

2021—2022 学年度第二学期第三次学情监测

九年级数学试题

(考试时间为 120 分钟, 满分 100 分)

一. 选择题 (本题共 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分.)

1. 下列各数是无理数的是()

- A. 0 B. $\sqrt[3]{27}$ C. 1.010010001… D. $-\frac{1}{3}$

2. 要调查下列问题, 适合采用全面调查 (普查) 的是()

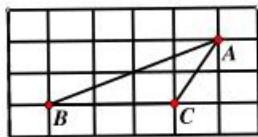
- A. 中央电视台《开学第一课》的收视率
B. 某城市居民 6 月份人均网上购物的次数
C. 即将发射的气象卫星的零部件质量
D. 某品牌新能源汽车的最大续航里程

3. 下列计算正确的是()

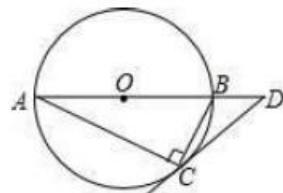
- A. $(a^5)^2 = a^{10}$ B. $x^{16} \div x^4 = x^4$ C. $2a^2 + 3a^2 = 6a^4$ D. $b^3 \cdot b^3 = 2b^3$

4. 如图, $\triangle ABC$ 的顶点都是正方形网格中的格点, 则 $\cos \angle ABC$ 的值为()

- A. $\frac{3\sqrt{5}}{10}$ B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

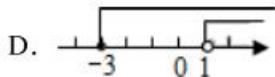
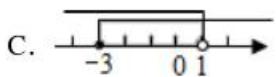
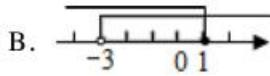
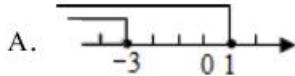


第 4 题图



第 6 题图

5. 把不等式组 $\begin{cases} 1-x \leq 4 \\ \frac{x+1}{2} < 1 \end{cases}$ 中两个不等式的解集在数轴上表示出来, 正确的是()



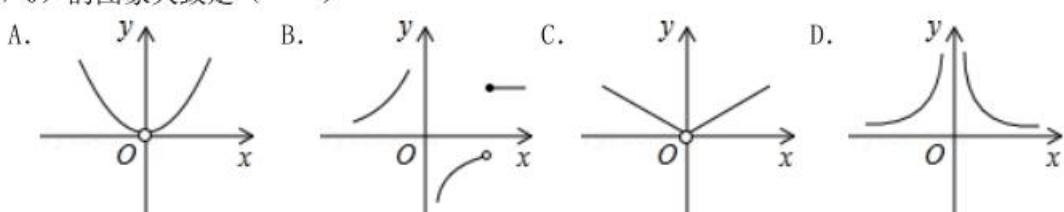
6. 如图, $\odot O$ 是 $Rt\triangle ABC$ 的外接圆, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle A=25^\circ$, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线, 交 AB 的延长线于点 D, 则 $\angle D$ 的度数是()

- A. 25° B. 40° C. 50° D. 65°

7. 若方程 $x^2 - 2x - 4 = 0$ 的两个实数根为 α, β , 则 $\alpha^2 + \beta^2$ 的值为 ()

- A. 12 B. 10 C. 4 D. -4

8. 定义新运算: $a \oplus b = \begin{cases} \frac{a}{b} & (b > 0) \\ -\frac{a}{b} & (b < 0) \end{cases}$ 例如: $4 \oplus 5 = \frac{4}{5}$, $4 \oplus (-5) = -\frac{4}{5}$. 则函数 $y = 2 \oplus x$ ($x \neq 0$) 的图象大致是 ()

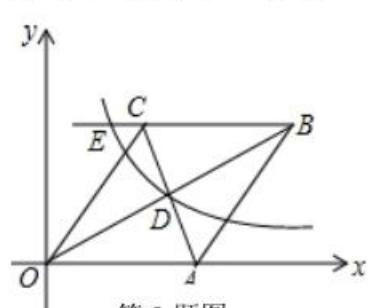


9. 已知: 如图, 在平面直角坐标系中, 有菱形 OABC, 点 A 的坐标为 (10, 0), 对角线 OB、AC 相交于点 D, 双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 经过点 D, 交 BC 的延长线于点 E, 且 $OB \cdot AC = 160$, 有下列四个结论:

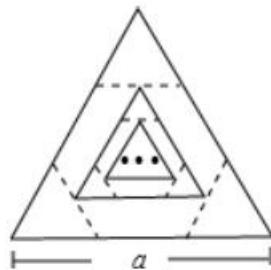
- ①双曲线的解析式为 $y = \frac{40}{x}$ ($x > 0$); ②点 E 的坐标是 (4, 8);
 ③ $\sin \angle COA = \frac{4}{5}$; ④ $AC + OB = 12\sqrt{5}$.

