

海南省 2022 年初中学业水平考试

数 学

(全卷满分 120 分, 考试时间 100 分钟)

一、选择题 (本大题满分 36 分, 每小题 3 分)

在下列各题的四个备选答案中, 有且只有一个是正确的, 请在答题卡上把你认为正确的答案的字母代号按要求用 2B 铅笔涂黑.

1. 实数 -2 的相反数是

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

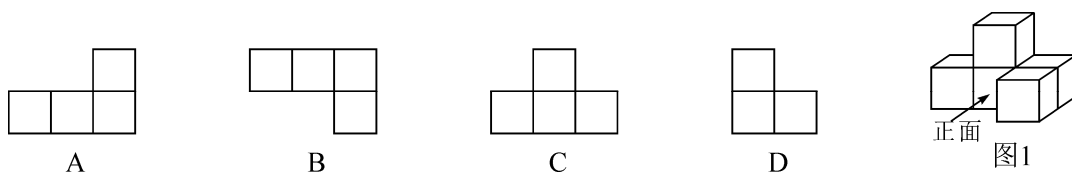
2. 为了加快构建清洁低碳、安全高效的能源体系, 国家发布《关于促进新时代新能源高质量发展的实施方案》, 旨在锚定到 2030 年我国风电、太阳能发电总装机容量达到 1200000000 千瓦以上的目标. 数据 1200000000 用科学记数法表示为

- A. 1.2×10^{10} B. 1.2×10^9 C. 1.2×10^8 D. 12×10^8

3. 若代数式 $x+1$ 的值为 6, 则 x 等于

- A. 5 B. -5 C. 7 D. -7

4. 图 1 是由 5 个完全相同的小正方体摆成的几何体, 则这个几何体的主视图是



5. 在一次视力检查中, 某班 7 名学生右眼视力的检查结果为: 4.2、4.3、4.5、4.6、4.8、4.8、5.0, 这组数据的中位数和众数分别是

- A. 5.0, 4.6 B. 4.6, 5.0 C. 4.8, 4.6 D. 4.6, 4.8

6. 下列计算中, 正确的是

- A. $(a^3)^4 = a^7$ B. $a^2 \cdot a^6 = a^8$ C. $a^3 + a^3 = a^6$ D. $a^8 \div a^4 = a^2$

7. 若反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象经过点 $(2, -3)$, 则它的图象也一定经过的点是

- A. $(-2, -3)$ B. $(-3, -2)$ C. $(1, -6)$ D. $(6, 1)$

8. 分式方程 $\frac{2}{x-1} - 1 = 0$ 的解是

- A. $x=1$ B. $x=-2$
C. $x=3$ D. $x=-3$

9. 如图 2, 直线 $m \parallel n$, $\triangle ABC$ 是等边三角形, 顶点 B 在直线 n 上, 直线 m 交 AB 于点 E , 交 AC 于点 F , 若 $\angle 1 = 140^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数是

- A. 80° B. 100°
C. 120° D. 140°

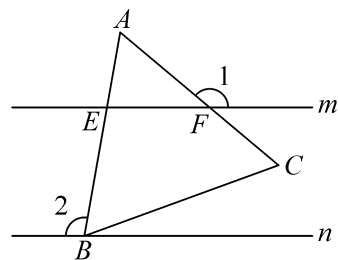


图2

10. 如图3, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 以点 B 为圆心, 适当长为半径画弧, 交 BA 于点 M , 交 BC 于点 N , 分别以点 M 、 N 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径画弧, 两弧在 $\angle ABC$ 的内部相交于点 P , 画射线 BP , 交 AC 于点 D , 若 $AD = BD$, 则 $\angle A$ 的度数是
- A. 36° B. 54° C. 72° D. 108°

