

# 2022 年 6 月初三质量检测数学试卷

班级\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_

## 一、选择题（每题 3 分，共 30 分）

1、-2 的倒数是（ ）

- A. 2                      B. -2                      C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $-\frac{1}{2}$

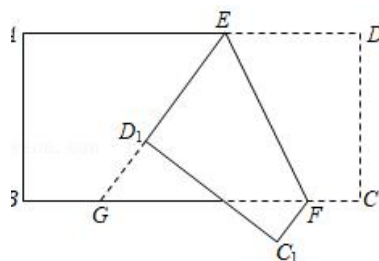
2、下列运算正确的是（ ）

- A.  $\sqrt{4} = \pm 2$       B.  $a^0 \div a^3 = a^3$       C.  $(a+b)^2 = a^2 + b^2$       D.  $2a^2b - ba^2 = a^2b$

3、3 月 14 日是国际数学节，为迎接数学节，某学校 3 月份举办“数学嘉年华之手抄报评比活动”，对甲、乙、丙、丁四组候选作品进行量化评分，具体成绩（百分制）如下表，如果按照创新性占 60%，丰富性占 40%计算总成绩，并根据总成绩择优推荐，那么应推荐的作品是（ ）

项目作品	甲	乙	丙	丁
创新性	90	95	90	90
丰富性	90	90	95	85

- A. 甲                      B. 乙                      C. 丙                      D. 丁



4 题

4、如图，将矩形纸片  $ABCD$  沿  $EF$  折叠后，点  $D$ 、 $C$  分别落在点  $D_1$ 、 $C_1$  的位置， $ED_1$  的延长线交  $BC$  于点  $G$ ，若  $\angle EFG = 64^\circ$ ，则  $\angle EGB$  等于（ ）

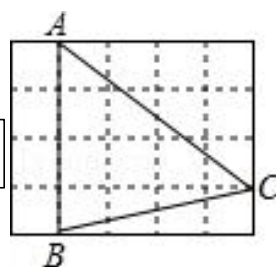
- A.  $128^\circ$                       B.  $130^\circ$                       C.  $132^\circ$                       D.  $136^\circ$

5、如图，在  $5 \times 4$  的正方形网格中，每个小正方形的边长都是 1， $\triangle ABC$  的顶点都在这些小正方形的顶点上，则  $\cos \angle BAC$  的值为（ ）

- A.  $\frac{4}{3}$                       B.  $\frac{3}{4}$                       C.  $\frac{3}{5}$                       D.  $\frac{4}{5}$

6、下列命题正确的是（ ）

- A. 菱形的对角线相等      B. 平行四边形的对角互补  
C. 对角线相等的平行四边形是矩形      D. 有三个角为直角的四边形是正方形



5 题

7、中国古代数学家刘徽在《九章算术注》中，给出了证明三角形面积公式的出入相补法．如图所示，在  $\triangle ABC$  中，分别取  $AB$ 、 $AC$  的中点  $D$ 、 $E$ ，连接  $DE$ ，过点  $A$  作  $AF \perp DE$ ，垂足为  $F$ ，将  $\triangle ABC$  分割后拼接成矩形  $BCHG$ ．若  $DE = 3$ ， $AF = 2$ ，则  $\triangle ABC$  的面积是（ ）．

- A. 6                      B. 8                      C. 10                      D. 12

8、如图，在  $\triangle ABC$  中， $AB = AC = 6$ ， $BC = 4$ ， $AD$  是  $BC$  边上的高， $AM$  是  $\triangle ABC$  外角  $\angle CAE$  的平分线，以点  $D$  为圆心，适当长为半径画弧，交  $DA$  于点  $G$ ，交  $DC$  于点  $H$ 。再分别以点  $G$ 、 $H$  为圆心，大于  $\frac{1}{2}GH$  的长为半径画弧，两弧在  $\angle ADC$  内部交于点  $Q$ ，连接  $DQ$  并延长与  $AM$  交于点  $F$ ，则  $DF$  的长度为( )