其中正确的结论有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个



第 9 题图



第 10 题图

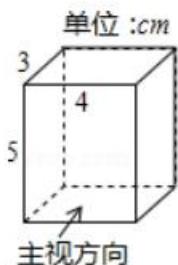
10. 边长为 a 的等边三角形, 记为第 1 个等边三角形, 取其各边的三等分点, 顺次连接得到一个正六边形, 记为第 1 个正六边形, 取这个正六边形不相邻的三边中点, 顺次连接又得到一个等边三角形, 记为第 2 个等边三角形, 取其各边的三等分点, 顺次连接又得到一个正六边形, 记为第 2 个正六边形 (如图), ..., 按此方式依次操作, 则第 6 个正六边形的边长为 ()

- A. $\frac{1}{3} \times (\frac{1}{2})^5 a$ B. $\frac{1}{2} \times (\frac{1}{3})^5 a$ C. $\frac{1}{3} \times (\frac{1}{2})^6 a$ D. $\frac{1}{2} \times (\frac{1}{3})^6 a$

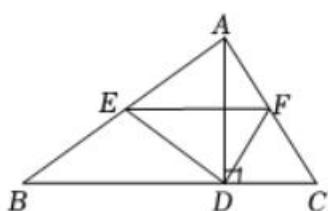
二. 填空题 (本大题共 5 个小题; 每小题 3 分, 共 15 分.)

11. 若 $3x^{m+5}y^2$ 与 x^3y^n 的和是单项式, 则 $n^m = \underline{\hspace{2cm}}$.

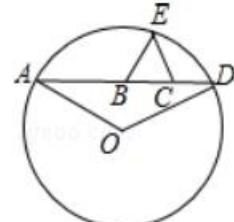
12. 如图为一个长方体, 则该几何体主视图的面积为 $\underline{\hspace{2cm}} cm^2$.



第 12 题图



第 13 题图



第 15 题图

13. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, AD 是 BC 边上的高, E 、 F 分别是 AB 、 AC 边的中点, 若 $AB=8$, $AC=6$, 则 $\triangle DEF$ 的周长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 如果点 $P(x, y)$ 的坐标满足 $x+y=xy$, 那么称点 P 为“和谐点”, 若某个“和谐点” P 到 x 轴的距离为 2, 则点 P 的坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 如图, A 、 B 、 C 、 D 依次为一直线上 4 个点, $BC=2$, $\triangle BCE$ 为等边三角形, $\odot O$ 过 A 、 D 、 E 三点, 且 $\angle AOD=120^\circ$. 设 $AB=x$, $CD=y$, 则 y 与 x 的函数关系式为 $\underline{\hspace{2cm}}$. (写出自变量的取值范围)

三. 解答题 (本大题共 7 个小题; 共 55 分)

16. (5分) 先化简, 再求值: $\left(\frac{2}{x-3} + \frac{x}{3-x} \right) \div \frac{x-2}{x^2-6x+9}$ 其中 $x=-1$.

17.(5分) 用圆规、直尺作图, 不写作法, 但要保留作图痕迹.

已知: 线段 a 和 $\angle \alpha$.



- (1) 求作: 菱形 $ABCD$, 使菱形 $ABCD$ 的边长为 a , 其中一个内角 $\angle A$ 等于 $\angle \alpha$.
 (2) 若菱形 $ABCD$ 的边长 $a=2\text{cm}$, $\angle A=60^\circ$, 则此菱形 $ABCD$ 的面积为 $\underline{\hspace{2cm}} \text{cm}^2$.

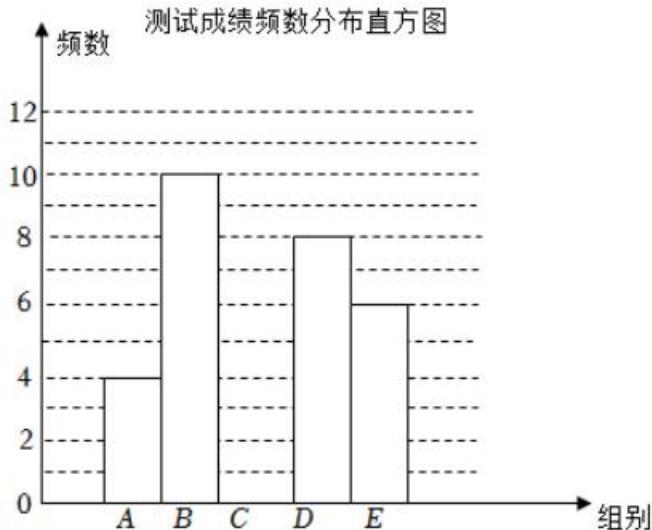
18. (6分) 某中学为检验思想政治课的学习效果，对八年级学生进行“社会主义核心价值观”知识测试（满分100分），随机抽取部分学生的测试成绩进行统计，并将统计结果绘制如图所示尚不完整的统计图表：