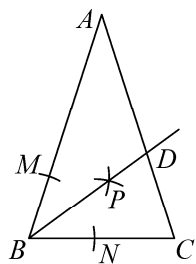


图3

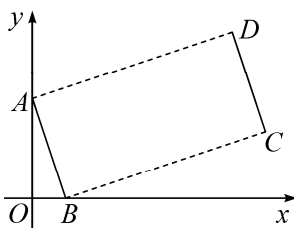


图4

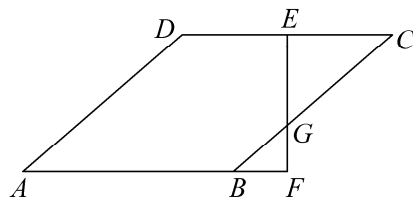


图5

11. 如图4, 点 $A(0, 3)$ 、 $B(1, 0)$, 将线段 AB 平移得到线段 DC , 若 $\angle ABC = 90^\circ$, $BC = 2AB$, 则点 D 的坐标是
- A. $(7, 2)$ B. $(7, 5)$ C. $(5, 6)$ D. $(6, 5)$
12. 如图5, 菱形 $ABCD$ 中, 点 E 是边 CD 的中点, EF 垂直 AB 交 AB 的延长线于点 F , 若 $BF:CE = 1:2$, $EF = \sqrt{7}$, 则菱形 $ABCD$ 的边长是
- A. 3 B. 4 C. 5 D. $\frac{4}{5}\sqrt{7}$

二、填空题 (本大题满分 12 分, 每小题 3 分)

13. 因式分解: $ax + ay =$ _____.
14. 写出一个比 $\sqrt{3}$ 大且比 $\sqrt{10}$ 小的整数是_____.
15. 如图6, 射线 AB 与 $\odot O$ 相切于点 B , 经过圆心 O 的射线 AC 与 $\odot O$ 相交于点 D 、 C , 连接 BC , 若 $\angle A = 40^\circ$, 则 $\angle ACB =$ _____.

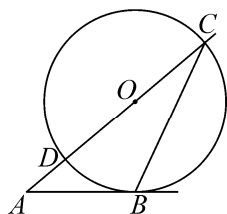


图6

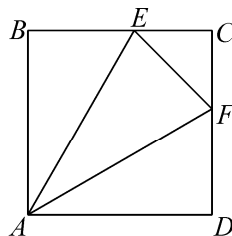


图7

16. 如图7, 正方形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别在边 BC 、 CD 上, $AE = AF$, $\angle EAF = 30^\circ$, 则 $\angle AEB =$ _____; 若 $\triangle AEF$ 的面积等于1, 则 AB 的值是_____.

三、解答题（本大题满分 72 分）

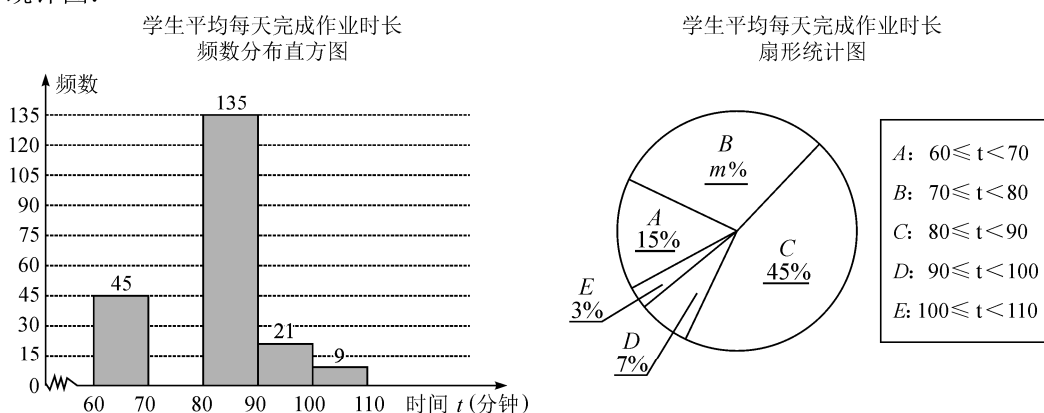
17.（满分 12 分）

(1) 计算： $\sqrt{9} \times 3^{-1} + 2^3 \div |-2|$ ；

(2) 解不等式组 $\begin{cases} x+3 > 2 & \text{①} \\ \frac{2x-1}{3} \leq 1 & \text{②} \end{cases}$.

