

## 数 学 试 题

本试卷分试题和答题卡两部分,所有答案一律写在答题卡上.考试时间为 120 分钟.试卷满分为 150 分.

注意事项:

1. 答卷前,考生务必用 0.5 毫米黑色墨水签字笔将自己的姓名、准考证号填写在答题卡的相应位置上,并认真核对条形码上的姓名、准考证号是否与本人的相符合.

2. 答选择题必须用 2B 铅笔将答题卡上对应题目中的选项标号涂黑.如需改动,请用橡皮擦干净后,再选涂其他答案.答非选择题必须用 0.5 毫米黑色墨水签字笔作答,请把答案填写在答题卡指定区域内相应的位置,在其他区域答题一律无效.

3. 作图必须用 2B 铅笔作答,并请加黑加粗、描写清楚.

4. 卷中除要求近似计算的结果取近似值外,其他均应给出精确结果.

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分.在每小题所给出的四个选项中,只有一项是正确的,请用 2B 铅笔把答题卡上相应的选项标号涂黑.)

1.  $-\frac{1}{5}$  的倒数是 ..... (▲)

- A.  $-\frac{1}{5}$                       B.  $-5$                       C.  $\frac{1}{5}$                       D.  $5$

2. 函数  $y=\sqrt{4-x}$  中自变量  $x$  的取值范围是 ..... (▲)

- A.  $x>4$                       B.  $x<4$                       C.  $x\geq 4$                       D.  $x\leq 4$

3. 已知一组数据:111,113,115,115,116,这组数据的平均数和众数分别是 ..... (▲)

- A. 114,115                      B. 114,114                      C. 115,114                      D. 115,115

4. 分式方程  $\frac{2}{x-3}=\frac{1}{x}$  的解是 ..... (▲)

- A.  $x=1$                       B.  $x=-1$                       C.  $x=3$                       D.  $x=-3$

5. 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中, $\angle C=90^\circ$ , $AC=3$ , $BC=4$ ,以  $AC$  所在直线为轴,把  $\triangle ABC$  旋转 1 周,得到圆锥,则该圆锥的侧面积为 ..... (▲)

- A.  $12\pi$                       B.  $15\pi$                       C.  $20\pi$                       D.  $24\pi$

6. 雪花、风车……展示着中心对称的美,利用中心对称,可以探索并证明图形的性质.请思考在下列图形中,是中心对称图形但不一定是轴对称图形的为 ..... (▲)

- A. 扇形                      B. 平行四边形                      C. 等边三角形                      D. 矩形

7. 如图, $AB$  是圆  $O$  的直径,弦  $AD$  平分  $\angle BAC$ ,过点  $D$  的切线交  $AC$  于点  $E$ , $\angle EAD=25^\circ$ ,则下列结论错误的是 ..... (▲)

- A.  $AE\perp DE$                       B.  $AE\parallel OD$                       C.  $DE=OD$                       D.  $\angle BOD=50^\circ$

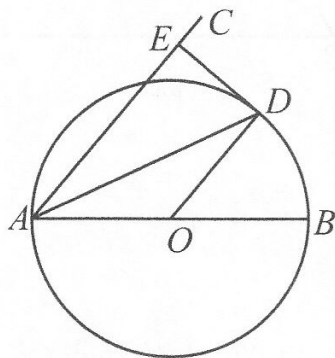
8. 下列命题中,是真命题的有 ..... (▲)

- ①对角线相等且互相平分的四边形是矩形      ②对角线互相垂直的四边形是菱形  
③四边相等的四边形是正方形                      ④四边相等的四边形是菱形

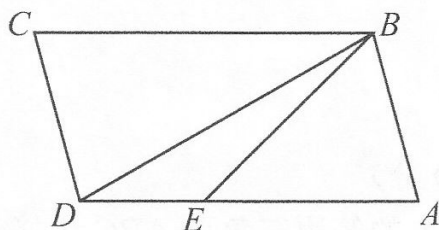
- A. ①②                      B. ①④                      C. ②③                      D. ③④