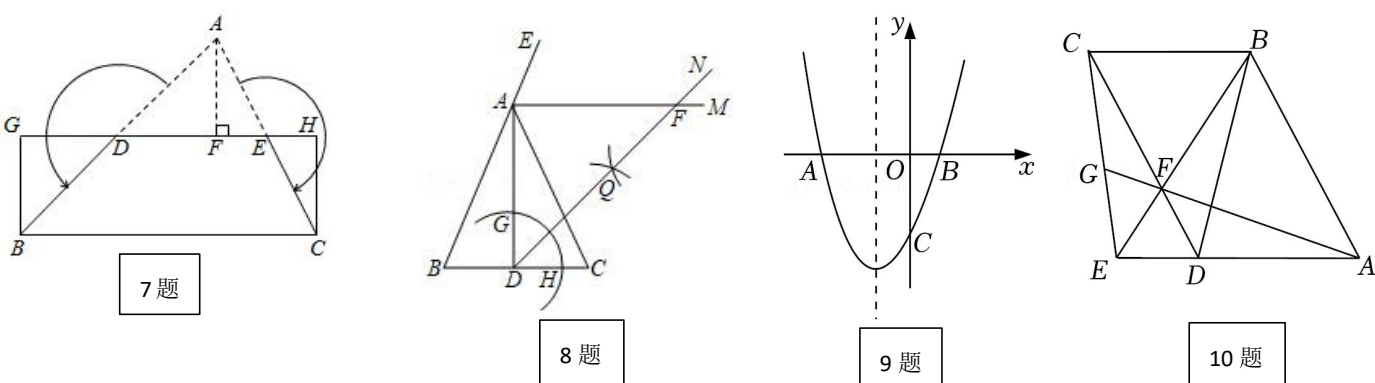
- A. 6                      B. 8                      C.  $4\sqrt{2}$                       D.  $6\sqrt{2}$

9、如图，抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a > 0$ ) 与  $x$  轴交于  $A(-3, 0)$ 、 $B$  两点，与  $y$  轴交于点  $C$ ，点  $(m - 5, n)$  与点  $(3 - m, n)$  也在该抛物线上。下列结论：①点  $B$  的坐标为  $(1, 0)$ ；②方程  $ax^2 + bx + c - 2 = 0$  有两个不相等的实数根；③  $\frac{5}{4}a + c < 0$ ；④当  $x = -t^2 - 2$  时， $y \geq c$ 。正确的有( )

- A. 1 个                      B. 2 个                      C. 3 个                      D. 4 个

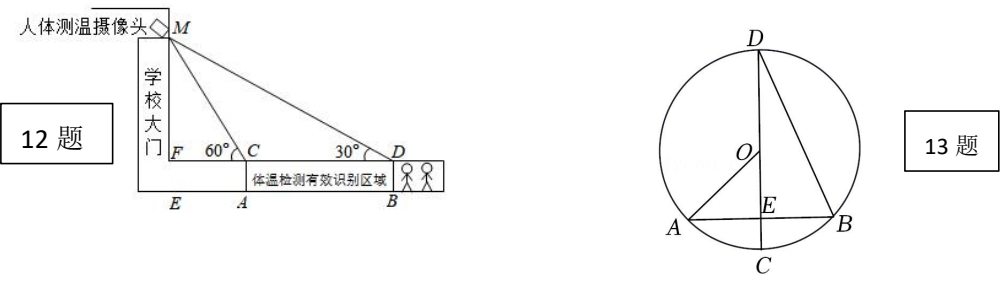
10、如图，在平行四边形  $ABCD$  中， $\angle BAD = 60^\circ$ ，延长  $AD$  至点  $E$  使得  $AE = AB$ ，连接  $BE$  交  $CD$  于点  $F$ ，连接并延长  $AF$ ，交  $CE$  于点  $G$ 。下列结论：①  $\triangle BAD \cong \triangle EBC$ ；②  $BD = AF$ ；③  $BD \perp AG$ ；④若  $AD = 2DE$ ，则  $\frac{FG}{CG} = \frac{1}{2}$ 。其中，正确的个数为( )