18.（满分 10 分）我省某村委会根据“十四五”规划的要求，打造乡村品牌，推销有机黑胡椒和有机白胡椒. 已知每千克有机黑胡椒比每千克有机白胡椒的售价便宜 10 元，购买 2 千克有机黑胡椒和 3 千克有机白胡椒需付 280 元，求每千克有机黑胡椒和每千克有机白胡椒的售价.

19.（满分 10 分）某市教育局为了解“双减”政策落实情况，随机抽取几所学校部分初中生进行调查，统计他们平均每天完成作业的时间，并根据调查结果绘制如下不完整的统计图：



请根据图表中提供的信息，解答下面的问题：

- (1) 在调查活动中，教育局采取的调查方式是_____（填写“普查”或“抽样调查”）；
- (2) 教育局抽取的初中生有_____人，扇形统计图中 m 的值是_____；
- (3) 已知平均每天完成作业时长在“ $100 \leq t < 110$ ”分钟的 9 名初中生中有 5 名男生和 4 名女生，若从这 9 名学生中随机抽取一名进行访谈，且每一名学生被抽到的可能性相同，则恰好抽到男生的概率是_____；
- (4) 若该市共有初中生 10000 名，则平均每天完成作业时长在“ $70 \leq t < 80$ ”分钟的初中生约有_____人.

20.（满分 10 分）无人机在实际生活中应用广泛. 如图 8 所示，小明利用无人机测量大楼的高度，无人机在空中 P 处，测得楼 CD 楼顶 D 处的俯角为 45° ，测得楼 AB 楼顶 A 处的俯角为 60° . 已知楼 AB 和楼 CD 之间的距离 BC 为 100 米，楼 AB 的高度为 10 米，从楼 AB 的 A 处测得楼 CD 的 D 处的仰角为 30° （点 A 、 B 、 C 、 D 、 P 在同一平面内）.

- (1) 填空： $\angle APD =$ _____度， $\angle ADC =$ _____度；
- (2) 求楼 CD 的高度（结果保留根号）；
- (3) 求此时无人机距离地面 BC 的高度.

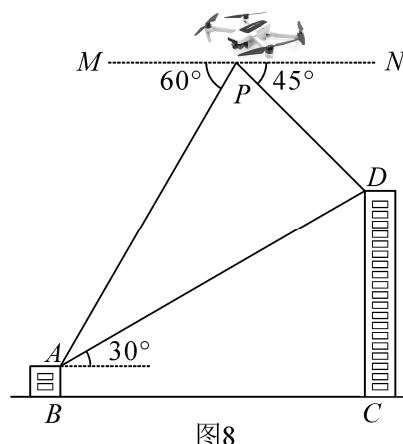


图8

21. (满分 15 分) 如图 9-1, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=6$, $AD=8$, 点 P 在边 BC 上, 且不与点 B 、 C 重合, 直线 AP 与 DC 的延长线交于点 E .

(1) 当点 P 是 BC 的中点时, 求证: $\triangle ABP \cong \triangle ECP$;

(2) 将 $\triangle APB$ 沿直线 AP 折叠得到 $\triangle APB'$, 点 B' 落在矩形 $ABCD$ 的内部, 延长 PB' 交直线 AD 于点 F .

①证明 $FA=FP$, 并求出在 (1) 条件下 AF 的值;

②连接 $B'C$, 求 $\triangle PCB'$ 周长的最小值;

③如图 9-2, BB' 交 AE 于点 H , 点 G 是 AE 的中点, 当 $\angle EAB' = 2\angle AEB'$ 时, 判断 AB 与 HG 的数量关系, 并说明理由.

