

# 2021 学年第二学期八年级数学科期末测试题

- 【试卷说明】1. 本试卷共 6 页，全卷满分 120 分，考试时间为 120 分钟，考生应将答案全部（涂）写在答题卡相应位置上，写在本试卷上无效；
2. 答题前考生务必将自己的姓名、准考证号等填（涂）写到答题卡上；
3. 作图必须用 2B 铅笔，并请加黑加粗，描写清楚。

一、选择题(本大题共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。)

1. 下列计算正确的是 (※)。

(A)  $\sqrt{2^2}=2$  (B)  $\sqrt{(-2)^2}=-2$  (C)  $\sqrt[3]{-8}=2$  (D)  $\sqrt{(-2)^2}=\pm 2$

2. 下列等式成立的是 (※)。

(A)  $\sqrt{a}-\sqrt{b}=\sqrt{a-b}$  (B)  $\sqrt{6}\times\sqrt{2}=4\sqrt{3}$  (C)  $\sqrt{9a}+\sqrt{25a}=8\sqrt{a}$  (D)  $\sqrt{6}\div\sqrt{2}=3$

3. 如图，正方形内的数字代表所在正方形的面积，则 A 所在的正方形的面积为 (※)。

(A)  $\frac{9}{16}$  (B) 28 (C) 128 (D) 100

4. 关于菱形的性质，以下说法不正确的是 (※)。

- (A) 四条边相等 (B) 对角线互相垂直  
(C) 对角线相等 (D) 是轴对称图形

5. 直线  $y=kx+2$  过点  $(-1,4)$ ，则  $k$  的值是 (※)。

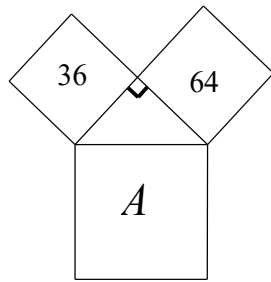
(A) -2 (B) -1 (C)  $-\frac{1}{4}$  (D) 2

6. 数据 3, 4, 6, 6, 5 的中位数是 (※)。

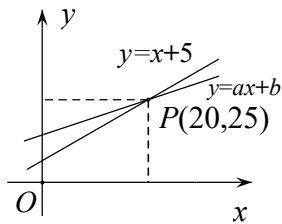
(A) 4.5 (B) 5 (C) 5.5 (D) 6

7. 如图，直线  $y=x+5$  和直线  $y=ax+b$  相交于点 P，观察其图象可知方程  $x+5=ax+b$  的解是 (※)。

(A)  $x=15$  (B)  $x=25$  (C)  $x=10$  (D)  $x=20$

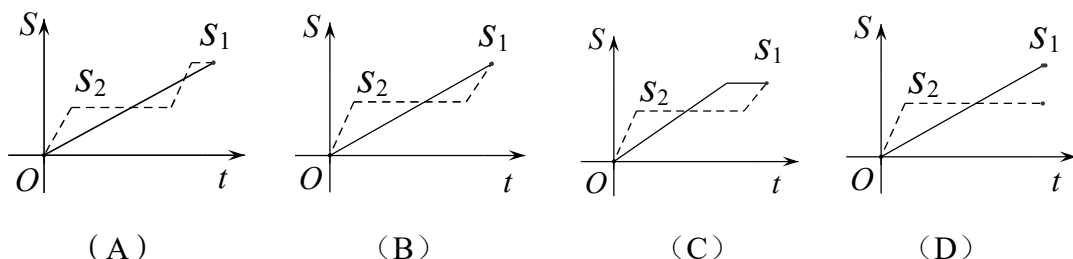


(第 3 题)



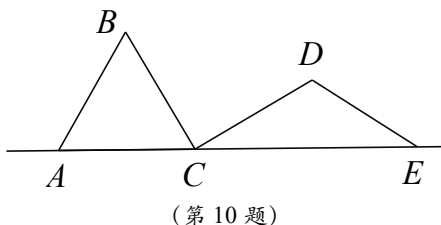
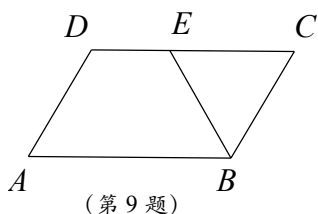
(第 7 题)

8. 新龟兔赛跑的故事：龟兔从同一地点同时出发后，兔子很快把乌龟远远甩在后面. 骄傲的兔子觉得自己遥遥领先，就在路上停下欣赏起天空飞翔的小鸟来. 当它发现乌龟已经超过它一段路程，于是奋力直追，最后同时到达终点. 用  $S_1, S_2$  分别表示乌龟和兔子赛跑的路程， $t$  为赛跑时间，则下列函数图象中大致与故事情节相吻合的是 (※).



