甜橙的售价为 y 元.

$$\text{依题意, 得} \begin{cases} 2x - y = 3, \\ 7x - 3y = 20. \end{cases}$$

$$\text{所以方程组的解为} \begin{cases} x = 11, \\ y = 19. \end{cases}$$

答: 每千克苹果的售价为 11 元, 每千克甜橙的售价为 19 元.

(2) 设购买甜橙 m 千克, 则购买苹果 $(16 - m)$ 千克.

$$\text{依题意, 得 } 19m + 11(16 - m) \leq 300,$$

$$\text{解得 } m \leq 15.5,$$

答: 最多购买甜橙 15.5 千克.

22. 解: (1) $a = 88$,

$$b = 90.$$

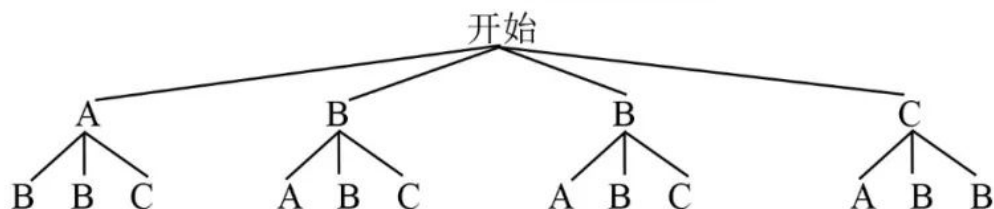
(2) 应该颁给 A 队.

理由如下:

① A 组的平均分和中位数高于 B 队, 优秀率也高于 B 队, 说明 A 队的总体平均水平高于 B 队;

③虽然 B 队合格率高于 A 队, 但 A 对方差低于 B 队, 即 A 队的成绩比 B 队的成绩整齐.

(3) 设 A 表示物理, B 表示生物, C 表示化学. 画树状图为:



共有 12 种等可能的结果，其中选出的 2 人中，至少有 1 人喜欢生物类的有 10 种可能，所以选出的 2 人至少有 1 人喜欢生物类的概率 = $\frac{10}{12} = \frac{5}{6}$.

$$(3) \frac{\pi}{3}.$$

\because 在 $\text{Rt}\triangle AOC$ 中, $\tan a = \frac{1}{2}$, \therefore 可设 $A(h, 2h)$.

$\because A(h, 2h)$ 在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图像上,

$\therefore 2h^2 = 2$, 解得 $h = \pm 1$.

$\because h > 0$, $\therefore h = 1$, $\therefore A(1, 2)$.

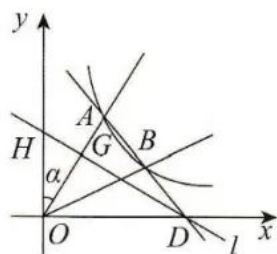
(2) $\because A(1, 2), B(2, 1)$,

设直线 AB 的解析式为 $y = kx + b$, $\therefore \begin{cases} k + b = 2, \\ 2k + b = 1, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k = -1, \\ b = 3, \end{cases}$

\therefore 直线 AB 的解析式为 $y = -x + 3$,

当 $y = -x + 3 = 0$ 时, $x = 3$, \therefore 直线 AB 与 x 轴交于 $D(3, 0)$.

如图, 设线段 OA 的中点为 G , 则 $G(\frac{1}{2}, 1)$.



设直线 DG 的解析式为 $y_1 = k_1x + b_1$, $\therefore \begin{cases} 3k_1 + b_1 = 0, \\ \frac{1}{2}k_1 + b_1 = 1, \end{cases}$ 解得 $k_1 = -\frac{2}{5}$, $b_1 = \frac{6}{5}$,

则当 $t = \frac{6}{5}$ 时, DG 是 $\triangle AOD$ 的中线, 直线 l 过 $\triangle AOD$ 的重心.

(3) $(-1, 0)$ 或 $(7, 0)$

25. 解: (1) 由题意, 知抛物线的解析式为 $y = \frac{1}{20}(x-5)^2 + \frac{7}{4}$, 即 $y = \frac{1}{20}x^2 - \frac{1}{2}x + 3$,

令 $x = 0$, 得 $y = 3$, $\therefore AB = 3$ 米.

(2) 由题意可知, 立柱左侧的抛物线 F_1 的顶点坐标为 $(3, 2)$.

\therefore 设 $y = a(x-3)^2 + 2$.

\because 抛物线 $y = \frac{1}{20}x^2 - \frac{1}{2}x + 3$ 与 y 轴的交点 A 的坐标为 $(0, 3)$,

\therefore 把 $(0, 3)$ 代入, 得 $3 = a(0-3)^2 + 2$, 解得 $a = \frac{1}{9}$, $\therefore y = \frac{1}{9}(x-3)^2 + 2$.

\therefore 当 $x = 4$ 时, $y = \frac{1}{9}(4-3)^2 + 2 = \frac{19}{9}$. $\therefore MN = \frac{19}{9}$ 米.

(3) 由题意, 设抛物线 F_1 的解析式为 $y = \frac{1}{12}x^2 + bx + 3$,

$$\because \frac{4 \times \frac{1}{12} \times 3 - b^2}{4 \times \frac{1}{12}} = 1.92, \therefore b^2 = 0.36.$$

\because 对称轴在 y 轴右侧, $\therefore b < 0, b = -0.6$.

此时抛物线 F_1 的解析式为 $y = \frac{1}{12}x^2 - 0.6x + 3$.

令 $y = 2.4$, 得 $\frac{1}{12}x^2 - 0.6x + 3 = 2.4$,

即 $\frac{1}{12}x^2 - 0.6x + 0.6 = 0$,

解得 $x_1 = 1.2$ (舍), $x_2 = 6$,

\therefore 当 $x = 6$ 时, $10 - 6 = 4$ (米).

$\therefore MN$ 与 CD 的最近距离为 4 米.

26. 解: (1) 3;

(2) ① $\because AB = AC$,

$\therefore \angle B = \angle C$.

又 $\because \angle EDC = \angle B + \angle BED$,

即 $\angle FDC + \angle EDQ = \angle B + \angle BED$,

$\therefore \angle EDQ = \angle B$,

$\therefore \angle FDC = \angle BED$.

又 $\because \angle B = \angle C$,

$\therefore \triangle BDE \sim \triangle CFD$.

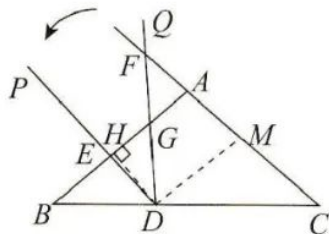
② $y = \frac{75 - 25x}{24 - 5x} \quad (0 < x < 3)$;

③ 存在以 $\angle GFA$ 或 $\angle FGA$ 为顶角的等腰 $\triangle AGF$.

(i) 当以 $\angle GFA$ 为顶角时, 有 $FG = FA$,

由 $\frac{FG}{DG} = \frac{FA}{AM}$, 可得 $DG = AM = AC - MC = AC - DM = 5 - \frac{25}{8} = \frac{15}{8}$.

如图, 过点 D 作 $DH \perp AB$ 于 H .



则在 $\triangle BHD$ 中, 有 $BH = BD \cdot \cos \angle B = 3 \times \frac{4}{5} = \frac{12}{5}$,

$DH = BD \cdot \sin \angle B = 3 \times \frac{3}{5} = \frac{9}{5}$,

