

## 数学试卷

考试时间: 120 分钟 试卷满分: 150 分

注意事项:

1. 本试卷分第一部分(选择题)和第二部分(非选择题)两部分。答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上, 并在规定区域粘贴条形码。
2. 回答第一部分(选择题)时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号框涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号框。答案写在本试卷上无效。
3. 回答第二部分(非选择题)时, 必须用 0.5 毫米黑色签字笔填写, 字迹工整。作答时, 将答案写在答题卡上。请按题号顺序在各题的答题区域内作答, 超出范围的答案无效。答案写在本试卷上无效。
4. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
5. 本试卷共 8 页。如遇缺页、漏页、字迹不清等情况, 考生须及时报告监考教师。

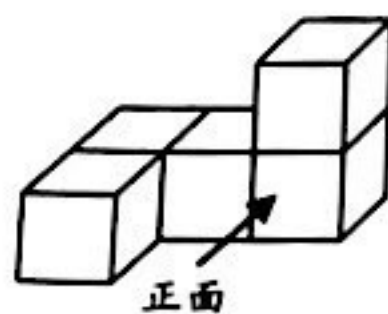
## 第一部分 选择题

一、选择题(下列各题的备选答案中, 只有一个正确的, 每小题 3 分, 共 30 分)

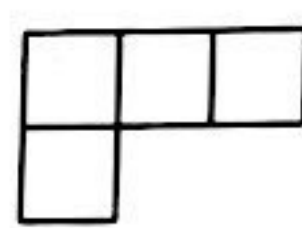
1. 在  $\sqrt{2}$ , 0, -1, 2 这四个实数中, 最大的数是

- A. 0      B. -1      C. 2      D.  $\sqrt{2}$

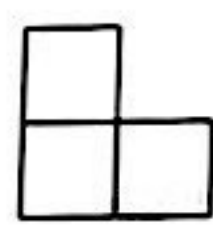
2. 如图是由五个相同的正方体搭成的几何体, 这个几何体的左视图是



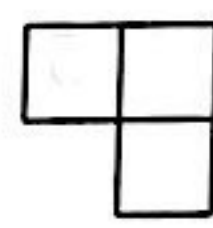
第 2 题图



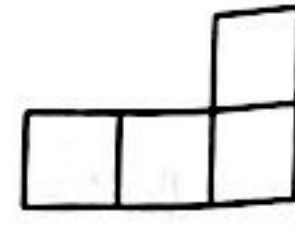
A



B



C



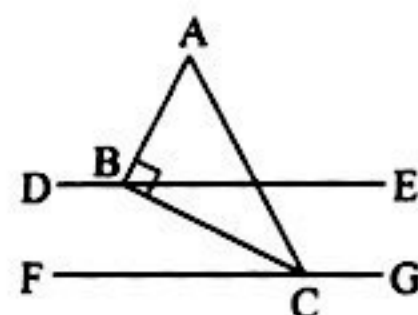
D

3. 下列计算正确的是

- A.  $a^6 \div a^2 = a^3$       B.  $(a^2)^4 = a^8$       C.  $3a^3 - a^3 = 3$       D.  $a^2 + 4a^2 = 5a^4$

4. 如图, 直线  $DE \parallel FG$ ,  $\text{Rt}\triangle ABC$  的顶点  $B, C$  分别在  $DE, FG$  上, 若  $\angle BCF = 25^\circ$ , 则  $\angle ABE$  的大小为

- A.  $55^\circ$   
B.  $25^\circ$   
C.  $65^\circ$   
D.  $75^\circ$



第 4 题图

5. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + 4x - m = 0$  有两个实数根, 则实数  $m$  的取值范围为

- A.  $m < 4$       B.  $m > -4$       C.  $m \leq 4$       D.  $m \geq -4$

6. 分式方程  $\frac{3}{x} = \frac{2}{x-2}$  的解是

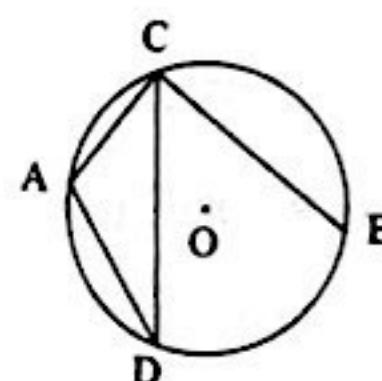
- A.  $x = 2$       B.  $x = -6$       C.  $x = 6$       D.  $x = -2$