9. 如图，在  $\square ABCD$  中， $BE$  平分  $\angle ABC$  交  $DC$  于点  $E$ . 若  $\angle A = 60^\circ$ ，则  $\angle DEB$  的大小为 (※).

- (A)  $130^\circ$       (B)  $120^\circ$       (C)  $115^\circ$       (D)  $110^\circ$



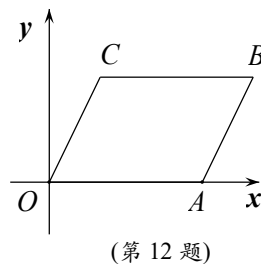
10. 如图， $AB, BC, CD, DE$  是四根长度均为  $5\text{cm}$  的小木棒，点  $A, C, E$  共线. 若  $AC = 6\text{cm}$ ， $CD \perp BC$ ，则线段  $CE$  的长度是 (※).

- (A)  $7\text{cm}$       (B)  $6\sqrt{2}\text{cm}$       (C)  $8\text{cm}$       (D)  $8\sqrt{2}\text{cm}$

## 二、填空题 (共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分.)

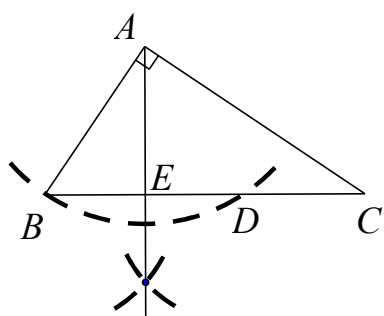
11. 计算： $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \underline{\hspace{1cm}} \text{※}$ .

12. 如图，将  $\square ABCO$  放置在平面直角坐标系  $xOy$  中， $O$  为坐标原点，若点  $A$  的坐标是  $(4, 0)$ ，点  $C$  的坐标是  $(1, 3)$ ，则点  $B$  的坐标是  $\underline{\hspace{1cm}} \text{※}$ .

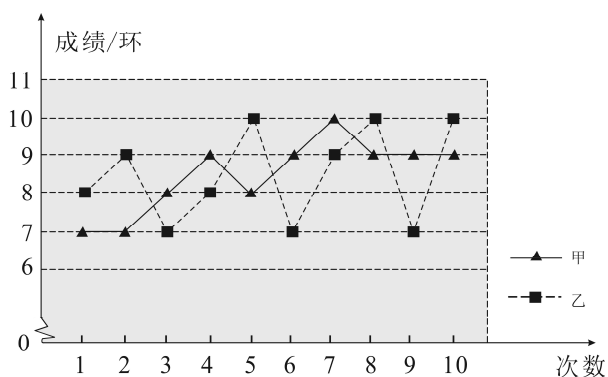


13. 将直线  $y=2x-1$  向上平移 3 个单位长度, 平移后直线的解析式为 ※.

14. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle BAC=90^\circ$ , 以点  $A$  为圆心,  $AB$  长为半径作弧, 交  $BC$  于点  $D$ , 再分别以点  $B, D$  为圆心, 以大于  $\frac{1}{2}BD$  的长为半径作弧, 两弧交于点  $P$ , 作射线  $AP$  交  $BC$  于点  $E$ , 如果  $AB=3, AC=4$ , 那么线段  $AE$  的长度是 ※.



(第 14 题)

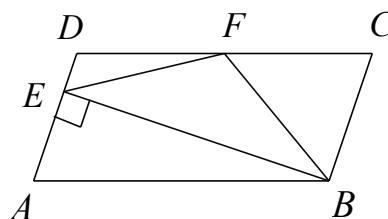


(第 15 题)

15. 如图是甲、乙两射击运动员的 10 次射击训练成绩的折线统计图, 观察图形, 设甲、乙这 10 次射击成绩的方差分别为  $S_{\text{甲}}^2, S_{\text{乙}}^2$ , 则  $S_{\text{甲}}^2$  ※  $S_{\text{乙}}^2$  (填 “<”、“>” 或 “=”).

