

2021~2022 学年度第二学期期末学业质量检测

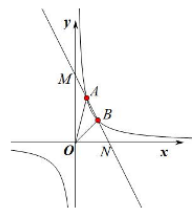
八年级数学试题

时间：100 分钟 总分：150 分

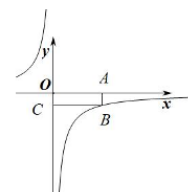
一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分。在每小题所给出的四个选项中，只有一项是正确的，请把正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

- 若代数式 $\sqrt{x+1}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是（ ）
A. $x < -1$ B. $x \leq -1$ C. $x > -1$ D. $x \geq -1$
- 下列分式中，最简分式是（ ）
A. $\frac{4}{2x}$ B. $\frac{x-1}{x^2-1}$ C. $\frac{1}{x+1}$ D. $\frac{1-x}{x-1}$
- 关于 x 的分式方程 $\frac{3x+m}{x-1} + 1 = \frac{5}{x-1}$ 有增根，则增根是（ ）
A. 1 B. 2 C. -2 D. -1
- 已知点 A (3, 4) 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象上，则该反比例函数的解析式是（ ）
A. $y = \frac{3}{x}$ B. $y = \frac{4}{x}$ C. $y = \frac{12}{x}$ D. $y = \frac{7}{x}$
- 下列计算正确的是（ ）
A. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ B. $\sqrt{6} \div \sqrt{2} = \sqrt{3}$ C. $(\sqrt{3})^2 = 6$ D. $\sqrt{4\frac{1}{4}} = 2\frac{1}{2}$
- 把分式 $\frac{x^2}{2x+y}$ 中的 x 和 y 都扩大 2 倍，分式的值（ ）
A. 不变 B. 扩大 2 倍 C. 缩小 2 倍 D. 扩大 4 倍
- 已知 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ 是反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$ 图象上的三个点，且 $x_1 < 0 < x_2 < x_3$ ，那么 y_1 , y_2 , y_3 的大小关系是（ ）
A. $y_3 > y_2 > y_1$ B. $y_1 > y_2 > y_3$ C. $y_1 > y_3 > y_2$ D. $y_2 > y_3 > y_1$

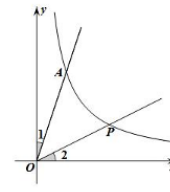
- 如图，一次函数 $y = kx + b$ (k, b 为常数, $k \neq 0$) 与反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象交于 A (1, m), B (n, 2) 两点，与坐标轴分别交于 M, N 两点。则 $\triangle AOB$ 的面积为（ ）
A. 3 B. 6 C. 8 D. 12



第 8 题图



第 10 题图



第 16 题图

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，本大题共 24 分。不需要写出解答过程，只需把答案直接填写在答题卡相应位置上）

- 若分式 $\frac{1}{x-3}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是_____.
- 如图，面积为 4 的矩形 OABC 的一个顶点 B 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象上，另三点在坐标轴上，则 $k =$ _____.
- 把分式 $\frac{2}{3ab^2}$, $\frac{3}{2a^2}$, $\frac{1}{6ab}$ 进行通分时，最简公分母为_____.
- 如果最简二次根式 $\sqrt{x+3}$ 与最简二次根式 $\sqrt{1+2x}$ 是同类二次根式，则 $x =$ _____.
- 反比例函数 $y = \frac{k^2+1}{x}$ 的图像在第_____象限.
- 若一个正三角形的路标的面积是 $\sqrt{3}$ ，则它的边长为_____.
- 若关于 x 的方程 $\frac{2x-m}{x-2} = 3$ 的解是非负数，则 m 的取值范围为_____.
- 如图，直线 $y = 3x$ 与双曲线 $y = \frac{12}{x}$ ($x > 0$) 的图象交于 A 点，点 P 是该双曲线第一象限上的一点，且 $\angle AOP = \angle 1 + \angle 2$ ，则点 P 的坐标为_____.

三、解答题（本大题共 10 小题，共 102 分。请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17. (本题满分 10 分) 计算:

(1) $\sqrt{48} - \sqrt{12} + \sqrt{27}$

(2) $\left(2\sqrt{6} + \sqrt{\frac{2}{3}}\right) \times \sqrt{3}$

18. (本题满分 10 分) 解方程:

(1) $\frac{30}{x} = \frac{20}{x+1}$

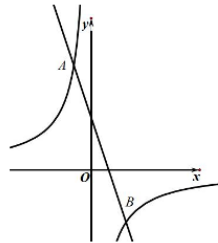
(2) $\frac{x-2}{x+2} - \frac{16}{x^2-4} = 1$

19. (本题满分 10 分) 先化简, 再求值: $\frac{x^2+4x+4}{x^2+3x} \div \left(1 - \frac{1}{x+3}\right)$, 其中 $x = 1$.

20. (本题满分 8 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y = -3x + 3$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图像交于 $A(-1, m)$, $B(n, -3)$ 两点.

(1) 求反比例函数解析式;

(2) 根据函数的图像, 直接写出不等式 $-3x + 3 < \frac{k}{x}$ 的解集.