7. 我国元朝朱世杰所著的《算学启蒙》一书是中国较早的数学著作之一, 书中记载一道问题: “良马日行二百四十里, 驽马日行一百五十里, 驽马先行一十二日, 问良马几何追及之?” 题意是: 快马每天走 240 里, 慢马每天走 150 里, 慢马先走 12 天, 试问快马几天可以追上慢马? 若设快马  $x$  天可以追上慢马, 则下列方程正确的是

- A.  $240x + 150x = 150 \times 12$       B.  $240x - 150x = 240 \times 12$   
C.  $240x + 150x = 240 \times 12$       D.  $240x - 150x = 150 \times 12$

8. 如图, 点  $A, B, C, D$  在  $\odot O$  上,  $AC \perp BC$ ,  $AC = 4$ ,  $\angle ADC = 30^\circ$ , 则  $BC$  的长为

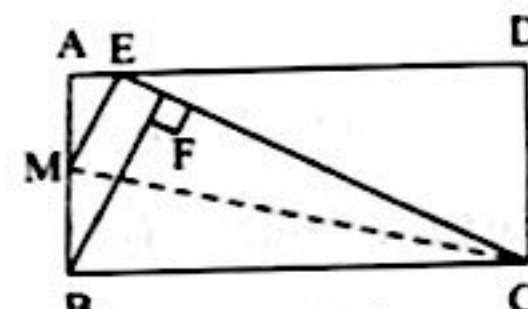
- A.  $4\sqrt{3}$       B. 8      C.  $4\sqrt{2}$       D. 4



第 8 题图



第 9 题图



第 10 题图

9. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $\angle A = 36^\circ$ , 由图中的尺规作图得到的射线与  $AC$  交于点  $D$ , 则以下推断错误的是

- A.  $BD = BC$       B.  $AD = BD$       C.  $\angle ADB = 108^\circ$       D.  $CD = \frac{1}{2} AD$

10. 如图, 在矩形  $ABCD$  中, 点  $M$  在  $AB$  边上, 把  $\triangle BCM$  沿直线  $CM$  折叠, 使点  $B$  落在  $AD$  边上的点  $E$  处, 连接  $EC$ , 过点  $B$  作  $BF \perp EC$ , 垂足为  $F$ , 若  $CD = 1$ ,  $CF = 2$ , 则线段  $AE$  的长为

- A.  $\sqrt{5} - 2$       B.  $\sqrt{3} - 1$       C.  $\frac{1}{3}$       D.  $\frac{1}{2}$

## 第二部分 非选择题

二、填空题(每小题 3 分, 共 18 分)

11. -2 的相反数是\_\_\_\_\_.

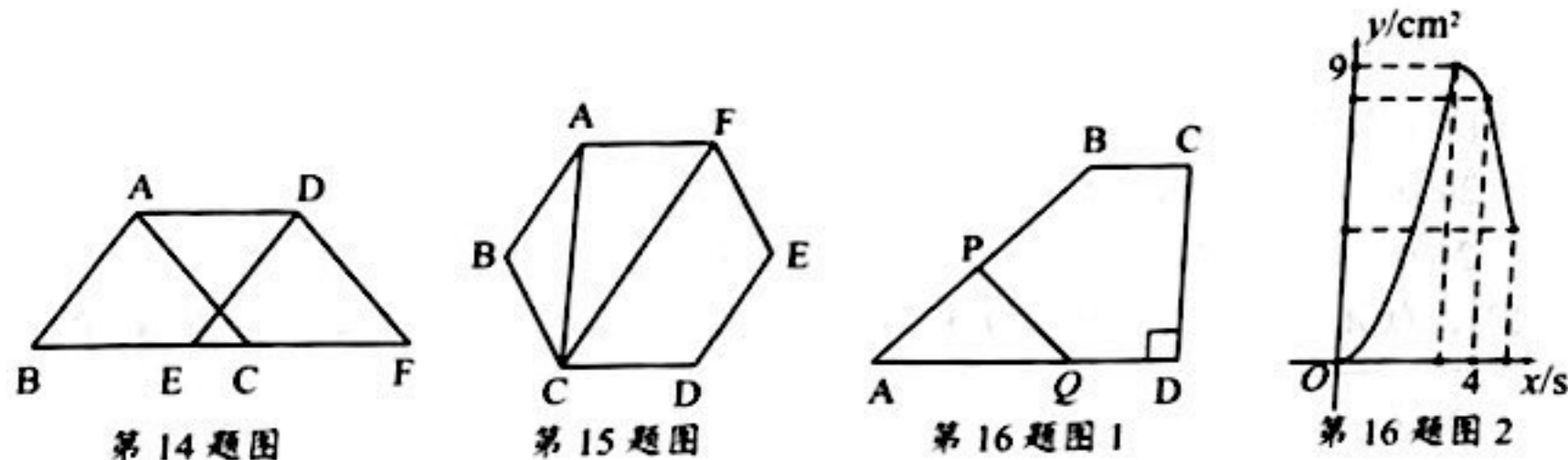
12. 不等式组  $\begin{cases} 2x + 4 > 6 \\ 9 - x > 1 \end{cases}$  的解集为\_\_\_\_\_.