16. 如图, 在  $\square ABCD$  中,  $CD=2AD$ ,  $F$  为  $DC$  的中点,  $BE \perp AD$  于点  $E$ , 连接  $EF, BF$ , 下列结论:

- ①  $\angle ABC=2\angle ABF$ ;
- ②  $EF=BF$ ;
- ③  $S_{\triangle ABE} : S_{\triangle EFB} = 2 : 3$ ;
- ④  $\angle CFE=3\angle DEF$ .



(第 16 题)

其中正确结论的序号是 ※.

# 2021 学年第二学期八年级数学科综合测试题

## 参考答案及评分说明

一、选择题(本大题共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	分数
答案	A	C	D	C	A	B	D	B	B	C	

二、填空题(共 6 题，每题 3 分，共 18 分)

11.  $\sqrt{6}$ ; 12. (5, 3); 13.  $y = 2x + 2$ ; 14.  $\frac{12}{5}$ ; 15.  $S_{\text{甲}}^2 < S_{\text{乙}}^2$ ; 16. ①②④.

解答题评卷说明:

1. 在评卷过程中做到“三统一”: 评卷标准统一, 给分有理、扣分有据; 执行标准统一, 始终如一; 掌握标准统一, 宽严适度, 确保评分的客观性、公正性、准确性.

2. 如果考生的解法与下面提供的参考解答不同, 凡正确的, 一律记满分; 若某一步出现错误, 则可参照该题的评分意见进行评分.

3. 评卷时不要因解答中出现错误而中断对该题的评阅, 当解答中某一步出现错误, 影响了后继部分, 但该步后的解答未改变这一道题的内容和难度, 在未发生新的错误前, 可视影响的程度决定后面部分的记分, 这时原则上不应超过后面部分应给分数之半; 如有严重概念性错误, 就不记分, 在一道题解答过程中, 对发生第二次错误起的部分, 不记分.

##\*\*\*\*\*

三、解答题(本大题共 9 小题, 满分 72 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (本小题满分 6 分)

计算: (1)  $\sqrt{18} - \sqrt{8}$  ;

(2)  $(\sqrt{5} + 3)(\sqrt{5} - 3) - (\sqrt{3} - 1)^2$ .

(1)解: 原式  $= 3\sqrt{2} - \sqrt{2}$

$= \sqrt{2}$

(2)解: 原式  $= (\sqrt{5})^2 - 9 - (3 - 2\sqrt{3} + 1)$

$= -8 + 2\sqrt{3}$

.....2 分

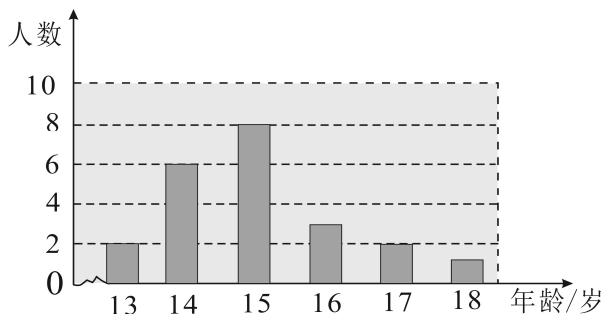
.....3 分

.....5 分

.....6 分

18. (本小题满分 6 分)

某校羽毛球球队的年龄分布如下面的条形图所示, 请找出这些队员年龄的平均数, 众数和中位数, 并解释它们的意义.



解: 羽毛球球队的年龄的平均数为:

(第 18 题)

$$\frac{2 \times 13 + 6 \times 14 + 8 \times 15 + 3 \times 16 + 2 \times 17 + 18}{2 + 6 + 8 + 3 + 2 + 1} = \frac{330}{22} = 15;$$

.....2 分

众数是 15, 中位数为 15.

.....4 分

其意义分别为: 球队的平均年龄为 15, 年龄为 15 岁的队员人数最多, 将球队 22 位队员的年龄从小到大排列, 处于最中间位置的队员的年龄也是 15 岁.

