

数 学

考生号：_____ 姓 名：_____

本试卷共7页，25小题，满分120分。考试用时120分钟。

注意事项：

1. 答题前，考生务必在答题卡第1面、第3面、第5面上用黑色字迹的钢笔或签字笔填写自己的考生号、姓名；将自己的条形码粘贴在答题卡的“条形码粘贴处”。
2. 选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。答案不能答在试卷上。
3. 非选择题答案必须用黑色字迹的钢笔或签字笔写在答题卡各题目指定区域内的相应位置上，涉及作图的题目，用2B铅笔画图；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案，改动后的答案也不能超出指定的区域；不准使用铅笔（作图除外）、涂改液和修正带。不按以上要求作答的答案无效。
4. 考生必须保持答题卡的整洁，考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分 选择题（共30分）

选择题（本大题共10小题，每小题3分，满分30分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

如图1是一个几何体的侧面展开图，这个几何体可以是（*）。

- | | |
|--------|--------|
| (A) 圆锥 | (B) 圆柱 |
| (C) 棱锥 | (D) 棱柱 |

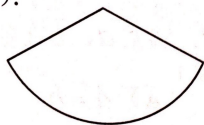
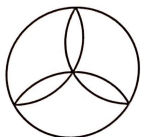
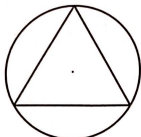


图1

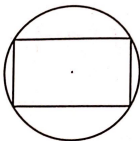
2. 下列图形中，是中心对称图形的是（*）。



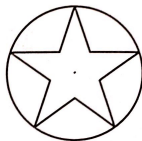
(A)



(B)



(C)



(D)

3. 代数式 $\frac{1}{\sqrt{x+1}}$ 有意义时， x 应满足的条件为（*）。

(A) $x \neq -1$

(B) $x > -1$

(C) $x < -1$

(D) $x \leq -1$

4. 点 $(3, -5)$ 在正比例函数 $y = kx$ ($k \neq 0$) 的图象上，则 k 的值为（*）。

(A) -15

(B) 15

(C) $-\frac{3}{5}$

(D) $-\frac{5}{3}$

5. 下列运算正确的是（*）。

(A) $\sqrt[3]{-8} = 2$

(B) $\frac{a+1}{a} - \frac{1}{a} = a$ ($a \neq 0$)

(C) $\sqrt{5} + \sqrt{5} = \sqrt{10}$

(D) $a^2 \cdot a^3 = a^5$

6. 如图 2，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的对称轴为 $x = -2$ ，

下列结论正确的是（*）。

(A) $a < 0$

(B) $c > 0$

(C) 当 $x < -2$ 时， y 随 x 的增大而减小

(D) 当 $x > -2$ 时， y 随 x 的增大而减小

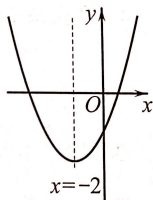


图 2

7. 实数 a, b 在数轴上的位置如图 3 所示，则（*）。

(A) $a = b$

(B) $a > b$

(C) $|a| < |b|$

(D) $|a| > |b|$

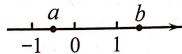


图 3

8. 为了疫情防控, 某小区需要从甲、乙、丙、丁 4 名志愿者中随机抽取 2 名负责该小区入口处的测温工作, 则甲被抽中的概率是 (*).

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{5}{12}$

9. 如图 4, 正方形 $ABCD$ 的面积为 3, 点 E 在边 CD 上, 且 $CE=1$, $\angle ABE$ 的平分线交 AD 于点 F , 点 M, N 分别是 BE, BF 的中点, 则 MN 的长为 (*).

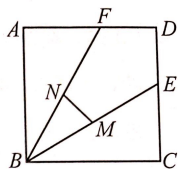


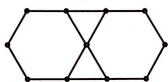
图 4

(A) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(C) $2-\sqrt{3}$ (D) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

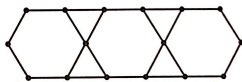
10. 如图 5, 用若干根相同的小木棒拼成图形, 拼第 1 个图形需要 6 根小木棒, 拼第 2 个图形需要 14 根小木棒, 拼第 3 个图形需要 22 根小木棒……若按照这样的方法拼成的第 n 个图形需要 2022 根小木棒, 则 n 的值为 (*).