13. 甲、乙两名学生参加学校举办的“防疫知识大赛”，两人5次成绩的平均数都是95分，方差分别是 $S_{\text{甲}}^2=2.5$ ， $S_{\text{乙}}^2=3$ ，则两人成绩比较稳定的是\_\_\_\_\_。（填“甲”或“乙”）

14. 如图，将 $\triangle ABC$ 沿着 $BC$ 方向平移得到 $\triangle DEF$ ，只需添加一个条件即可证明四边形 $ABED$ 是菱形，这个条件可以是\_\_\_\_\_。（写出一个即可）

15. 如图，在正六边形 $ABCDEF$ 中，连接 $AC$ ， $CF$ ，则 $\angle ACF=_____$ 度。



16. 如图1，在四边形 $ABCD$ 中， $BC \parallel AD$ ， $\angle D=90^\circ$ ， $\angle A=45^\circ$ ，动点 $P$ ， $Q$ 同时从点 $A$ 出发，点 $P$ 以 $\sqrt{2}$  cm/s的速度沿 $AB$ 向点 $B$ 运动（运动到 $B$ 点即停止），点 $Q$ 以2 cm/s的速度沿折线 $AD \rightarrow DC$ 向终点 $C$ 运动，设点 $Q$ 的运动时间为 $x$ （s）， $\triangle APQ$ 的面积为 $y$ （ $\text{cm}^2$ ），若 $y$ 与 $x$ 之间的函数关系的图象如图2所示，当 $x=\frac{7}{2}$ （s）时，则 $y=_____$   $\text{cm}^2$ 。

### 三、解答题（17小题10分，18小题10分，共20分）

17. 先化简，再求值： $(a+1-\frac{5+2a}{a+1}) \div \frac{a^2+4a+4}{a+1}$ ，其中 $a=\sqrt{9}+|-2|-(\frac{1}{2})^{-1}$ 。

18. 为传承中华优秀传统文化，提高学生文化素养，学校举办“经典诵读”比赛，比赛题目分为“诗词之风”“散文之韵”“小说之趣”“戏剧之雅”四组（依次记为A，B，C，D）。小雨和莉莉两名同学参加比赛，其中一名同学从四组题目中随机抽取一组，然后放回，另一名同学再随机抽取一组。
- (1) 小雨抽到A组题目的概率是\_\_\_\_\_；
- (2) 请用列表法或画树状图的方法，求小雨和莉莉两名同学抽到相同题目的概率。

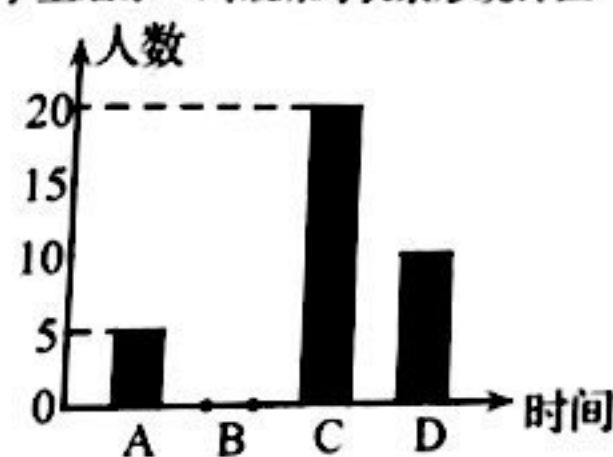
### 四、解答题（19小题10分，20小题10分，共20分）

19. 某校为了了解疫情期间学生居家锻炼时长的情况，随机抽取了部分学生，就居家一周的锻炼时长进行了统计调查，根据调查结果，将居家锻炼时长分为A，B，C，D四个组别。