.....6 分

[评分说明: 在“解释它们的意义”中, 每个要点给 1 分, 3 个要素中答对 2 个, 就给满分]

19. (本小题满分 6 分)

设矩形的面积为  $S$ , 相邻两边长分别为  $a, b$ , 对角线长为  $l$ , 已知  $S = 2\sqrt{3}$ ,  $b = \sqrt{10}$ ,

求  $a$  和  $l$ .

解:  $\because S = ab$ ,

.....1 分

$$\therefore a = \frac{S}{b} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{30}}{5}.$$

.....3 分

又由勾股定理:  $l = \sqrt{a^2 + b^2}$ ,

.....4 分

$$\therefore l = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{30}}{5}\right)^2 + (\sqrt{10})^2} = \frac{2\sqrt{70}}{5}$$

.....6 分

[评分说明: 在“求  $a$  和  $l$ ”中, 写出计算公式 1 分, 正确代值 1 分, 计算结果 1 分]

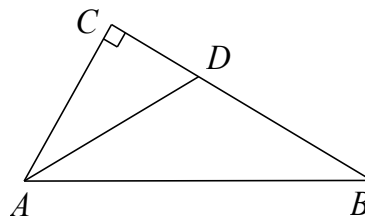
20. (本小题满分 6 分)

如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $AD$  平分  $\angle BAC$ , 交  $BC$  于点  $D$ ,

$$CD=\frac{3}{2}, BD=\frac{5}{2}.$$

(1) 求点  $D$  到直线  $AB$  的距离;

(2) 求线段  $AC$  的长.



(第 20 题)

解: (1) 过点  $D$  作  $DE \perp AB$  于  $E$ , 则线段  $DE$  的长就是点  $D$  到  $AB$  的距离 .....1 分

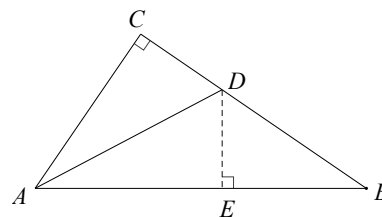
$\because \angle C=90^\circ$ ,  $AD$  平分  $\angle BAC$ ,

$\therefore ED=CD$ .

$$\because CD=\frac{3}{2}, \therefore ED=\frac{3}{2}.$$

$\therefore$  点  $D$  到  $AB$  的距离为  $\frac{3}{2}$ . .....2 分

$$(2) \because CD=\frac{3}{2}, BD=\frac{5}{2}, \therefore BC=4.$$



在  $\text{Rt}\triangle BED$  中,  $\angle BED=90^\circ$ ,  $ED=1.5$ ,  $BD=2.5$ ,

由勾股定理得  $BE=2$ . .....3 分

在  $\text{Rt}\triangle AED$  和  $\text{Rt}\triangle ACD$  中,

$$\begin{cases} AD=AD, \\ ED=CD, \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle AED \cong \text{Rt}\triangle ACD$  (HL).

$\therefore AE=AC$ . .....4 分

在  $\text{Rt}\triangle ACB$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ ,

由勾股定理得  $AC^2+BC^2=AB^2$ , 即  $AC^2+4^2=(AC+2)^2$ , .....5 分

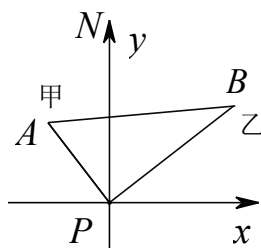
解得  $AC=3$ .

$\therefore$  线段  $AC$  的长为 3. .....6 分

[评分说明: 用方程求出结果, 过程不详不扣分]

21. (本小题满分 8 分)

如图，某港口  $P$  位于东西方向的海岸线上，甲、乙轮船同时离开港口，各自沿一固定方向航行，甲、乙轮船每小时分别航行 12 海里和 16 海里，1 小时后两船分别位于点  $A$ ， $B$  处，且相距 20 海里，已知甲船沿北偏西  $37^\circ$  方向航行，求乙船航行的方向.