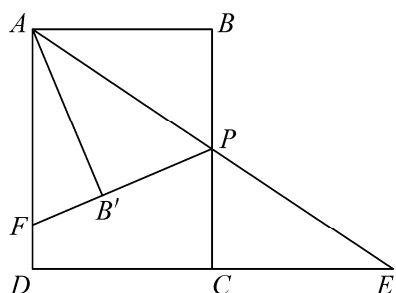


图9-1

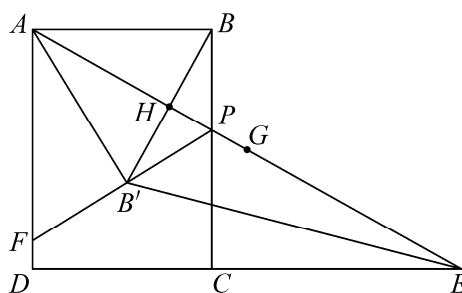


图9-2

22. (满分 15 分) 如图 10-1, 抛物线 $y=ax^2+2x+c$ 经过点 $A(-1, 0)$ 、 $C(0, 3)$, 并交 x 轴于另一点 B , 点 $P(x, y)$ 在第一象限的抛物线上, AP 交直线 BC 于点 D .

(1) 求该抛物线的函数表达式;

(2) 当点 P 的坐标为 $(1, 4)$ 时, 求四边形 $BOCP$ 的面积;

(3) 点 Q 在抛物线上, 当 $\frac{PD}{AD}$ 的值最大且 $\triangle APQ$ 是直角三角形时, 求点 Q 的横坐标;

(4) 如图 10-2, 作 $CG \perp CP$, CG 交 x 轴于点 $G(n, 0)$, 点 H 在射线 CP 上, 且 $CH=CG$, 过 GH 的中点 K 作 $KI \parallel y$ 轴, 交抛物线于点 I , 连接 IH , 以 IH 为边作出如图所示正方形 $HIMN$, 当顶点 M 恰好落在 y 轴上时, 请直接写出点 G 的坐标.

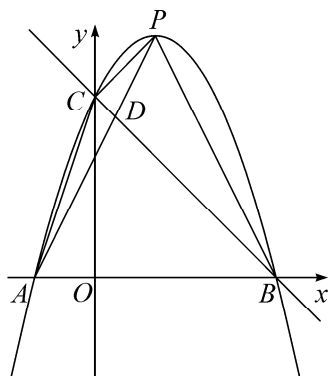
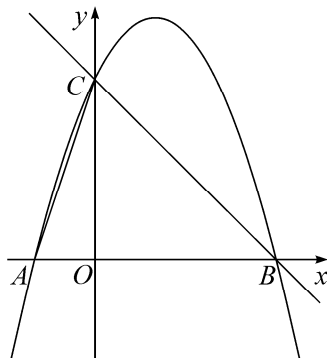


图 10-1



备用图

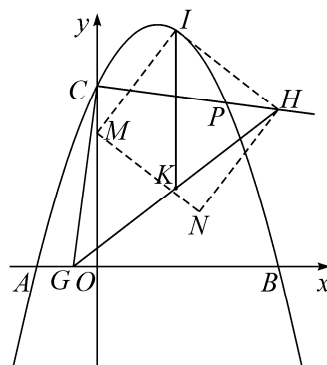


图 10-2

海南省 2022 年初中学业水平考试

数学参考答案及评分标准

一、选择题（本大题满分 36 分，每小题 3 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	B	A	C	D	B	C	C	B	A	D	B

二、填空题（本大题满分 12 分，每小题 3 分）

13. $a(x+y)$ 14. 2（或 3） 15. 25 16. $60\sqrt{3}$

三、解答题（本大题满分 72 分）

17. 解：（1）原式 $= 3 \times \frac{1}{3} + 8 \div 2 \dots\dots\dots (4 \text{ 分})$
 $= 1 + 4$
 $= 5 \dots\dots\dots (6 \text{ 分})$

（2）解不等式①，得 $x > -1$ ，
 解不等式②，得 $x \leq 2$.
 \therefore 不等式组的解集是 $-1 < x \leq 2$. $\dots\dots\dots (12 \text{ 分})$

18. 解：设每千克有机黑胡椒售价为 x 元，每千克有机白胡椒售价为 y 元.