测试成绩频数分布表

组别	成绩分组	频数	频率
A	$50 \leq x < 60$	4	0.1
B	$60 \leq x < 70$	10	0.25
C	$70 \leq x < 80$	m	n
D	$80 \leq x < 90$	8	0.2
E	$90 \leq x \leq 100$	6	0.15

根据以上信息解答下列问题：

- (1) 填空：m=_____, n=_____.
- (2) 补全频数分布直方图.
- (3) 若要画出该组数据的扇形统计图，请计算C组所在扇形的圆心角度数为_____.
- (4) 学校计划对测试成绩达到80分及以上的同学进行表彰，若该校共有400人参加此次知识测试，请估计受到表彰的学生人数.



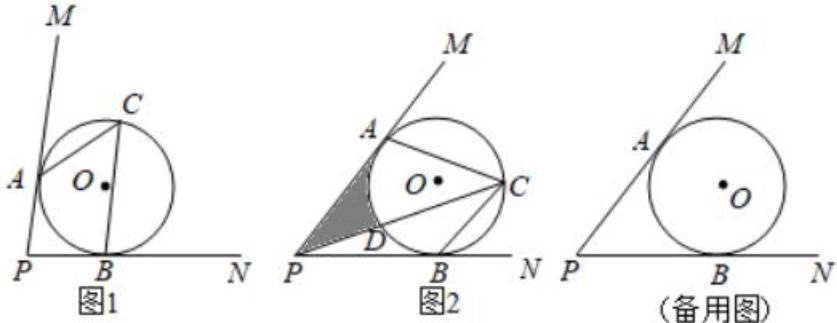
第18题图

19. (9分) 已知 $\angle MPN$ 的两边分别与 $\odot O$ 相切于点A, B, $\odot O$ 的半径为r.

(1) 如图1, 点C在点A, B之间的优弧上, $\angle MPN=80^\circ$, 求 $\angle ACB$ 的度数;

(2) 如图2, 点C在圆上运动, 当PC最大时, $\angle APB$ 的度数应为多少时, 四边形APBC为菱形? 请说明理由;

(3) 若PC交 $\odot O$ 于点D, 求第(2)问中对应的阴影部分的周长(用含r的式子表示).



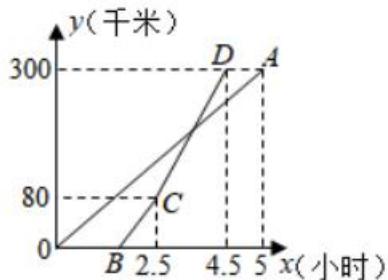
第19题图

20. (9分) 甲乙两地相距300千米, 一辆货车和一辆轿车先后从甲地出发向乙地, 轿车比货车晚出发1.5小时, 如图, 线段OA表示货车离甲地的距离y(千米)与时间x(小时)之间的函数关系; 折线BCD表示轿车离甲地的距离y(千米)与时间x(小时)之间的函数关系. 请根据图象解答下列问题:

(1) 货车的速度是_____千米/小时, B点坐标为_____;

(2) 在轿车行驶过程中, 轿车行驶多长时间两车相遇?

(3) 在行驶过程中, 货车行驶多长时间, 两车相距15千米?



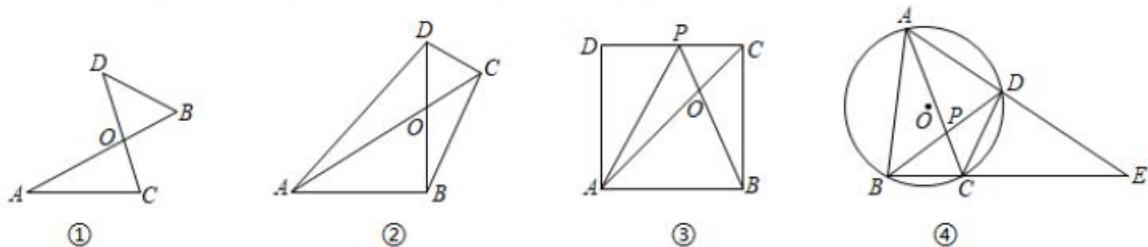
第20题图

21. (10分) 如图①, 线段AB, CD交于点O, 连接AC和BD, 若 $\angle A$ 与 $\angle B$, $\angle C$ 与 $\angle D$ 中有一组内错角成两倍关系, 则称 $\triangle AOC$ 与 $\triangle BOD$ 为倍优三角形, 其中成两倍关系的内错角中, 较大的角称为倍优角.