(第 21 题)

解：由题意可知：  $AP=12$ ， $BP=16$ ， $AB=20$ ，

.....2 分

$$\therefore AP^2 + PB^2 = 12^2 + 16^2 = 20^2 = AB^2,$$

.....4 分

$\therefore \triangle APB$  是直角三角形，

$\therefore \angle APB = 90^\circ$ ，由题意知  $\angle APN = 37^\circ$ ，

.....5 分

$\therefore \angle BPN = 90^\circ - \angle APN = 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$ .

.....7 分

答：乙船沿北偏东  $53^\circ$  方向航行.

.....8 分

22. (本小题满分 8 分)

如图, 直线  $l: y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}$  与两坐标轴分别交于  $A$ 、 $B$  两点, 点  $M$  为线段  $AB$  的中点.

(1) 求  $A$ 、 $B$ 、 $M$  的坐标;

(2) 直线  $l$  关于  $y$  轴对称的直线为  $l'$ , 写出直线  $l'$  的解析式;

(3) 若直线  $l'$  交  $x$  轴于点  $C$ , 直线  $MC$  与  $y$  轴的交点为  $N$ , 连接  $OM$ , 求  $\frac{OM}{ON}$ .

解: (1) 在直线  $l: y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}$  的解析式中,  
令  $x=0$ , 得  $y=\sqrt{3}$ , 令  $y=0$ , 得  $x=-1$ ,

故点  $A$ 、 $B$  的坐标分别为  $(0, \sqrt{3})$ 、 $(-1, 0)$ ; .....2 分

$\because$  点  $M$  为线段  $AB$  的中点,  $\therefore M(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ . .....3 分

(2)  $\because$  直线  $l'$  与  $l$  关于  $y$  轴对称, 设直线  $l'$  交  $x$  轴于点  $C$ ,  
则点  $C$  与  $B$  关于  $y$  轴对称, 即  $C(1, 0)$ .

$\because$  直线  $l'$  过点  $A(0, \sqrt{3})$ , 可设直线  $l'$  的解析式为  $y = kx + \sqrt{3}$ ,

由直线  $l'$  过点  $C(1, 0)$ ,  $\therefore 0 = k \times 1 + \sqrt{3}$

$$\therefore k = -\sqrt{3},$$

即函数解析式为:  $y = -\sqrt{3}x + \sqrt{3}$ .

[评分说明: 直接写出不扣分, 点  $C$  写在其它地方也在此给分]

(3) 如图, 过  $M$  作  $MD \perp x$  轴于  $D$ , 在  $Rt\triangle MDO$  中, 由勾股定理有:

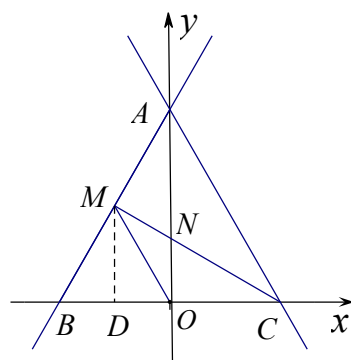
$$OM = \sqrt{OD^2 + DM^2} = \sqrt{(\frac{1}{2})^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2})^2} = 1.$$

又设直线  $MC$  的解析式为  $y = ax + b$ ,

$$\text{则} \begin{cases} -\frac{1}{2}a + b = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ a + b = 0. \end{cases} \text{解方程组得} \begin{cases} a = -\frac{\sqrt{3}}{3} \\ b = \frac{\sqrt{3}}{3} \end{cases} \therefore \text{直线 } MC \text{ 的解析式为 } y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$\therefore$  直线  $MC$  的与  $y$  轴的交点为  $N(0, \frac{\sqrt{3}}{3})$ .

$$\therefore \frac{OM}{ON} = 1 \div \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}.$$



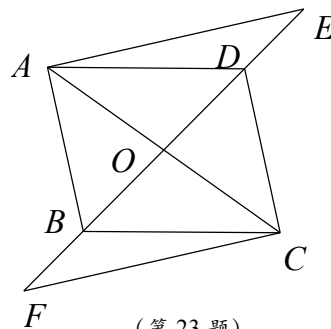
(第 22 题)



23. (本小题满分 10 分)

如图, 在  $\square ABCD$  中, 对角线  $AC$  与  $BD$  相交于点  $O$ , 点  $E, F$  分别在  $BD$  和  $DB$  的延长线上, 且  $DE = BF$ , 连接  $AE, CF$ .