9. 一次函数  $y = mx + n$  的图像与反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  的图像交于点  $A$ 、 $B$ ，其中点  $A$ 、 $B$  的坐标为  $A\left(-\frac{1}{m}, -2m\right)$ 、 $B(m, 1)$ ，则  $\triangle OAB$  的面积是 ..... (▲)
- A. 3                      B.  $\frac{13}{4}$                       C.  $\frac{7}{2}$                       D.  $\frac{15}{4}$

10. 如图，在  $\square ABCD$  中， $AD = BD$ ， $\angle ADC = 105^\circ$ ，点  $E$  在  $AD$  上， $\angle EBA = 60^\circ$ ，则  $\frac{ED}{CD}$  的值是 ..... (▲)
- A.  $\frac{2}{3}$                       B.  $\frac{1}{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$



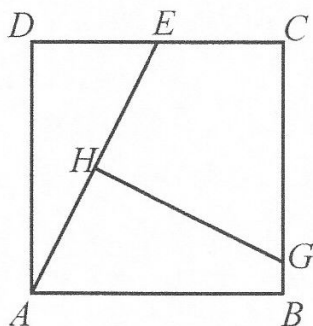
(第 7 题)



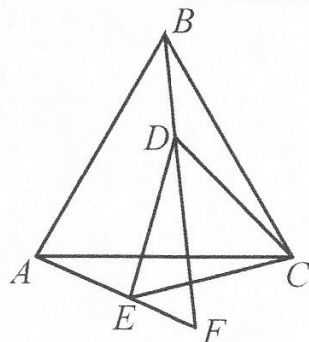
(第 10 题)

**二、填空题(本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.不需写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应的位置上.)**

11. 分解因式： $2a^2 - 4a + 2 =$  ▲.
12. 高速公路便捷了物流和出行，构建了我们更好的生活.交通运输部的数据显示，截止去年底，我国高速公路通车里程 161000 公里，稳居世界第一.161000 这个数据用科学记数法可表示为 ▲.
13. 二元一次方程组  $\begin{cases} 3x + 2y = 12, \\ 2x - y = 1 \end{cases}$  的解为 ▲.
14. 请写出一个函数的表达式，使其图像分别与  $x$  轴的负半轴、 $y$  轴的正半轴相交：▲.
15. 请写出命题“如果  $a > b$ ，那么  $b - a < 0$ ”的逆命题：▲.
16. 如图，正方形  $ABCD$  的边长为 8，点  $E$  是  $CD$  的中点， $HG$  垂直平分  $AE$  且分别交  $AE$ 、 $BC$  于点  $H$ 、 $G$ ，则  $BG =$  ▲.
17. 把二次函数  $y = x^2 + 4x + m$  的图像向上平移 1 个单位长度，再向右平移 3 个单位长度，如果平移后所得抛物线与坐标轴有且只有一个公共点，那么  $m$  应满足条件：▲.
18.  $\triangle ABC$  是边长为 5 的等边三角形， $\triangle DCE$  是边长为 3 的等边三角形，直线  $BD$  与直线  $AE$  交于点  $F$ .如图，若点  $D$  在  $\triangle ABC$  内， $\angle DBC = 20^\circ$ ，则  $\angle BAF =$  ▲°；现将  $\triangle DCE$  绕点  $C$  旋转 1 周，在这个旋转过程中，线段  $AF$  长度的最小值是 ▲.



(第 16 题)



(第 18 题)

三、解答题(本大题共 10 小题,共 96 分.请在答题卡指定区域内作答,解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤等.)

19. (本题满分 8 分)

计算:(1)  $\left| -\frac{1}{2} \right| \times (-\sqrt{3})^2 - \cos 60^\circ$ ; (2)  $a(a+2) - (a+b)(a-b) - b(b-3)$ .