(1) 如图②, 在四边形ABCD中, 对角线AC, BD交于点O, 已知 $AB \perp BD$, $\triangle COD$ 为等边三角形, 求证: $\triangle AOB$, $\triangle COD$ 为倍优三角形.

(2) 如图③, 已知边长为2的正方形ABCD, 点P为边CD上一动点(不与点C, D重合), 连接AP和BP, 对角线AC和BP交于点O, 当 $\triangle AOP$ 和 $\triangle BOC$ 为倍优三角形时, 求: $\angle DAP$ 的正切值.

(3) 如图④, 四边形ABCD内接于 $\odot O$, $\triangle BCP$ 和 $\triangle ADP$ 是倍优三角形, 且 $\angle ADP$ 为倍优角, 延长AD, BC交于点E. 若 $AB=8$, $CD=5$, 求: $\odot O$ 的半径.



第21题图

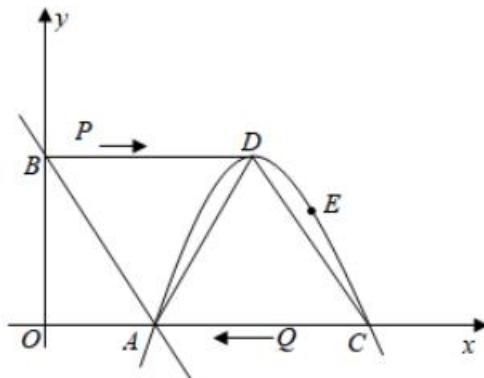
22. (11分) 如图, 直线 $y=-2x+4$ 交x轴于点A, 交y轴于点B, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 经过点A、E, 点E的坐标是(5, 3), 抛物线交x轴于另一点C(6, 0).

(1) 求抛物线的解析式.

(2) 设抛物线的顶点为D, 连接BD, AD, CD, 动点P在BD上以每秒2个单位长度的速度由点B向点D运动, 同时动点Q在线段CA上以每秒3个单位长度的速度由点C向点A运动, 当其中一个点到达终点停止运动时, 另一个点也随之停止运动, 设运动时间为t秒, PQ交线段AD于点H.

①当 $\angle DPH=\angle CAD$ 时, 求t的值;

②过点H作 $HM \perp BD$, 垂足为点M, 过点P作 $PN \perp BD$ 交线段AB或AD于点N. 在点P、Q的运动过程中, 是否存在以点P, N, H, M为顶点的四边形是矩形? 若存在, 求出t的值; 若不存在, 请说明理由.



第22题图

2021—2022 学年度第二学期第三次学情监测

九年级数学答题纸

注意事项：

1、答题前，考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔填写学校、班级、姓名、准考证号，再用2B铅笔把考号的对应数字涂黑。
2、保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破。

缺考标记 □
监考员填涂缺考

准考证号填写处

[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]
[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]
[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]
[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]
[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]
[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]
[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]
[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]
[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]
[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]

选择题（每题 3 分，共 30 分）

- | | | | |
|---|-----------------|----|-----------------|
| 1 | [A] [B] [C] [D] | 6 | [A] [B] [C] [D] |
| 2 | [A] [B] [C] [D] | 7 | [A] [B] [C] [D] |
| 3 | [A] [B] [C] [D] | 8 | [A] [B] [C] [D] |
| 4 | [A] [B] [C] [D] | 9 | [A] [B] [C] [D] |
| 5 | [A] [B] [C] [D] | 10 | [A] [B] [C] [D] |

非选择题（请在各试题的答题区内作答）

填空题（每题 3 分，共 15 分）

11. _____, 12. _____, 13. _____, 14. _____, 15. _____.

解答题（本大题共 7 个小题；共 55 分）

16. (5 分)

17. (5 分)

(1)



(2) 若菱形 ABCD 的边长 $a=2\text{cm}$, $\angle A=60^\circ$, 则此菱形 ABCD 的面积为 _____ cm^2 .

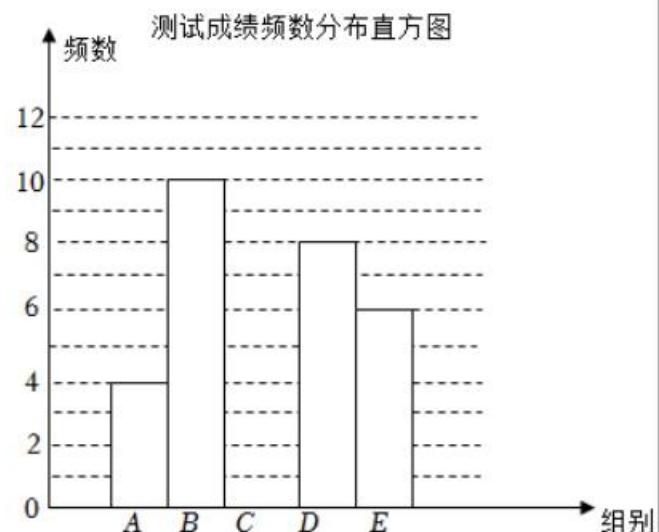
18. (6分)

(1) 填空: $m=$ _____, $n=$ _____.