- (1) 求证:  $\triangle ADE \cong \triangle CBF$ ;  
 (2) 试连接  $AF, CE$ . 当  $BD$  平分  $\angle ABC$  时, 四边形  $AFCE$  是什么特殊四边形? 请说明理由.



**解:** (1) 证明: 如图,  $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,

$\therefore AD = CB, AD \parallel BC$ , .....1 分

$\therefore \angle ADB = \angle CBD, \therefore \angle ADE = \angle CBF$ , .....2 分

在  $\triangle ADE$  和  $\triangle CBF$  中,  $\begin{cases} AD = CB \\ \angle ADE = \angle CBF \\ DE = BF \end{cases}$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CBF$  (SAS). .....3 分

(2) 当  $BD$  平分  $\angle ABC$  时, 四边形  $AFCE$  是菱形. ....4 分

理由:  $\because BD$  平分  $\angle ABC$ ,

$\therefore \angle ABD = \angle CBD$ , .....5 分

$\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,

$\therefore OA = OC, OB = OD, AD \parallel BC$ ,

$\therefore \angle ADB = \angle CBD, \therefore \angle ABD = \angle ADB$ ,

$\therefore AB = AD, \therefore$  平行四边形  $ABCD$  是菱形,

$\therefore AC \perp BD, \therefore AC \perp EF$ ,

$\because DE = BF, \therefore OE = OF$ . ....7 分

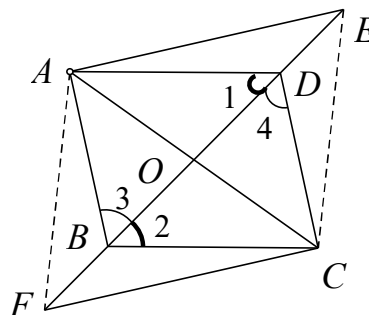
又  $\because OA = OC$ ,

$\therefore$  四边形  $AFCE$  是平行四边形, ....8 分

$\therefore AC \perp EF$ ,

$\therefore$  四边形  $AFCE$  是菱形. ....9 分

[评分说明: 用其它方法证明无明显错误均可给满分] ....10 分



24. (本小题满分 10 分)

已知  $A, B$  两地相距 25 km. 甲 8:00 由  $A$  地出发骑电动自行车去  $B$  地, 平均速度为 20 km/h; 乙在 8:15 由  $A$  地出发乘汽车也去  $B$  地, 平均速度为 40 km/h.

- (1) 分别写出两个人的行程关于时刻的函数解析式, 在同一坐标系中画出函数的图象;
- (2) 乙能否在途中超过甲? 如果能超过, 请结合图象说明, 何时超过?
- (3) 设甲、乙两人之间的距离为  $d$ , 试写出  $d$  关于时刻的函数解析式, 并画出此函数的图象.

解: (1) 设时刻为  $x$ , 行程为  $y$  km, 由题意得:

甲的行程关于时刻的函数解析式为:

$$y = \begin{cases} 20 \times \frac{100 \times (x-8)}{60} = \frac{100(x-8)}{3}, & (8 \leq x < 8.60) \\ 20 \times \frac{100(x-9)}{60} = 20 + \frac{100(x-9)}{3}, & (9 \leq x \leq 9.15) \end{cases}$$

.....2 分

[评分说明: 没有单列出 9 点后情况可以不扣分]

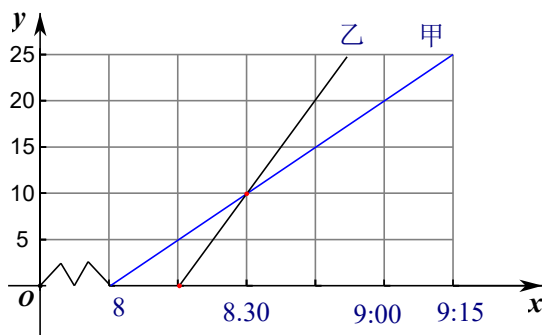
乙的行程关于时刻的函数解析式为:

$$y = 40 \times \frac{100 \times (x-8.15)}{60} = \frac{200(x-8.15)}{3}, (8.15 \leq x \leq 8.525).$$

.....4 分

函数的图象如图所示.