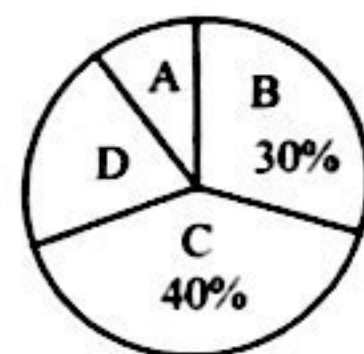
学生居家锻炼时长分组表				
组别	A	B	C	D
$t$ （小时）	$0 \leq t < 2$	$2 \leq t < 4$	$4 \leq t < 6$	$t \geq 6$

下面两幅图为不完整的统计图。

学生居家一周锻炼时长条形统计图



学生居家一周锻炼时长扇形统计图

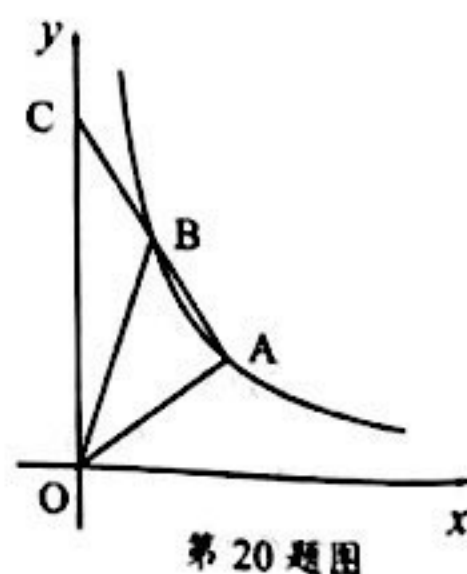


第19题图

请根据图表中的信息解答下列问题：

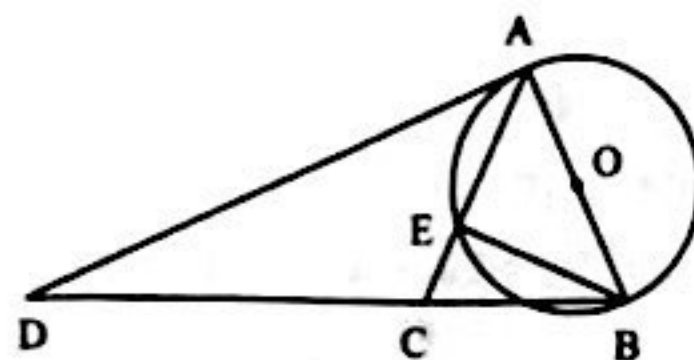
- (1) 此次共抽取\_\_\_\_\_名学生；
- (2) 补全条形统计图，并求扇形统计图中A组所在扇形的圆心角的度数；
- (3) 若全校有1000名学生，请根据抽样调查结果，估计D组（居家锻炼时长不少于6小时）的人数。

20. 如图, 在平面直角坐标系中,  $\triangle OAC$  的边  $OC$  在  $y$  轴上, 反比例函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  的图象经过点  $A$  和点  $B(2, 6)$ , 且点  $B$  为  $AC$  的中点.
- (1) 求  $k$  的值和点  $C$  的坐标;
- (2) 求  $\triangle OAC$  的周长.



第 20 题图

22. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ , 以  $AB$  为直径作  $\odot O$  与  $AC$  交于点  $E$ , 过点  $A$  作  $\odot O$  的切线交  $BC$  的延长线于点  $D$ .
- (1) 求证:  $\angle D = \angle EBC$ ;
- (2) 若  $CD = 2BC$ ,  $AE = 3$ , 求  $\odot O$  的半径.



第 22 题图

#### 六、解答题 (本题满分 12 分)

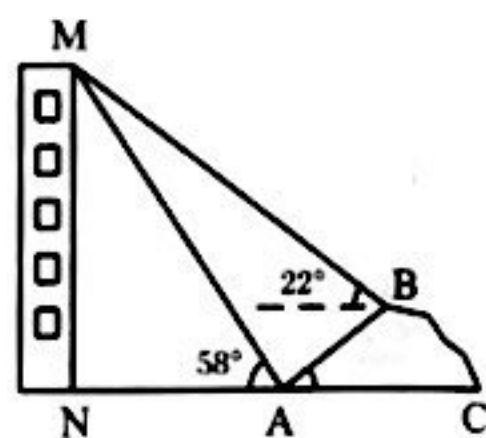
23. 某文具店最近有 A, B 两款纪念册比较畅销. 该店购进 A 款纪念册 5 本和 B 款纪念册 4 本共需 156 元, 购进 A 款纪念册 3 本和 B 款纪念册 5 本共需 130 元. 在销售中发现: A 款纪念册售价为 32 元/本时, 每天的销售量为 40 本, 每降低 1 元可多售出 2 本; B 款纪念册售价为 22 元/本时, 每天的销售量为 80 本, B 款纪念册每天的销售量与售价之间满足一次函数关系, 其部分对应数据如下表所示:

售价 (元/本)	...	22	23	24	25	...
每天销售量 (本)	...	80	78	76	74	...

- (1) 求 A, B 两款纪念册每本的进价分别为多少元;
- (2) 该店准备降低每本 A 款纪念册的利润, 同时提高每本 B 款纪念册的利润, 且这两款纪念册每天销售总数不变, 设 A 款纪念册每本降价  $m$  元.
- ① 直接写出 B 款纪念册每天的销售量 (用含  $m$  的代数式表示);
- ② 当 A 款纪念册售价为多少元时, 该店每天所获利润最大, 最大利润是多少?

#### 五、解答题 (21 小题 10 分, 22 小题 12 分, 共 22 分)

21. 在一次数学课外实践活动中, 某小组要测量一幢大楼 MN 的高度, 如图, 在山坡的坡脚 A 处测得大楼顶部 M 的仰角是  $58^\circ$ , 沿着山坡向上走 75 米到达 B 处, 在 B 处测得大楼顶部 M 的仰角是  $22^\circ$ , 已知斜坡 AB 的坡度  $i = 3:4$  (坡度是指坡面的铅直高度与水平宽度的比), 求大楼 MN 的高度. (图中的点 A, B, M, N, C 均都在同一平面内, N, A, C 在同一水平线上, 参考数据:  $\tan 22^\circ \approx 0.4$ ,  $\tan 58^\circ \approx 1.6$ )



第 21 题图



七、解答题 (本题满分 14 分)

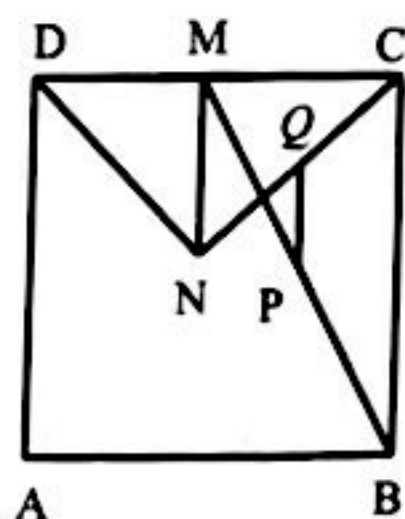
24. 如图 1, 在正方形  $ABCD$  中, 点  $M$  为  $CD$  边上一点, 过点  $M$  作  $MN \perp CD$  且  $DM=MN$ , 连接  $DN$ ,  $BM$ ,  $CN$ , 点  $P$ ,  $Q$  分别为  $BM$ ,  $CN$  的中点, 连接  $PQ$ .

(1) 证明:  $CM=2PQ$ ;

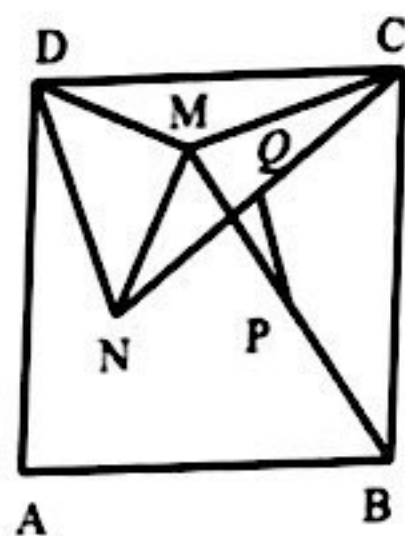
(2) 将图 1 中的  $\triangle DMN$  绕正方形  $ABCD$  的顶点  $D$  顺时针旋转  $\alpha (0^\circ < \alpha < 360^\circ)$ .