(2)

(3) 若要画出该组数据的扇形统计图, 请计算 C 组所在扇形的圆心角度数为_____.

(4)



第 18 题图

19. (9分)

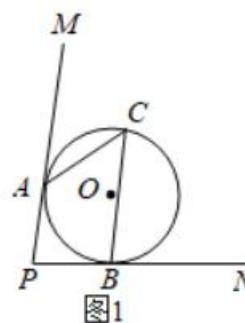


图1

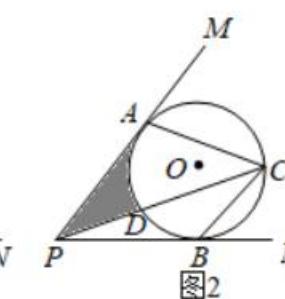
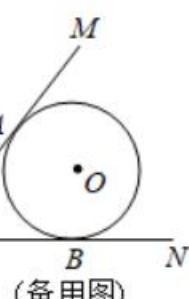


图2

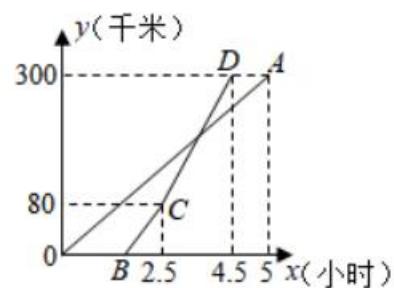


(备用图)

第 19 题图

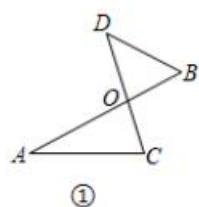
20. (9分)

(1) 货车的速度是_____千米/小时, B点坐标为_____;

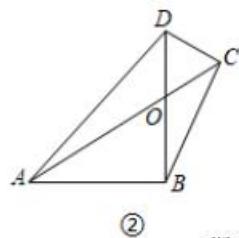


第 20 题图

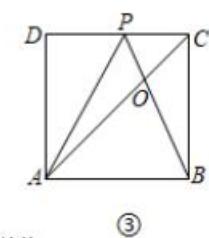
21. (10分)



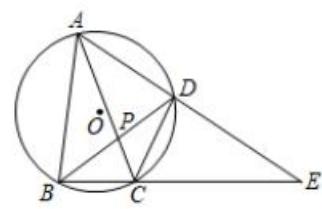
①



②

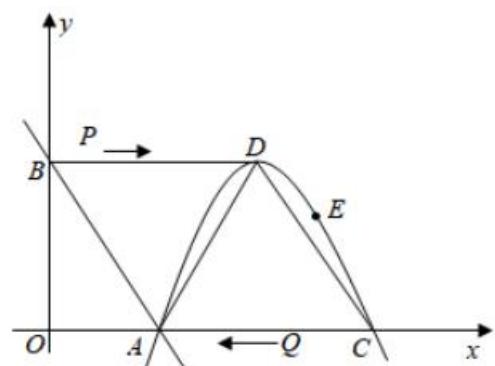


③



④

22. (11 分)



第 22 题图

2021—2022 学年度第二学期三模质量检测

九年级数学试题答案

一. 选择题: 每小题3分, 满分30分

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
选项	C	C	A	B	C	B	A	D	C	A

二. 填空题: 本题共5小题, 每题3分, 共15分

11. $\frac{1}{4}$ 12. 20 13. 12 14. (2, 2) 或 $(\frac{2}{3}, -2)$ 15. $y = \frac{4}{x} (x > 0)$

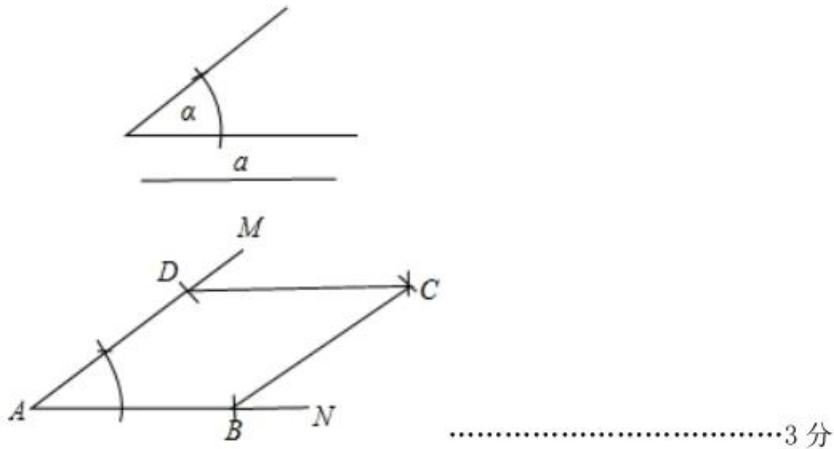
三. 解答题: 本题共7小题, 共55分.写出必要的文字说明或演算步骤.