根据题意，得 $\begin{cases} x = y - 10 \\ 2x + 3y = 280 \end{cases} \dots\dots\dots (7 \text{ 分})$

解得 $\begin{cases} x = 50 \\ y = 60 \end{cases}$

答：每千克有机黑胡椒售价为 50 元，每千克有机白胡椒售价为 60 元. $\dots (10 \text{ 分})$

19. 解：（1）抽样调查； $\dots\dots\dots (2 \text{ 分})$

（2）300，30； $\dots\dots\dots (6 \text{ 分})$

（3） $\frac{5}{9}$ ； $\dots\dots\dots (8 \text{ 分})$

（4）3000. $\dots\dots\dots (10 \text{ 分})$

20. 解：（1）75 60 $\dots\dots\dots (4 \text{ 分})$

（2）如图 8-1 过点 A 作 $AE \perp DC$ 于点 E ，
 则 $AE = BC = 100$ 米， $EC = AB = 10$ 米.
 在 $\text{Rt}\triangle AED$ 中， $\angle DAE = 30^\circ$ ，

$$\therefore DE = AE \cdot \tan 30^\circ = 100 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{100}{3}\sqrt{3},$$

$$\therefore CD = DE + EC = \frac{100}{3}\sqrt{3} + 10 \text{ (米)}.$$

\therefore 楼 CD 的高度为 $(\frac{100}{3}\sqrt{3} + 10)$ 米. $\dots\dots\dots (7 \text{ 分})$

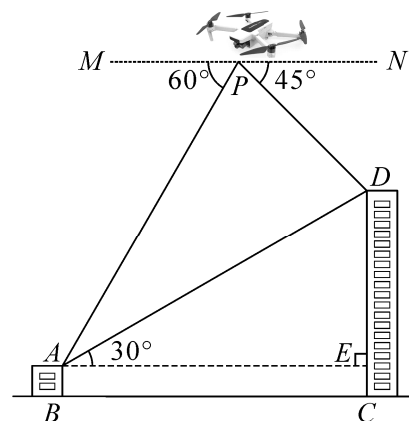


图8-1

(3) 如图 8-2, 作 $PG \perp BC$ 于点 G , 交 AE 于点 F ,

则 $\angle PFA = \angle AED = 90^\circ$, $FG = AB = 10$

$\because MN \parallel AE$,

$\therefore \angle PAF = \angle MPA = 60^\circ$.

$\because \angle ADE = 60^\circ$, $\therefore \angle PAF = \angle ADE$.

$\because \angle DAE = 30^\circ$, $\therefore \angle PAD = 30^\circ$.

$\because \angle APD = 75^\circ$, $\therefore \angle ADP = 75^\circ$.

$\therefore \angle ADP = \angle APD$. $\therefore AP = AD$.

$\therefore \triangle APF \cong \triangle ADE$.

$\therefore PF = AE = 100$.

$\therefore PG = PF + FG = 100 + 10 = 110$ (米)

\therefore 无人机距离地面 BC 的高度为 110 米. (10 分)

(注: 用其它方法解答, 参照以上标准给分)

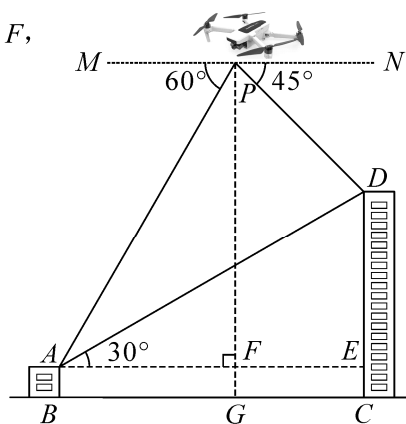


图8-2

21. (1) 证明: 如图 9-1, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$,

即 $AB \parallel DE$,

$\therefore \angle 1 = \angle E$, $\angle B = \angle 2$.

\because 点 P 是 BC 的中点,

$\therefore BP = CP$.

$\therefore \triangle ABP \cong \triangle ECP$ (AAS). (4 分)

(2) ①证明: 如图 9-2, 在矩形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$,

$\therefore \angle 3 = \angle FAP$.

