

# 2021 学年嘉定区第二次质量调研

## 数学试卷

(满分 150 分, 考试时间 100 分钟)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题;
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题:(本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. 下列实数中, 属于无理数的是 (▲)

(A)  $\sqrt{4}$ ; (B) 2.020020002; (C)  $\sqrt{11}$ ; (D)  $\frac{22}{7}$ .

2. 下列关于  $x$  的一元二次方程中有两个不相等的实数根的是 (▲)

(A)  $x^2 + 4 = 0$ ; (B)  $x^2 + 2x = 0$ ; (C)  $x^2 - 4x + 4 = 0$ ; (D)  $x^2 - x + 2 = 0$ .

3. 如果将抛物线  $y = (x+1)^2 - 1$  向上平移 2 个单位, 那么平移后抛物线的顶点坐标是 (▲)

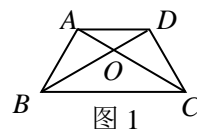
(A) (0,2); (B) (2,0); (C) (1,1); (D) (-1,1).

4. 数据 1, 1, 1, 2, 4, 2, 2, 4 的众数是 (▲)

(A) 1; (B) 2; (C) 1 或 2; (D) 1 或 2 或 4.

5. 如图 1, 在等腰梯形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ ,  $AB = DC$ , 对角线  $AC$ 、 $BD$  相交于点  $O$ , 那么下列结论一定成立的是 (▲)

(A)  $\angle CAB = \angle CBA$ ; (B)  $\angle DAB = \angle ABC$ ;  
(C)  $\angle AOD = \angle DAB$ ; (D)  $\angle OAD = \angle ODA$ .



6. 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $BC = 8$ ,  $\tan A = 2$ , 以点  $A$  为圆心, 半径为 8 的圆记作圆  $A$ , 那么下列说法正确的是 (▲)

(A) 点  $C$  在圆  $A$  内, 点  $B$  在圆  $A$  外; (B) 点  $C$  在圆  $A$  上, 点  $B$  在圆  $A$  外;  
(C) 点  $C$ 、 $B$  都在圆  $A$  内; (D) 点  $C$ 、 $B$  都在圆  $A$  外.

二、填空题:(本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

【请将结果直接填入答题纸的相应位置】

7. 计算:  $2(1-2x) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

8. 分解因式:  $a^2 - 9a = \underline{\hspace{2cm}}$ .

9. 不等式  $\frac{1}{2}x - 2 > 1$  的解集是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

10. 计算:  $\frac{2x}{x-1} - \frac{x+1}{x-1} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

11. 用换元法解方程  $\frac{2x}{x+2} + \frac{x+2}{x} = 3$  时, 如果设  $\frac{x}{x+2} = y$ , 那么原方程可化为关于  $y$  的整式方程是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

12. 如果正比例函数  $y = (1-k)x$  的图像经过点  $A(2, -4)$ ，那么  $k$  的值是     ▲    

13. 数据  $-2$ 、 $-1$ 、 $0$ 、 $1$ 、 $2$  的方差是     ▲    .

14. 在不透明的袋中装有 5 个红球、2 个白球和 1 个黑球，它们除颜色外其它都相同，如果从这透明的袋里随机摸出一个球，那么所摸到的球恰好为白球的概率是     ▲    .

15. 如图 2，在  $\triangle ABC$  中，点  $D$  在边  $BC$  上， $BD = 2DC$ ，  
 设向量  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ，那么向量  $\overrightarrow{DA} =$      ▲     (结果用  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  表示).

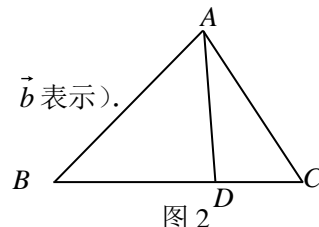


图 2

16. 已知圆  $O_1$  与圆  $O_2$  外切，其中圆  $O_2$  的半径是  $4\text{cm}$ ，  
 圆心距  $O_1O_2 = 6\text{cm}$ ，那么圆  $O_1$  的半径是     ▲      $\text{cm}$ .

17. 我们把两个三角形的重心之间的距离叫做重心距. 如图 3，在  $\triangle ABC$  中， $\angle A = 45^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $CD$  是  $\triangle ABC$  中边  $AB$  上的高，如果  $BC = 6$ ，那么  $\triangle ADC$  和  $\triangle BCD$  的重心距是     ▲    .

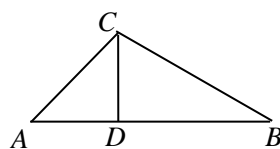


图 3

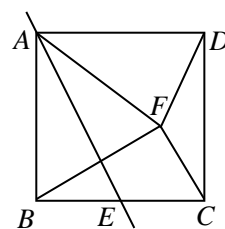


图 4

18. 在正方形  $ABCD$  中， $AB = 5$ ，点  $E$  在边  $BC$  上， $\triangle ABE$  沿直线  $AE$  翻折后点  $B$  落到正方形  $ABCD$  的内部点  $F$ ，联结  $BF$ 、 $CF$ 、 $DF$ ，如图 4，如果  $\angle BFC = 90^\circ$ ，那么  $DF =$      ▲    .