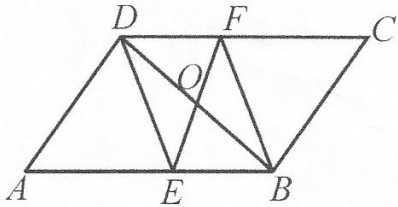
20. (本题满分 8 分)

(1)解方程: $x^2 - 2x - 5 = 0$ ; (2)解不等式组: $\begin{cases} 2(x+1) > 4, \\ 3x \leq x+5. \end{cases}$

21. (本题满分 10 分)

如图,在  $\square ABCD$  中,点  $O$  为对角线  $BD$  的中点, $EF$  过点  $O$  且分别交  $AB$ 、 $DC$  于点  $E$ 、 $F$ ,连接  $DE$ 、 $BF$ .

求证:(1)  $\triangle DOF \cong \triangle BOE$ ;  
(2)  $DE = BF$ .



22. (本题满分 10 分)

建国中学有 7 位学生的生日是 10 月 1 日,其中男生分别记为  $A_1, A_2, A_3, A_4$ ,女生分别记为  $B_1, B_2, B_3$ .学校准备召开国庆联欢会,计划从这 7 位学生中抽取学生参与联欢会的访谈活动.

- (1)若任意抽取 1 位学生,且抽取的学生为女生的概率是  $\frac{3}{7}$ ;
- (2)若先从男生中任意抽取 1 位,再从女生中任意抽取 1 位,求抽得的 2 位学生中至少有 1 位是  $A_1$  或  $B_1$  的概率.(请用“画树状图”或“列表”等方法写出分析过程)

23. (本题满分 10 分)

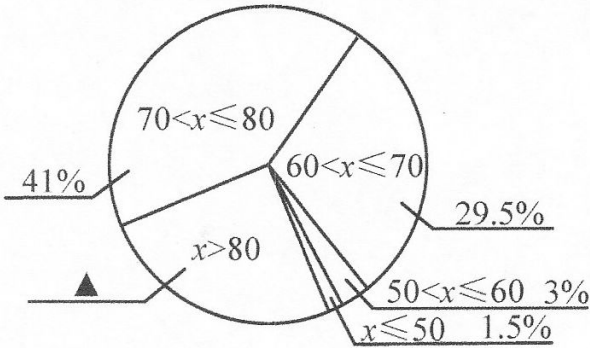
育人中学初二年级共有 200 名学生,2021 年秋学期学校组织初二年级学生参加 30 秒跳绳训练,开学初和学期末分别对初二年级全体学生进行了摸底测试和最终测试,两次测试数据如下:

育人中学初二学生 30 秒跳绳测试成绩的频数分布表

跳绳个数( $x$ )	$x \leq 50$	$50 < x \leq 60$	$60 < x \leq 70$	$70 < x \leq 80$	$x > 80$
频数(摸底测试)	19	27	72	$a$	17
频数(最终测试)	3	6	59	$b$	$c$

- (1)表格中  $a = 41$ ;
- (2)请把下面的扇形统计图补充完整;(只需标注相应的数据)
- (3)请问经过一个学期的训练,该校初二年级学生最终测试 30 秒跳绳超过 80 个的人数有多少?

育人中学初二学生 30 秒跳绳最终测试成绩的扇形统计图



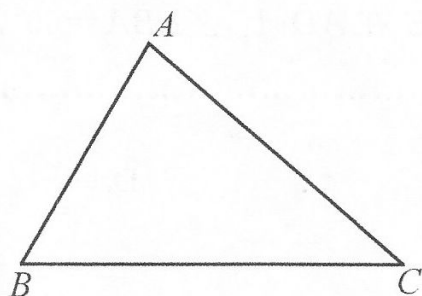


24. (本题满分 10 分)

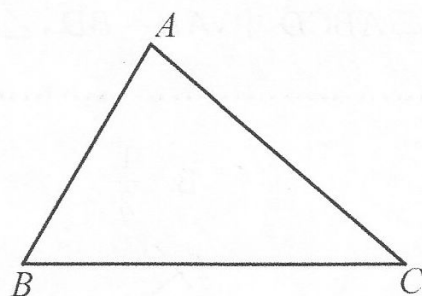
如图,  $\triangle ABC$  为锐角三角形.