由折叠可知 $\angle 3 = \angle 4$, $\therefore \angle FAP = \angle 4$.

$\therefore FA = FP$.

在矩形 $ABCD$ 中, $BC = AD = 8$,

\because 点 P 是 BC 的中点,

$\therefore BP = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 8 = 4$.

由折叠可知 $AB' = AB = 6$, $PB' = PB = 4$,

$\angle B = \angle AB'P = \angle AB'F = 90^\circ$.

设 $FA = x$, 则 $FP = x$. $\therefore FB' = x - 4$.

在 $\text{Rt}\triangle AB'F$ 中, 由勾股定理得

$AF^2 = B'A^2 + B'F^2$, $\therefore x^2 = 6^2 + (x - 4)^2$,

$\therefore x = \frac{13}{2}$, 即 $AF = \frac{13}{2}$ (8 分)

②解: 如图 9-3, 由折叠可知

$AB' = AB = 6$ $B'P = BP$.

$\therefore C_{\triangle PCB'} = CP + PB' + CB' = CB + CB' = 8 + CB'$.

由两点之间线段最短可知,

当点 B' 恰好位于对角线 AC 上时, $CB' + AB'$ 最小.

连接 AC , 在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $\angle D = 90^\circ$,

$\therefore AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$,

$\therefore CB'_{\text{最小值}} = AC - AB' = 10 - 6 = 4$,

$\therefore C_{\triangle PCB'}_{\text{最小值}} = 8 + CB' = 8 + 4 = 12$ (12 分)

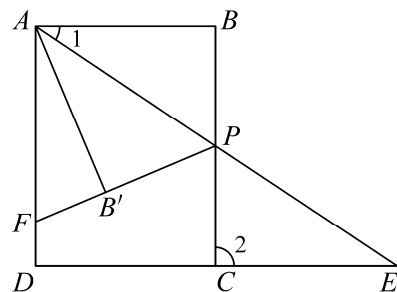


图9-1

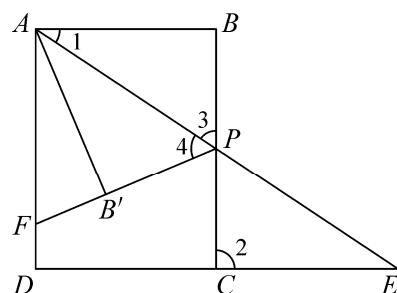


图9-2

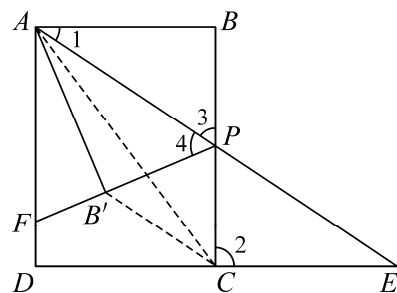


图9-3

③解: AB 与 HG 的数量关系是 $AB = 2HG$.

理由是: 如图 9-4, 由折叠可知 $\angle 1 = \angle 6$, $AB' = AB$, $BB' \perp AE$.

过点 B' 作 $B'M \parallel DE$, 交 AE 于点 M ,

$\because AB \parallel DE, \therefore AB \parallel DE \parallel B'M$,

$\therefore \angle 1 = \angle 6 = \angle 5 = \angle AED$.

$\therefore AB' = B'M = AB$, \therefore 点 H 是 AM 中点.

$\because \angle EAB' = 2\angle AEB'$, 即 $\angle 6 = 2\angle 8$,

$\therefore \angle 5 = 2\angle 8. \because \angle 5 = \angle 7 + \angle 8$,

$\therefore \angle 7 = \angle 8. \therefore B'M = EM$.

$\therefore B'M = EM = AB' = AB$.

\because 点 G 为 AE 中点, 点 H 是 AM 中点,

$\therefore AG = \frac{1}{2}AE, AH = \frac{1}{2}AM$.

$\therefore HG = AG - AH = \frac{1}{2}(AE - AM) = \frac{1}{2}EM$.