.....6 分



(2) 乙可以在途中超过甲,

.....7 分

如图, 乙在 8:30 与甲相遇后超过.

.....8 分

(3)  $\because$  乙在 8:52 分 30 秒到达 B 地,  $\therefore d = |y_{\text{甲}} - y_{\text{乙}}|$  有 5 种情形:

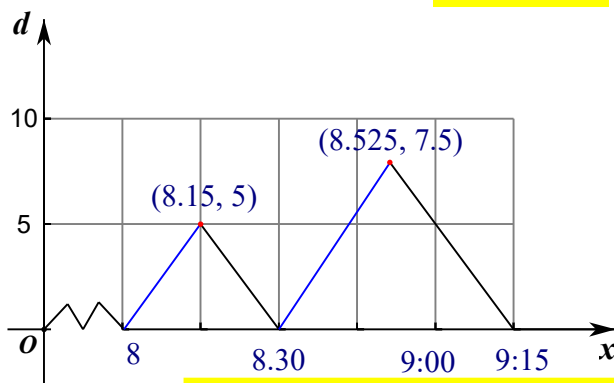
$$d = |y_{\text{甲}} - y_{\text{乙}}| = \begin{cases} \frac{100(x-8)}{3}, (8.15 \leq x \leq 8.30), \\ \frac{100(8.3-x)}{3}, (8.15 < x \leq 8.30), \\ \frac{100x-830}{3}, (8.30 < x \leq 8.525) \\ 25 - \frac{100(x-8)}{3}, (8.525 < x < 8.60) \\ 5 - \frac{100(x-9)}{3}, (9 \leq x \leq 9.15) \end{cases} \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

[评分说明: 在“求  $d$  的表达式”中, 正确写出分段函数其中的 3 段解析式即给满分, 这里特别将相遇时刻

$d=0$  (可以和并) 列出, 学生叙述清楚可以酌情给 1 分]

函数的图象如图所示.

$\dots\dots\dots 10 \text{ 分}$



[评分说明: 在“求  $d$  的表达式”中, 正确作出分段函数中相应的 3 段图形, 也给满分]

[评分说明: 若设时间为  $x$  h, 行程为  $y$ , 列出相应解析式正确即可以相应给分, 事例简述如下]

设某时刻所对应的时间为  $x$  h, 行程为  $y$ , 8 时 15 分对应 8.25h, 行程为  $y$ , 由题意, 甲 8h 出发, 速度为 20 km/h, 9.25h 结束, 所以甲的行程关于时间的函数解析式为:

$$y = 20(x-8) = 20x - 160, (8 \leq x \leq 9.25),$$

乙的行程关于时间的函数解析式为:

$$y = 40(x-8.25) = 40x - 330, (8.25 \leq x \leq 8.875). \quad \text{【图略, 下同】}$$

当  $40x - 330 = 20x - 160$  时, 即  $x = 8.5$ h 时, 已与甲相遇后超过.

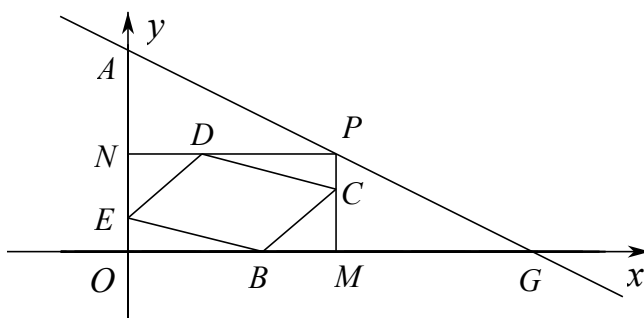
$$d = |y_{\text{甲}} - y_{\text{乙}}| = \begin{cases} 20x - 160, (8.00 \leq x \leq 8.25) \\ |20x - 160 - (40x - 330)| = |170 - 20x|, (8.25 < x \leq 8.875) \\ 185 - 20x, (8.875 \leq x \leq 9.25) \end{cases}$$

[评分说明: 上述叙述不准确只扣 1 分]

25. (本小题满分 12 分)

如图, 已知一次函数  $y = -\frac{1}{2}x + b$  的图象过点  $A(0, 3)$ , 点  $P$  是该直线上的一  
个动点, 过点  $P$  分别作  $PM$  垂直  $x$  轴于点  $M$ ,  $PN$  垂直  $y$  轴于点  $N$ , 在四边形  
 $OMPN$  的边上分别截取:  $OB = \frac{2}{3}OM$ ,  $MC = \frac{2}{3}MP$ ,  $OE = \frac{1}{3}ON$ ,  $ND = \frac{1}{3}NP$ .