16. (5 分)

当x=-1时，原式=1+3=4.5分

17. (5分)

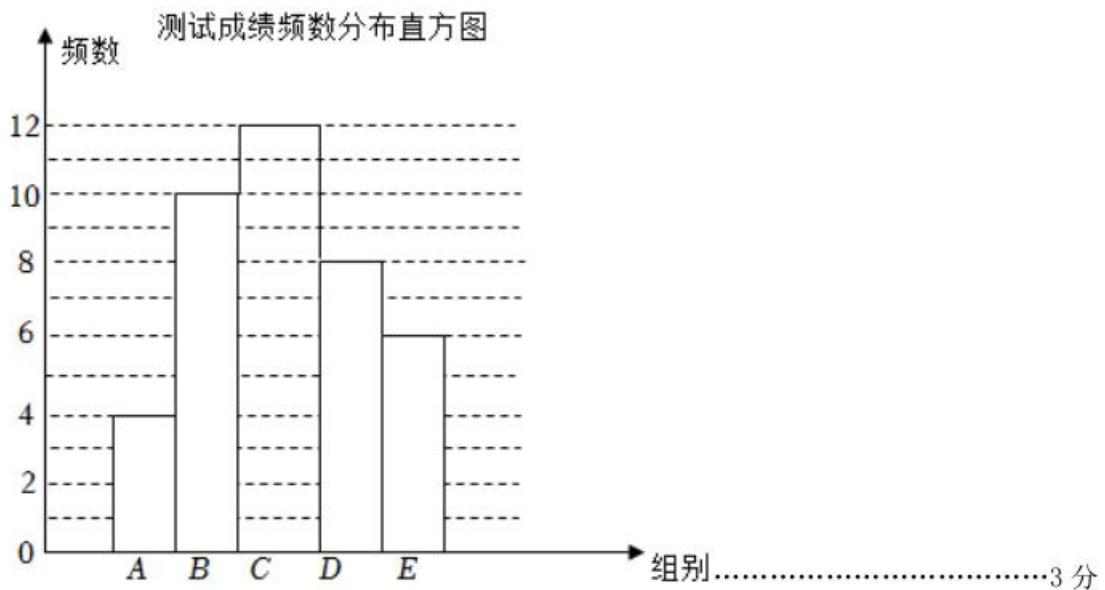
解：（1）如图菱形ABCD即为所求.



18. (6分)

解：(1) 解：(1) 12; 0.3;2分

(2) 补全频数分布直方图如下：



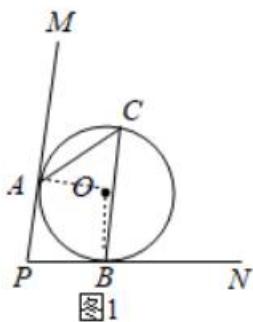
(3) 108° ;4分

(4) $400 \times \frac{8+6}{40} = 140$ (人)

答：估计受到表彰的学生人数为140人。.....6分

19. (9分)

解：(1) 如图1，连接OA，OB



\because PA, PB为 $\odot O$ 的切线

\therefore OA \perp PA, OB \perp PB

$\therefore \angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$

$$\therefore \angle APB + \angle PAO + \angle PBO + \angle AOB = 360^\circ$$

$$\therefore \angle APB + \angle AOB = 180^\circ$$

$$\therefore \angle APB = 80^\circ$$

$$\therefore \angle AOB = 100^\circ$$

$\therefore \angle ACB = 50^\circ$; 3 分

(2) 如图2, 当 $\angle APB=60^\circ$ 时, 四边形APBC是菱形.....4分

连接OA, OB

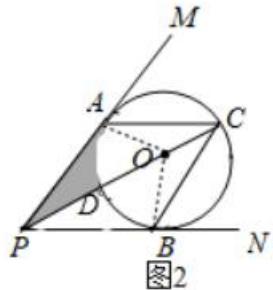


图2

由(1)可知, $\angle AOB + \angle APB = 180^\circ$

$$\therefore \angle APB = 60^\circ$$

$$\therefore \angle AOB = 120^\circ$$

$$\therefore \angle ACB = 60^\circ = \angle APB$$

\therefore 点C运动到PC距离最大

\therefore PC经过圆心

$\therefore PA, PB$ 为 $\odot O$ 的切线

$$\therefore PA = PB, \quad \angle APC = \angle BPC = 30^\circ$$

又 \because PC=PC

$\therefore \triangle APC \cong \triangle BPC$ (SAS)