① (1) 中的结论是否成立? 若成立, 请结合图 2 写出证明过程; 若不成立, 请说明理由;

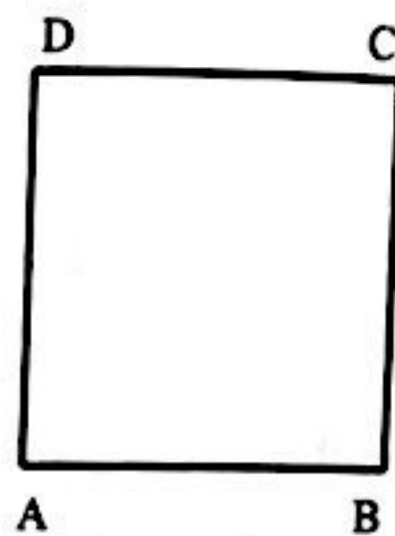
② 若  $AB=10$ ,  $DM=2\sqrt{5}$ , 在  $\triangle DMN$  绕点  $D$  旋转的过程中, 当  $B$ ,  $M$ ,  $N$  三点共线时, 请直接写出线段  $PQ$  的长.



第 24 题图 1



第 24 题图 2



第 24 题备用图

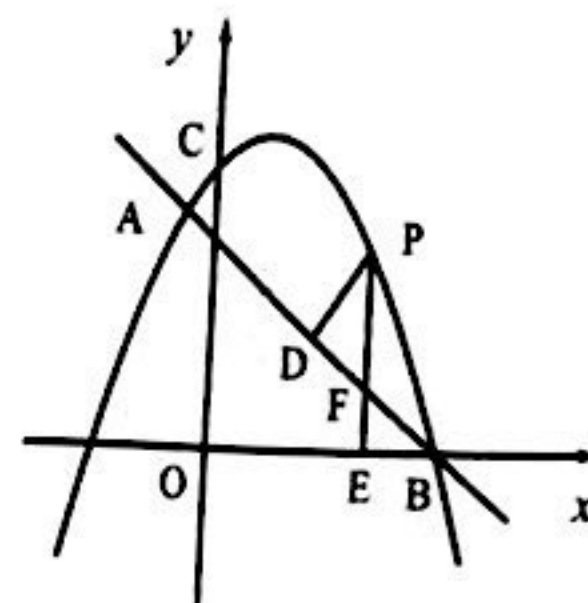
八、解答题 (本题满分 14 分)

25. 在平面直角坐标系中, 抛物线  $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$  经过点  $A(-\frac{1}{2}, \frac{27}{8})$  和点  $B(4, 0)$ , 与  $y$  轴交于点  $C$ , 点  $P$  为抛物线上一动点.

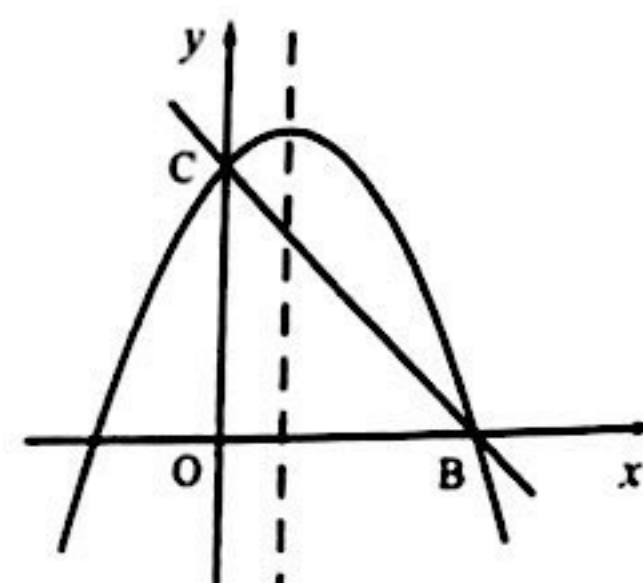
(1) 求抛物线和直线  $AB$  的解析式;

(2) 如图, 点  $P$  为第一象限内抛物线上的点, 过点  $P$  作  $PD \perp AB$ , 垂足为  $D$ , 作  $PE \perp x$  轴, 垂足为  $E$ , 交  $AB$  于点  $F$ , 设  $\triangle PDF$  的面积为  $S_1$ ,  $\triangle BEF$  的面积为  $S_2$ , 当  $\frac{S_1}{S_2} = \frac{49}{25}$  时, 求点  $P$  坐标;

(3) 点  $N$  为抛物线对称轴上的动点, 是否存在点  $N$ , 使得直线  $BC$  垂直平分线段  $PN$ ? 若存在, 请直接写出点  $N$  坐标, 若不存在, 请说明理由.



第 25 题图



第 25 题备用图