$\therefore HG = \frac{1}{2}AB. \therefore AB = 2HG$. …… (15 分)

(注: 用其它方法解答, 参照以上标准给分)

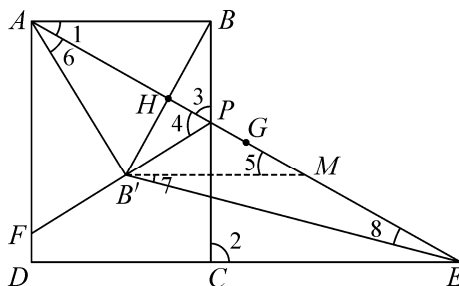


图 9-4

22. 解: (1) \because 抛物线 $y = ax^2 + 2x + c$ 经过点 $A(-1, 0)$ 、 $C(0, 3)$,

$$\therefore \begin{cases} a - 2 + c = 0 \\ c = 3 \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} a = -1 \\ c = 3 \end{cases}$$

\therefore 该抛物线的函数表达式为 $y = -x^2 + 2x + 3$. … (4 分)

(2) 如图 10-1, 连接 OP , 令 $y = -x^2 + 2x + 3 = 0$,

$\therefore x_1 = -1, x_2 = 3. \therefore B(3, 0)$.

$\because C(0, 3), P(1, 4)$,

$\therefore OC = 3, OB = 3, x_P = 1, y_P = 4$.

$\therefore S_{\triangle POC} = \frac{1}{2}OC \cdot x_P = \frac{3}{2}, S_{\triangle BOP} = \frac{1}{2}OB \cdot y_P = 6$.

$\therefore S_{\text{四边形 } BOCP} = S_{\triangle POC} + S_{\triangle BOP} = \frac{15}{2}$. …… (8 分)

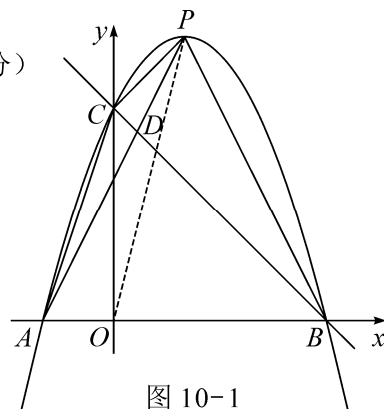


图 10-1

(3) 如图 10-2, 作 $PF \parallel x$ 轴, 交直线 BC 于点 F ,

则 $\triangle PFD \sim \triangle ABD. \therefore \frac{PD}{AD} = \frac{PF}{AB}$.

$\because AB = 4$ 是定值, \therefore 当 PF 最大时, $\frac{PD}{AD} = \frac{PF}{AB}$ 最大.

设 $y_{BC} = kx + b, \because C(0, 3), B(3, 0), \therefore y_{BC} = -x + 3$.

设 $P(m, -m^2 + 2m + 3)$, 则 $F(m - 2m, -m^2 + 2m + 3)$.

$\therefore PF = m - (m^2 - 2m) = -m^2 + 3m = -(m - \frac{3}{2})^2 + \frac{9}{4}$.

\therefore 当 $m = \frac{3}{2}$ 时, PF 取得最大值 $\frac{9}{4}$, 此时 $P(\frac{3}{2}, \frac{15}{4})$.

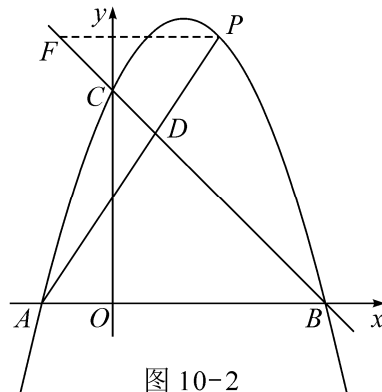


图 10-2

设点 $Q(t, -t^2 + 2t + 3)$, 若 $\triangle APQ$ 是直角三角形, 则点 Q 不能与点 P 、 A 重合,
 $\therefore t \neq \frac{3}{2}, t \neq -1$, 下面分三类情况讨论:

①若 $\angle APQ = 90^\circ$, 如图 10-3-1,

过点 P 作 $PP_2 \perp x$ 轴于点 P_2 , 作 $QP_1 \perp P_2P$ 交 P_2P 的延长线于点 P_1 , 则 $\triangle PP_1Q \sim \triangle AP_2P$.

$$\therefore \frac{QP_1}{PP_1} = \frac{PP_2}{AP_2} \therefore \frac{\frac{3}{2} - t}{-t^2 + 2t + 3 - \frac{15}{4}} = \frac{\frac{15}{4}}{\frac{3}{2} + 1}.$$

$$\therefore t \neq \frac{3}{2}, \therefore \frac{1}{t - \frac{1}{2}} = \frac{3}{2} \therefore t = \frac{7}{6}.$$

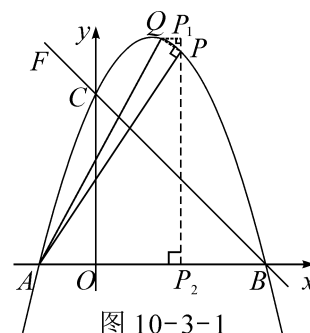


图 10-3-1

②若 $\angle PAQ = 90^\circ$, 如图 10-3-2, 过点 P 作直线 $PA_1 \perp x$ 轴于点 A_1 , 过点 Q 作 $QA_2 \perp x$ 轴于点 A_2 , 则 $\triangle APA_1 \sim \triangle QAA_2$.

$$\therefore \frac{PA_1}{AA_1} = \frac{AA_2}{QA_2}.$$

$$\therefore \frac{\frac{15}{4}}{\frac{3}{2} + 1} = \frac{t + 1}{t^2 - 2t - 3}.$$

$$\therefore t \neq -1,$$

$$\therefore \frac{3}{2} = \frac{1}{t - 3}.$$

$$\therefore t = \frac{11}{3}.$$

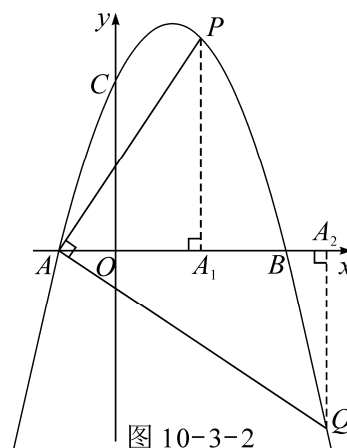


图 10-3-2

③若 $\angle AQP = 90^\circ$, 如图 10-3-3, 过点 Q 作 $QQ_1 \perp x$ 轴于点 Q_1 , 作 $PQ_2 \perp Q_1Q$ 交 Q_1Q 的延长线于点 Q_2 , 则 $\triangle PQQ_2 \sim \triangle QAQ_1$.

$$\therefore \frac{PQ_2}{QQ_2} = \frac{QQ_1}{AQ_1} \therefore \frac{t - \frac{3}{2}}{\frac{15}{4} - (-t^2 + 2t + 3)} = \frac{-t^2 + 2t + 3}{t + 1}.$$

$$\therefore t \neq \frac{3}{2}, t \neq -1, \therefore \frac{2}{2t - 1} = 3 - t.$$

$$\therefore t_1 = 1, t_2 = \frac{5}{2}.$$

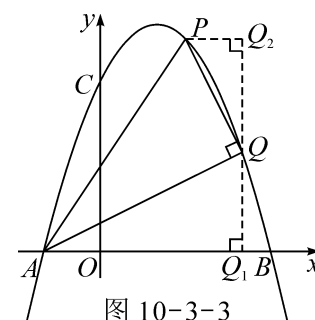


图 10-3-3

综上所述, 当 $\frac{PD}{AD}$ 的值最大且 $\triangle APQ$ 是直角三角形时,

点 Q 的横坐标为 $\frac{7}{6}, \frac{11}{3}, \frac{5}{2}, 1$ (13 分)

(4) $G(-4 + \sqrt{13}, 0)$ (15 分)

(注: 用其它方法解答, 参照以上标准给分)