$$\therefore \angle ACP = \angle BCP = 30^\circ, \quad AC = BC$$

$$\therefore \angle APC = \angle ACP = 30^\circ$$

$$\therefore AP = AC$$

$$\therefore AP = AC = PB = BC$$

∴四边形APBC是菱形；6分

(3) $\because \odot O$ 的半径为 r

$$\therefore OA = r, OP = 2r$$

$$\therefore AP = \sqrt{3}r, PD = r$$

$$\therefore \angle AOP = 90^\circ - \angle APO = 60^\circ$$

$$\therefore \text{AD的长度} = \frac{60^\circ \pi r}{180^\circ} = \frac{\pi}{3}r$$

$$60b+15=300$$

解得 $b=4.75$;

综上所述，在行驶过程中，货车行驶0.25小时或3.6小时或4.2小时或4.75小时，两车相距15千米.

.....9分

方法2：

设在行驶过程中，货车行驶b小时，两车相距15千米

轿车行驶前： $60b=15$ ，得 $b=0.25$;6分

轿车行驶后与货车相遇前，2.5小时时，甲乙两车的距离是 $60 \times 2.5 - 80 = 70$ (km)

$60b - 80 - 110(b-2.5) = 15$ ，得 $b=3.6$;7分

轿车和货车相遇后，轿车到达乙地之前

$$110(b-2.5) + 80 - 60b = 15$$

解得 $b=4.2$;8分

轿车到达乙地后，货车到达乙地前

$$60b+15=300$$

解得 $b=4.75$;

综上所述，在行驶过程中，货车行驶0.25小时或3.6小时或4.2小时或4.75小时，两车相距15千米.

(只要方法合理均可)

.....9分

21. (10分)

(1) 证明： $\because \triangle COD$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle COD = \angle OCD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = \angle COD = 60^\circ,$$

又 $\because AB \perp BD$ ，

$$\therefore \angle BAO = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle OCD = 2\angle BAO,$$

$\therefore \triangle AOB$ 与 $\triangle COD$ 为倍优三角形.3分

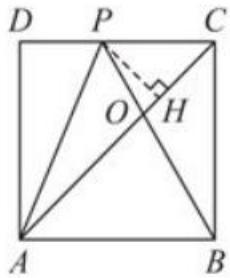
(2) 由题意， $\angle BCO > \angle PAO$ ，则 $\angle APO > \angle CBO$.

①若 $\angle BCO = 2\angle PAO$

则 $\angle DAO = 2\angle PAO$

$\therefore AP$ 平分 $\angle DAC$

过点P作PH $\perp AC$ 于H



得 $PD = PH$

设 $PD = PH = m$, 则 $PC = 2 - m$.

则 $PC = \sqrt{2} PH$

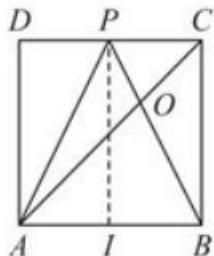
$$\therefore 2^{-m} = \sqrt{2} m$$

$$\therefore m = 2(\sqrt{2} - 1)$$

$$\therefore DP = 2(\sqrt{2} - 1)$$

②若 $\angle APO = 2\angle CBO$

过点P作 $PI \parallel BC$ 交AB于I



则 $\angle BPI = \angle CBO$

$$\text{又} \because \angle APO = 2\angle CBO$$

$$\therefore \angle APO = 2\angle BPI$$

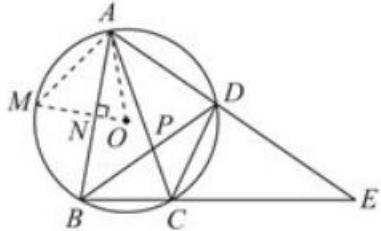
则 $\angle DAP = \angle API = \angle BPI = \angle CBP$

$$\therefore DP = CP = 1$$

$$\therefore \tan \angle DAP = \frac{DP}{AD} = \frac{1}{2}.$$

综上所述, $\angle DAP$ 的正切值为 $\sqrt{2}-1$ 或 $\frac{1}{2}$; 7 分

(3) 过O作OM \perp AB于点N, 交 $\odot O$ 于点M, 连接AM, OA.