(1) 请在图 1 中用无刻度的直尺和圆规作图: 在  $AC$  右上方确定点  $D$ , 使  $\angle DAC = \angle ACB$ , 且  $CD \perp AD$ ; (不写作法, 保留作图痕迹)

(2) 在(1)的条件下, 若  $\angle B = 60^\circ$ ,  $AB = 2$ ,  $BC = 3$ , 则四边形  $ABCD$  的面积为     . (如需画草图, 请使用试卷中的图 2)



(图 1)



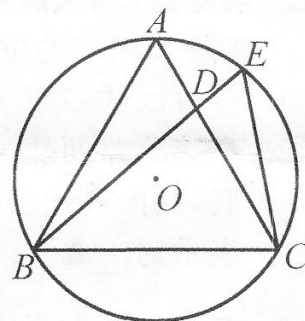
(图 2)

25. (本题满分 10 分)

如图, 边长为 6 的等边三角形  $ABC$  内接于  $\odot O$ , 点  $D$  为  $AC$  上的动点 (点  $A$ 、 $C$  除外),  $BD$  的延长线交  $\odot O$  于点  $E$ , 连接  $CE$ .

(1) 求证:  $\triangle CED \sim \triangle BAD$ ;

(2) 当  $DC = 2AD$  时, 求  $CE$  的长.

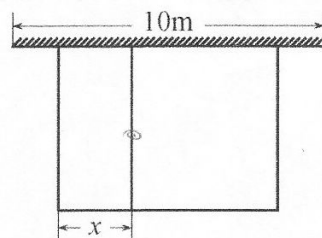


26. (本题满分 10 分)

某农场计划建造一个矩形养殖场, 为充分利用现有资源, 该矩形养殖场一面靠墙 (墙的宽度为 10 m), 另外三面用栅栏围成, 中间再用栅栏把它分成两个面积为 1 : 2 的矩形, 已知栅栏的总长度为 24 m, 设较小矩形的宽为  $x$  m (如图).

(1) 若矩形养殖场的总面积为  $36 \text{ m}^2$ , 求此时  $x$  的值;

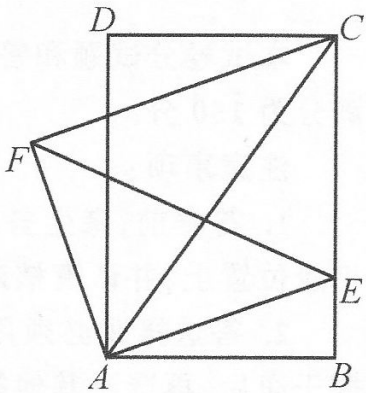
(2) 当  $x$  为多少时, 矩形养殖场的总面积最大? 最大值为多少?



27. (本题满分 10 分)

如图,已知四边形  $ABCD$  为矩形, $AB=2\sqrt{2}$ , $BC=4$ ,点  $E$  在  $BC$  上, $CE=AE$ ,将  $\triangle ABC$  沿  $AC$  翻折到  $\triangle AFC$ ,连接  $EF$ .

- (1)求  $EF$  的长;
- (2)求  $\sin\angle CEF$  的值.



28. (本题满分 10 分)

已知二次函数  $y=-\frac{1}{4}x^2+bx+c$  图像的对称轴与  $x$  轴交于点  $A(1,0)$ ,图像与  $y$  轴交于点  $B(0,3)$ , $C$ 、 $D$  为该二次函数图像上的两个动点(点  $C$  在点  $D$  的左侧),且  $\angle CAD=90^\circ$ .

- (1)求该二次函数的表达式;
- (2)若点  $C$  与点  $B$  重合,求  $\tan\angle CDA$  的值;
- (3)点  $C$  是否存在其他的位置,使得  $\tan\angle CDA$  的值与(2)中所求的值相等? 若存在,请求出点  $C$  的坐标;若不存在,请说明理由.