- A. 1 个                      B. 2 个                      C. 3 个                      D. 4 个

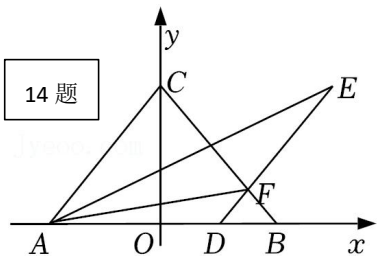


二、填空（每题 3 分，共 15 分）

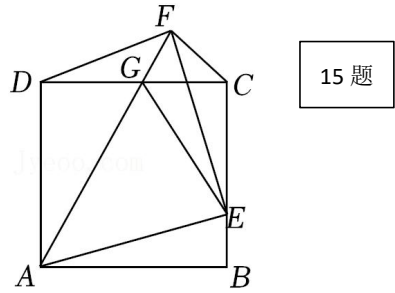
- 11、 $ab^2 - 2ab + a =$ \_\_\_\_\_.
- 12、在疫情防控工作中，某学校在校门口的大门上方安装了一个人体测温摄像头。如图，学校大门高  $ME = 7.5$  米， $AB$  为体温监测有效识别区域的长度，小明身高  $BD = 1.5$  米，他站在点  $B$  处测得摄像头  $M$  的仰角为  $30^\circ$ ，站在点  $A$  处测得摄像头  $M$  的仰角为  $60^\circ$ ，求体温监测有效识别区域  $AB$  的长度=\_\_\_\_\_（结果带根号表示）。
- 13、如图，已知  $\odot O$  的直径  $CD$  垂直于弦  $AB$ ，垂足为点  $E$ ， $\angle D = 22.5^\circ$ ， $AB = 8$ ，则半径  $OA$  的长为 \_\_\_\_\_



14、如图，在平面直角坐标系中，点  $O$  为坐标原点， $\triangle ABC$  的顶点均落在坐标轴上，且  $AC=BC$ ，将线段  $AC$  沿  $x$  轴正方向平移至  $DE$ ，点  $D$  恰好为  $OB$  中点， $DE$  与  $BC$  交于点  $F$ ，连接  $AE$ 、 $AF$ 。若  $\triangle AEF$  的面积为 6，点  $E$  在函数  $y=\frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 的图象上，则  $k$  的值为\_\_\_\_\_



15、如图，已知正方形  $ABCD$  中， $AB=2$ ，点  $E$  为  $BC$  边上一动点（不与点  $B$ 、 $C$  重合），连接  $AE$ ，将  $AE$  绕点  $E$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到  $EF$ ，连接  $CF$ ，连接  $AF$  与  $CD$  相交于点  $G$ ，连接  $DF$ ，当  $DF$  最小时，四边形  $CEGF$  的面积是 \_\_\_\_\_。

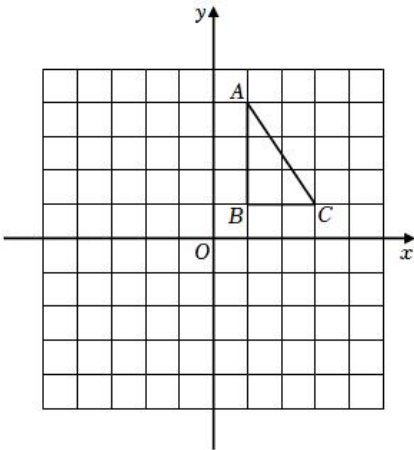


三、计算

16、（5 分）计算： $|1 - 2\cos 30^\circ| + \sqrt{12} - (-\frac{1}{2})^{-1} - (5 - \pi)^0$ 。