21. (本题满分 10 分) $\sqrt{a^2} = |a|$ 是二次根式的一条重要性质. 请利用该性质解答以下问题:

(1) 化简: $\sqrt{(-3)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\sqrt{(3-\pi)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 已知实数 a , b , c 在数轴上的对应点如图所示, 化简 $\sqrt{b^2} - |c-a| + \sqrt{(b-c)^2}$



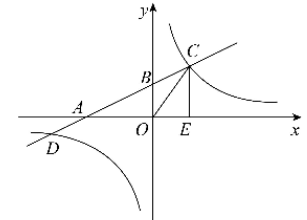
22. (本题满分 10 分) 小红、小明两人在 400m 的跑道上匀速跑步训练, 他们同时从起点出发, 跑向终点. 已知小明的速度是小红速度的 1.25 倍, 两人跑完全程 (400m) 小红要比小明多用 16s, 求小红、小明两人匀速跑步的速度?

23. (本题满分 10 分) 如图, 平面直角坐标系中, 直线 $y_1 = kx + b$ (k , b 为常数, $k \neq 0$) 分别与 x , y 轴相交于点 A , B , 与双曲线 $y_2 = \frac{m}{x}$ (m 为常数, $m \neq 0$) 分别交于点 C , D (点 C 在第一象限, 点 D 在第三象限), 作 $CE \perp x$ 轴于点 E . 已知 $OA = 8$, $OE = OB = 4$.

(1) 求直线 y_1 和双曲线 y_2 的解析式;

(2) 在 y 轴上是否存在一点 P , 使 $S_{\triangle ABP} = S_{\triangle CEO}$? 若存在,

请求出 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



24. (本题满分 10 分) 像 $(\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2) = 1$, $(\sqrt{b} - 1)(\sqrt{b} + 1) = b - 1 (b \geq 0)$,

$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a (a \geq 0)$ 两个含有二次根式的代数式相乘, 积不含有二次根式, 我们称这两个代数式互为有理化因式. 例如: $\sqrt{5}$ 与 $\sqrt{5}$, $\sqrt{2} + 1$ 与 $\sqrt{2} - 1$, $2\sqrt{3} + 3\sqrt{5}$ 与 $2\sqrt{3} - 3\sqrt{5}$ 等都是互为有理化因式. 进行二次根式计算时, 利用有理化因式, 可以化去分母中的根号, 请回答下列问题:

(1) 化简: ① $\frac{2}{5\sqrt{2}} = \underline{\hspace{2cm}}$; ② $\frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 计算: $\left(\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} \cdots + \frac{1}{\sqrt{2022}+\sqrt{2021}}\right) (\sqrt{2022}+1)$.

25. (本题满分 12 分)

(1) 【阅读理解】对于任意正实数 a, b .

$$\because (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0,$$

$$\therefore a - 2\sqrt{ab} + b \geq 0,$$

$$\therefore a + b \geq 2\sqrt{ab}, \text{ (只有当 } a=b \text{ 时, } a+b=2\sqrt{ab} \text{).}$$

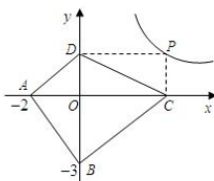
结论: 在 $a+b \geq 2\sqrt{ab}$ (a, b 均为正实数) 中, 若 ab 为定值 p , 则 $a+b \geq 2\sqrt{p}$, 只有当 $a=b$ 时,

$a+b$ 有最小值 $2\sqrt{p}$, 根据上述内容, 回答下列问题:

问题 1: 若 $m > 0$, 当 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, $m + \frac{16}{m}$ 有最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

问题 2: 若函数 $y = x + \frac{9}{x-2}$ ($x > 2$), 则当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 函数 $y = x + \frac{9}{x-2}$ ($x > 2$), 有最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 【探索应用】如图, 已知 $A(-2, 0)$ 、 $B(0, -3)$, P 为双曲线 $y = \frac{6}{x}$ 上的任意一点, 过点 P 作 $PC \perp x$ 轴于点 C , $PD \perp y$ 轴于点 D , 求四边形 $ABCD$ 面积的最小值, 并说明此时四边形 $ABCD$ 的形状.



26. (本题满分 12 分) 如图 1, 已知 $A(-1, 0)$, $B(0, -2)$, 平行四边形 $ABCD$ 的边 AD 、 BC 分别与 y 轴、 x 轴交于点 E 、 F , 且点 E 为 AD 中点, 双曲线 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 上经过 C 、 D 两点.

(1) 求 k 的值;

(2) 如图 2, 点 G 是 y 轴正半轴上的一个动点, 过点 G 作 y 轴的垂线, 分别交反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 图象于点 M , 交反比例函数 $y = -\frac{3}{2x}$ ($x < 0$) 的图象于点 N , 当 $FM = FN$ 时, 求 G 点坐标;

(3) 点 P 在双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 上, 点 Q 在 y 轴上, 若以点 A 、 B 、 P 、 Q 为顶点的四边形是平行四边形, 试求出满足要求的所有点 Q 的坐标.

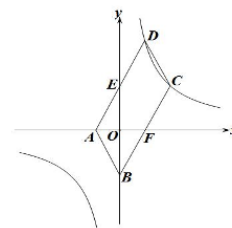


图 1

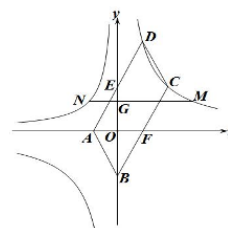


图 2

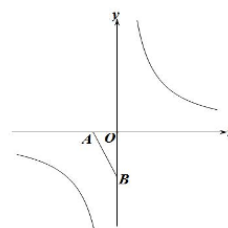


图 3