三、解答题：(本大题共 7 题，满分 78 分)

19. (本题满分 10 分)

计算：
$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \sqrt{2}(1 - \sqrt{2}) + \frac{1}{\sqrt{2} - 1} - (\sqrt{2})^3.$$

20. (本题满分 10 分)

解方程组：
$$\begin{cases} x - 2y = 8, & \text{①} \\ x^2 + 5xy - 6y^2 = 0. & \text{②} \end{cases}$$

21. (本题满分 10 分，每小题满分各 5 分)

如图 5，在  $\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BD$  是  $\triangle ABC$  的角平分线， $DE \perp AB$ ，垂足为  $E$ ，已知  $AE = 16$ ， $\sin A = \frac{3}{5}$ .

- (1) 求  $CD$  的长；
- (2) 求  $\angle DBC$  的余切值.

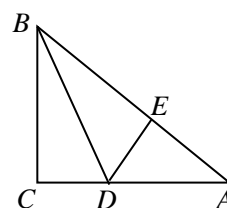


图 5

22. (本题满分 10 分, 每小题满分各 5 分)

已知直线  $y = kx + 4 (k \neq 0)$  与双曲线都经过点  $A(2, m)$ .

- (1) 如果点  $B(-2, 6)$  在直线  $y = kx + 4 (k \neq 0)$  上, 求  $m$  的值;
- (2) 如果第三象限的点  $C$  与点  $A$  关于原点对称, 点  $C$  的纵坐标是  $-3$ , 求双曲线的表达式.

23. (本题满分 12 分, 每小题满分各 6 分)

如图 6, 在四边形  $ABCD$  中,  $AC$  是对角线,  $AC = AD$ , 点  $E$  在边  $BC$  上,  $AB = AE$ ,  $\angle BAE = \angle CAD$ , 联结  $DE$ .

- (1) 求证:  $BC = DE$ ;
- (2) 当  $AC = BC$  时, 求证: 四边形  $ABCD$  是平行四边形.

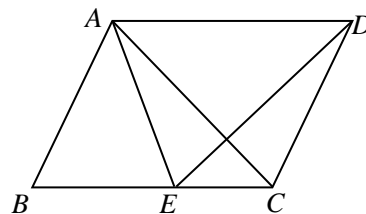


图 6

24. (本题满分 12 分, 每小题满分各 4 分)

在平面直角坐标系  $xOy$  (如图 7) 中, 已知抛物线  $y = ax^2 + bx + 3$  经过点  $A(3, 0)$ 、 $B(4, 1)$  两点, 与  $y$  轴的交点为  $C$  点.

- (1) 求抛物线的表达式;
- (2) 求四边形  $OABC$  的面积;
- (3) 设抛物线  $y = ax^2 + bx + 3$  的对称轴是直线  $l$ , 点  $D$  与点  $B$  关于直线  $l$  对称, 在线段  $BC$  上是否存在一点  $E$ , 使四边形  $ADCE$  是菱形, 如果存在, 请求出点  $E$  的坐标; 如果不存在, 请说明理由.

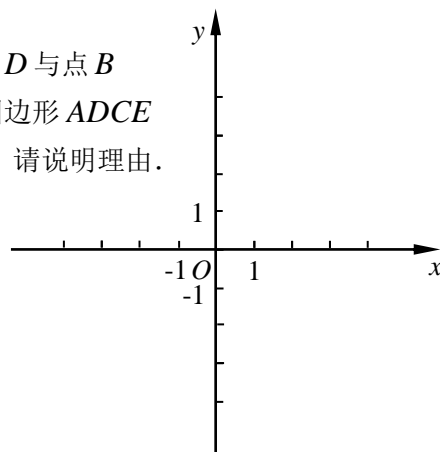


图 7

25. (本题满分 14 分, 第(1)小题满分 4 分, 第(2)小题满分 6 分, 第(3)小题满分 4 分)

在梯形  $ABCD$  中, 已知  $DC \parallel AB$ ,  $\angle DAB = 90^\circ$ ,  $DC = 3$ ,  $DA = 6$ ,  $AB = 9$ , 点  $E$  在射线  $AB$  上, 过点  $E$  作  $EF \parallel AD$ , 交射线  $DC$  于点  $F$ , 设  $AE = x$ .

(1) 当  $x = 1$  时, 直线  $EF$  与  $AC$  交于点  $G$  如图 8, 求  $GE$  的长;

(2) 当  $x > 3$  时, 直线  $EF$  与射线  $CB$  交于点  $H$ .

①当  $3 < x < 9$  时, 动点  $M$  (与点  $A$ 、 $D$  不重合) 在边  $AD$  上运动, 且  $AM = BE$ , 联结  $MH$  交  $AC$  于点  $N$  如图 9, 随着动点  $M$  的运动, 试问  $CH : HN$  的值有没有变化, 如果有变化, 请说明你的理由; 如果没有变化, 请你求出  $CH : HN$  的值;

②联结  $AH$ , 如果  $\angle HAE = \angle CAD$ , 求  $x$  的值.