17、（6 分）如图，在由边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中，给出了格点  $\triangle ABC$ （顶点为网格线的交点）。

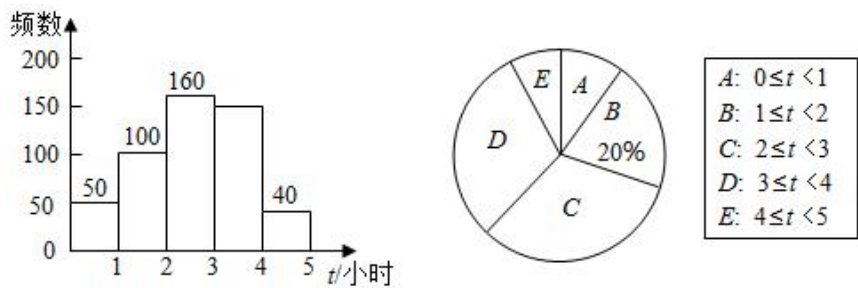
- （1）作出  $\triangle ABC$  关于  $x$  轴对称的  $\triangle A_1B_1C_1$ ，并画出  $\triangle A_1B_1C_1$ （并标记各顶点字母）
- （2）以原点  $O$  为旋转中心，将  $\triangle ABC$  逆时针旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle A_2B_2C_2$ ，并画出  $\triangle A_2B_2C_2$ （并标记各顶点字母）；
- （3）在（2）的旋转过程中，线段  $BC$  扫过的面积为 \_\_\_\_\_（结果保留  $\pi$ ）。



18、（8分）新冠疫情防控期间，银川市某中学积极开展“停课不停学”网络教学活动．为了了解初中生每日线上学习时长  $t$  （单位：小时）的情况，在全校范围内随机抽取了部分初中生进行调查，并将所收集的数据分组整理，绘制了如图所示的不完整的频数分布直方图和扇形统计图．

根据图中信息，解答下列问题：

- （1）在这次调查活动中，一共抽取了多少名初中生？
- （2）若该校有 2000 名初中生，请你估计该校每日线上学习时长在“ $3 \leq t < 4$ ”范围的初中生共有多少名？
- （3）每日线上学习时长恰好在“ $2 \leq t < 3$ ”范围的初中生中有甲、乙、丙、丁 4 人表现特别突出，现从 4 人中随机选出 2 人分享在线学习心得，用列表或画树状图的方法求恰好选中甲和乙的概率．

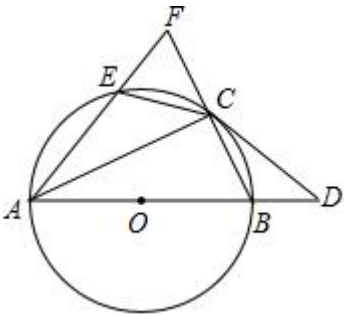


19、（8分）国家推行“节能减排，低碳经济”政策后，电动汽车非常畅销．某汽车经销商购进  $A$ 、 $B$  两种型号的电动汽车，其中  $A$  型汽车的进货单价比  $B$  型汽车的进货单价多 4 万元，花 100 万元购进  $A$  型汽车的数量与花 60 万元购进  $B$  型汽车的数量相同，在销售中发现：每天  $A$  型号汽车的销量  $y_A = 2$ （台）， $B$  型号汽车的每天销量  $y_B$ （台）与售价  $x$ （万元/台）满足关系式  $y_B = -x + 10$ ．

- （1）求  $A$ 、 $B$  两种型号的汽车的进货单价；
- （2）若  $A$  型汽车的售价比  $B$  型汽车的售价高 2 万元/台，且两款汽车的售价均不低于进货价，设  $B$  型汽车售价为  $x$  万元/台，每天销售这两种车的总利润为  $W$  万元，当  $B$  型汽车售价定为多少时，每天销售这两种车的总利润最大？最大总利润是多少万元？