第 1 个图形



第 2 个图形



第 3 个图形

图 5

(A) 252 (B) 253 (C) 336 (D) 337

第二部分 非选择题 (共 90 分)

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分.)

11. 在甲、乙两位射击运动员的 10 次考核成绩中, 两人的考核成绩的平均数相同, 方差分别为 $S_{\text{甲}}^2=1.45$, $S_{\text{乙}}^2=0.85$, 则考核成绩更为稳定的运动员是 * . (填“甲”、“乙”中的一个).
12. 分解因式: $3a^2-21ab=$ * .

13. 如图 6, 在 $\square ABCD$ 中, $AD=10$, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O , $AC+BD=22$, 则 $\triangle BOC$ 的周长为 $\underline{\quad\quad}$.

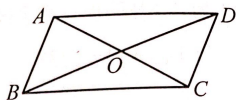


图 6

14. 分式方程 $\frac{3}{2x} = \frac{2}{x+1}$ 的解是 $\underline{\quad\quad}$.

15. 如图 7, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 O 在边 AC 上, 以 O 为圆心, 4 为半径的圆恰好过点 C , 且与边 AB 相切于点 D , 交 BC 于点 E , 则劣弧 \widehat{DE} 的长是 $\underline{\quad\quad}$.
(结果保留 π)

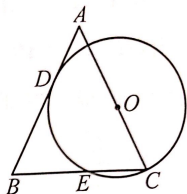


图 7

16. 如图 8, 在矩形 $ABCD$ 中, $BC=2AB$, 点 P 为边 AD 上的一个动点, 线段 BP 绕点 B 顺时针旋转 60° 得到线段 BP' , 连接 PP' , CP' .
当点 P' 落在边 BC 上时, $\angle PP'C$ 的度数为 $\underline{\quad\quad}$;
当线段 CP' 的长度最小时, $\angle PP'C$ 的度数为 $\underline{\quad\quad}$.

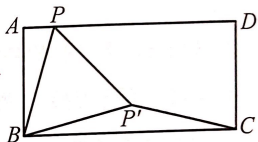


图 8

三、解答题 (本大题共 9 小题, 满分 72 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (本小题满分 4 分)

解不等式: $3x-2 < 4$.

18. (本小题满分 4 分)

如图 9, 点 D, E 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上, $\angle B = \angle C$, $BD = CE$, 求证: $\triangle ABD \cong \triangle ACE$.

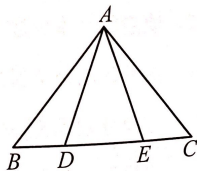


图 9

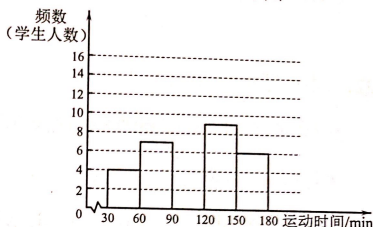
19. (本小题满分 6 分)

某校在九年级学生中随机抽取了若干名学生参加“平均每天体育运动时间”的调查, 根据调查结果绘制了如下不完整的频数分布表和频数分布直方图.

频数分布表

运动时间 t/min	频数	频率
$30 \leq t < 60$	4	0.1
$60 \leq t < 90$	7	0.175
$90 \leq t < 120$	a	0.35
$120 \leq t < 150$	9	0.225
$150 \leq t < 180$	6	b
合计	n	1

频数分布直方图



请根据图表中的信息解答下列问题:

- (1) 频数分布表中的 $a = \underline{\quad}$, $b = \underline{\quad}$, $n = \underline{\quad}$;
- (2) 请补全频数分布直方图;
- (3) 若该校九年级共有 480 名学生, 试估计该校九年级学生平均每天体育运动时间不低于 120 min 的学生人数.