$\therefore \angle ADP$ 为倍优角

$$\therefore \angle ADP = 2\angle CBP$$

$$\therefore AB = 2CD$$

$\therefore OM \perp AB$

$$\therefore AB = 2AM$$

$i: M \rightarrow D$

$\therefore OM \perp AB$, $AB=8$

$$\therefore AN=BN=4$$

∴ MN=3……………9分

设 $\odot O$ 的半径为 r

$$\therefore r^2 = (r - 3)^2 +$$

• 100 •

∴ ⊙O的半径为 $\frac{25}{6}$ 10 分

22. (11分) 解: (1) 在直线 $y=-2x+4$ 中

令 $x=0$ 时， $y=4$

\therefore 点B坐标 (0, 4)

令 $y=0$ 时，得： $-2x+4=0$

解得： $x=2$

\therefore 点A(2, 0)

∴ 抛物线经过点A(2, 0), C(6, 0), E(5, 3)

∴可设抛物线解析式为 $y=a(x-2)(x-6)$

将E(5, 3)代入, 得: $3=a \times (5-2) \times (5-6)$

解得： $a = -1$

∴抛物线解析式为: $y = -(x-2)(x-6) = -x^2 + 8x - 12$;3分

(2) ① ∵ 抛物线解析式为: $y = -x^2 + 8x - 12 = -(x-4)^2 + 4$

\therefore 顶点D(4, 4)

∴ 点B坐标 (0, 4)

$\therefore BD \parallel OC$, $BD = 4$

∴由(1)可知: 点C(6, 0), 点A(2, 0)

$$\therefore AC=4$$

\therefore 点D(4, 4), 点C(6, 0), 点A(2, 0)

$$\therefore AD = CD = 2\sqrt{5}$$

$$\therefore \angle DAC = \angle DCA$$

$\therefore BD \parallel AC$

$$\therefore \angle DPH = \angle PQA$$

$$\text{又} \because \angle DPH = \angle DAC$$

$$\therefore \angle PQA = \angle DAC$$

$$\therefore \angle DAC = \angle DCA$$

$$\therefore \angle PQA = \angle DCA$$

$$\therefore PQ \parallel DC$$

$\therefore BD \parallel AC$

∴ 四边形PDCQ是平行四边形

$$\therefore PD = QC$$

$$\therefore 4 - 2t = 3t$$

$$t = \frac{4}{\pi} \approx 1.27$$

...
5,

⁵ See also the discussion of the relationship between the two types of systems in the section on “The Two Types of Systems” above.

$$\frac{\sqrt{3}}{5}.$$

如图，若点N在AB上时，即 $0 \leq t \leq 1$

• BD // OC

∴ $\angle DBA = \angle OAB$

· 点B坐标(0, 4), A(2, 0), 点D(4, 4)

$$\therefore AB = AD = 2\sqrt{5}, \quad OA = 2, \quad OB = 4$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ADB$$

$$\therefore \tan \angle OAB = \frac{OB}{OA} = \frac{4}{2} = \tan \angle DBA = \frac{PN}{BP}$$

$$\therefore PN = 2BP = 4t$$

$$\therefore MH = PN = 4t$$

$$\therefore \tan \angle ADB = \tan \angle ABD = \frac{MH}{MD} = 2$$

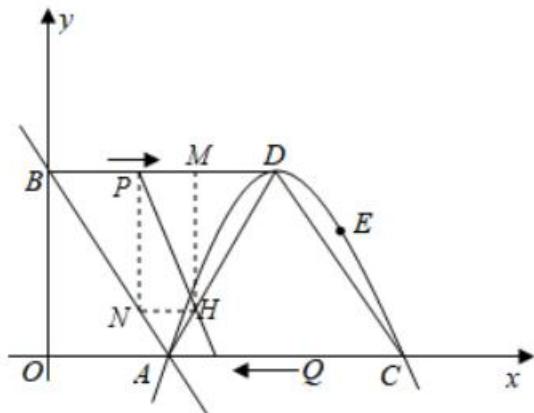


图2

$$\therefore MD = 2t$$

$$\therefore DH = \sqrt{MD^2 + MH^2} = 2\sqrt{5} \text{ t}$$

$$\therefore AH = AD - DH = 2\sqrt{5} - 2\sqrt{5}t$$

$\therefore BD \parallel OC$

$$\therefore \frac{PD}{AQ} = \frac{DH}{AH}$$

$$\therefore \frac{4-2t}{4-3t} = \frac{2\sqrt{5}t}{2\sqrt{5}-2\sqrt{5}t}$$

$$\therefore 5t^2 - 10t + 4 = 0$$

若点N在AD上，即 $1 < t \leq \frac{4}{3}$ ，

$\therefore PN = MH$,

\therefore 点H、N重合, 此时以点P, N, H, M为顶点的矩形不存在,

综上所述：当以点P，N，H，M为顶点的四边形是矩形时，t的值为1-

$$\frac{\sqrt{5}}{5}.$$