20、（9分）如图，四边形  $ABCE$  内接于  $\odot O$ ， $AB$  是  $\odot O$  的直径，点  $D$  在  $AB$  的延长线上，延长  $AE$  交  $BC$  的延长线于点  $F$ ，点  $C$  是  $BF$  的中点， $\angle BCD = \angle CAE$ ．

- （1）求证： $CD$  是  $\odot O$  的切线；（2）求证： $\triangle CEF$  是等腰三角形；
- （3）若  $BD = 1$ ， $CD = 2$ ，直接写出  $\cos \angle CBA$  的值及  $EF$  的长



21、（9分）【问题呈现】某学校的数学社团成员在学习时遇到这样一个题目：

如图 1，在  $\triangle ABC$  中， $AB > AC$ ， $AD$  平分  $\angle BAC$  交  $BC$  于点  $D$ ，点  $E$  在  $DC$  的延长线上，过  $E$  作  $EF \parallel AB$  交  $AC$  的延长线于点  $F$ ，当  $BD:DE=1$  时，为了探究：线段  $AF$ 、 $EF$ 、 $AB$  之间的数量关系；

【方法探究】社团成员在研究探讨后，提出了下面的思路：

在图 1 中，延长线段  $AD$ ，交线段  $EF$  的延长线于点  $M$ ，可以用  $AAS$  明  $\triangle ABD \cong \triangle MED$ ，从而得到  $EM = AB \dots$ ；最后得到线段  $AF$ 、 $EF$ 、 $AB$  之间的数量关系为\_\_\_\_\_；（直接写出关系式）（2 分）

（1）请接着完成剩下的说理过程；

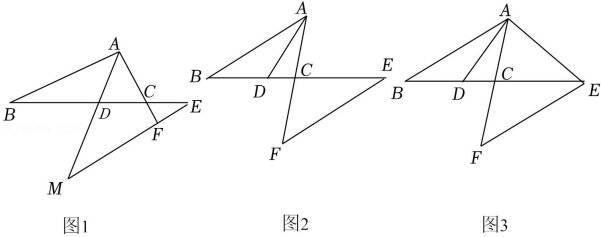
【方法运用】

（2）在图 1 中，若  $BD:DE=k$ ，则线段  $AF$ 、 $EF$ 、 $AB$  之间的数量关系为 \_\_\_\_\_（用含  $k$  的式子表示，不需要证明）；（2 分）

（3）如图 2，若  $AB=7$ ， $EF=6$ ， $AF=8$ ， $BE=12$ ，求出  $BD$  的长；（3 分）

【拓展提升】

（4）如图 3，若  $DE=2BD$ ，连接  $AE$ ，已知  $AB=9$ ， $\tan \angle DAF = \frac{1}{2}$ ， $AE=2\sqrt{17}$ ，且  $AF > EF$ ，则边  $EF$  的长 =\_\_\_\_\_。（2 分）



22、（10 分）若直线  $y = -2x+4$  与  $y$  轴交于点  $A$ ，与  $x$  轴交于点  $B$ ，二次函数  $y=ax^2+3x+c$  的图象经过点  $A$ ，交  $x$  轴于  $C$ 、 $D$  两点，且抛物线的对称轴为直线  $x=\frac{3}{2}$ .

（1）求二次函数的解析式；

（2）过点  $C$  作直线  $CE \parallel AB$  交  $y$  轴于点  $E$ ，点  $P$  是直线  $CE$  上一动点，点  $Q$  是第一象限抛物线上一动点，求四边形  $APBQ$  面积的最大值与此时点  $Q$  的坐标；

（3）在（2）的结论下，点  $E$  是抛物线的顶点，对称轴与  $x$  轴交于点  $G$ ，直线  $EQ$  交  $x$  轴于点  $F$ ，在抛物线的对称轴上是否存在一点  $M$ ，使得  $\angle MFQ + \angle CAO = 45^\circ$ ，直接写点  $M$  的坐标.