20. (本小题满分 6 分)

某燃气公司计划在地下修建一个容积为 V (V 为定值, 单位: m^3) 的圆柱形天然气储存室, 储存室的底面积 S (单位: m^2) 与其深度 d (单位: m) 是反比例函数关系, 它的图象如图 10 所示.

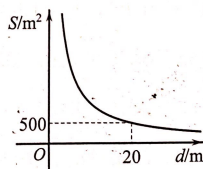


图 10

- (1) 求储存室的容积 V 的值;
- (2) 受地形条件限制, 储存室的深度 d 需要满足 $16 \leq d \leq 25$, 求储存室的底面积 S 的取值范围.

21. (本小题满分 8 分)

已知 $T = (a+3b)^2 + (2a+3b)(2a-3b) + a^2$.

(1) 化简 T ;

(2) 若关于 x 的方程 $x^2 + 2ax - ab + 1 = 0$ 有两个相等的实数根, 求 T 的值.

22. (本小题满分 10 分)

如图 11, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, 且 $AC = 8$, $BC = 6$.

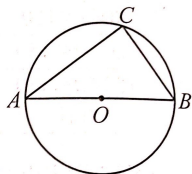


图 11

(1) 尺规作图: 过点 O 作 AC 的垂线, 交劣弧 \widehat{AC} 于

点 D , 连接 CD (保留作图痕迹, 不写作法);

(2) 在 (1) 所作的图形中, 求点 O 到 AC 的距离及

$\sin \angle ACD$ 的值.

23. (本小题满分 10 分)

某数学活动小组利用太阳光线下物体的影子和标杆测量旗杆的高度. 如图 12, 在某一时刻, 旗杆 AB 的影子为 BC , 与此同时在 C 处立一根标杆 CD , 标杆 CD 的影子为 CE , $CD = 1.6\text{m}$, $BC = 5CD$.

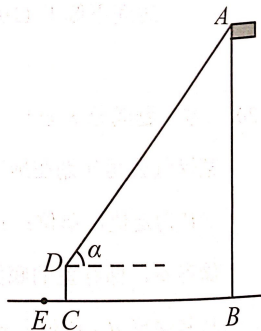


图 12

(1) 求 BC 的长;

(2) 从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为

已知, 求旗杆 AB 的高度.

条件①: $CE = 1.0\text{m}$; 条件②: 从 D 处看旗杆顶部 A 的仰角 α 为 54.46° .

注: 如果选择条件①和条件②分别作答, 按第一个解答计分.

参考数据: $\sin 54.46^\circ \approx 0.81$, $\cos 54.46^\circ \approx 0.58$, $\tan 54.46^\circ \approx 1.40$.

24. (本小题满分 12 分)

已知直线 $l: y = kx + b$ 经过点 $(0, 7)$ 和点 $(1, 6)$.

(1) 求直线 l 的解析式;

(2) 若点 $P(m, n)$ 在直线 l 上, 以 P 为顶点的抛物线 G 过点 $(0, -3)$, 且开口向下.

① 求 m 的取值范围;

② 设抛物线 G 与直线 l 的另一个交点为 Q , 当点 Q 向左平移 1 个单位长度后得到的点 Q' 也在 G 上时, 求 G 在 $\frac{4m}{5} \leq x \leq \frac{4m}{5} + 1$ 的图象的最高点的坐标.

25. (本小题满分 12 分)

如图 13, 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle BAD = 120^\circ$, $AB = 6$, 连接 BD .

(1) 求 BD 的长;

(2) 点 E 为线段 BD 上一动点 (不与点 B, D 重合),

点 F 在边 AD 上, 且 $BE = \sqrt{3}DF$.

① 当 $CE \perp AB$ 时, 求四边形 $ABEF$ 的面积;

② 当四边形 $ABEF$ 的面积取得最小值时, $CE + \sqrt{3}CF$ 的值是否也最小?

如果是, 求 $CE + \sqrt{3}CF$ 的最小值; 如果不是, 请说明理由.

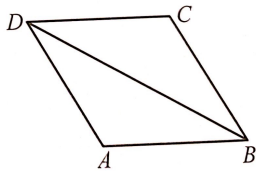


图 13