- (1) 求  $b$  的值;
- (2) 求证: 四边形  $BCDE$  是平行四边形;
- (3) 在直线  $y = -\frac{1}{2}x + b$  上是否存在这样的点  $P$ , 使四边形  $BCDE$  为正方形? 若  
存在, 请求出所有符合的点  $P$  的坐标; 若不存在, 请说明理由.



(第 25 题)

25. 解: (1)  $\because$  一次函数  $y = -\frac{1}{2}x + b$  的图象过点  $A(0, 3)$ ,

$$\therefore 3 = -\frac{1}{2} \times 0 + b, \text{ 解得 } b = 3.$$

.....2 分

(2) 证明:  $\because PM \perp x$  轴于  $M$ ,  $PN \perp y$  轴于  $N$ ,

$\therefore \angle M = \angle N = \angle O = 90^\circ$ ,  $\therefore$  四边形  $PMON$  是矩形.

.....3 分

$\therefore PM = ON$ ,  $OM = PN$ ,  $\angle M = \angle O = \angle N = \angle P = 90^\circ$ .

$$\because OB = \frac{2}{3}OM, MC = \frac{2}{3}MP, \therefore PC = \frac{1}{3}MP, MB = \frac{1}{3}OM,$$

$$\text{又} \because OE = \frac{1}{3}ON, ND = \frac{1}{3}NP,$$

$\therefore PC=OE, CM=NE, ND=BM, PD=OB.$

.....4 分

在  $\triangle OBE$  和  $\triangle PDC$  中, 
$$\begin{cases} OB = PD \\ \angle O = \angle CPD \\ OE = PC \end{cases}$$

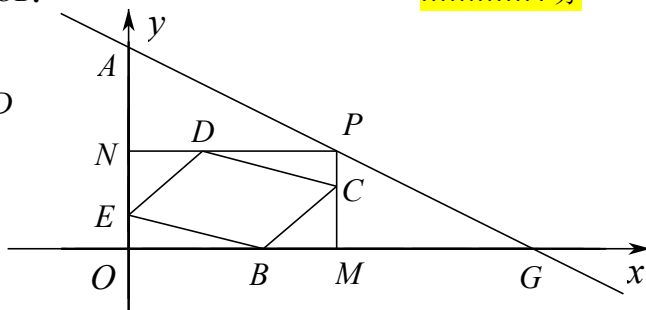
$\therefore \triangle OBE \cong \triangle PDC$  (SAS),

$BE=DC.$

.....5 分

同理:  $DE=BC.$

.....6 分



(第 25 题)

$\therefore$  四边形  $BCDE$  是平行四边形;

.....7 分

(3) 在直线  $y = -\frac{1}{2}x + b$  上存在  $P$  点使四边形  $BCDE$  为正方形.

.....8 分

设  $P$  点坐标为  $(x, y)$ , 要使四边形  $BCDE$  为正方形, 需  $EB=BC=CD=DE$ , 且  $DE \perp EB$ .

此时,  $\triangle OBE \cong \triangle NED$ , 即需  $OB=NE$ .

① 当点  $P$  在第一象限时, 由题意, 得  $\frac{2}{3}x = \frac{2}{3}y, \therefore x=y.$

.....9 分

$\because P$  点在直线  $y = -\frac{1}{2}x + 3$  上,  $\therefore \begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 3 \\ y = x \end{cases}$  解得  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}.$

.....10 分

② 同理, 当点  $P$  在第二象限时,  $-x=y, \therefore \begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 3 \\ y = -x \end{cases}$ , 解得  $\begin{cases} x = -6 \\ y = 6 \end{cases}.$

$\therefore$  所求的  $P$  点坐标是  $(2, 2)$  或  $(-6, 6).$

.....12 分