

漳州市2022 年初中毕业班模拟训练（一）

数学参考答案

一、选择题：共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。

题 号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答 案	A	C	D	A	C	A	B	B	D	C

二、填空题：本题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分。

11. 1.2×10^{-7} 12. $\sqrt{5}$ 13. 套餐一 14. $x=0$ 15. $\angle B$ 16. ①②④

三、解答题：本题共 9 小题，共 86 分。

17. (8 分)

解： $x(x-7)=8(7-x)$.

$x(x-7)+8(x-7)=0$2 分

$(x-7)(x+8)=0$ 6 分

$\therefore x_1=7, x_2=-8$8 分

18. (8 分)

证明： \because 点 O 是 CD 的中点，

$\therefore DO=CO$2 分

在 $\square ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，

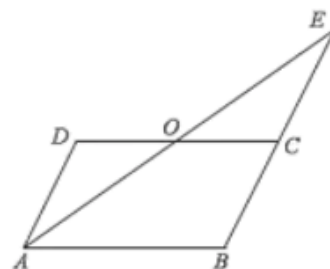
$\therefore \angle D = \angle DCE, \angle DAO = \angle E$4 分

在 $\triangle ADO$ 和 $\triangle ECO$ 中，

$$\begin{cases} \angle DAO = \angle E, \\ \angle D = \angle DCE, \\ DO = CO, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADO \cong \triangle ECO (AAS)$6 分

$\therefore AD = CE$8 分



19. (8 分)

解：原式 $= \left(\frac{x+3}{x+3} - \frac{1}{x+3} \right) \div \frac{x+2}{x^2-9}$ 1 分

$= \frac{x+3-1}{x+3} \div \frac{x+2}{(x+3)(x-3)}$ 3 分

$= \frac{x+2}{x+3} \cdot \frac{(x+3)(x-3)}{x+2}$ 4 分

$= x-3$ 6 分

当 $x = 3 + \sqrt{2}$ 时，原式 $= 3 + \sqrt{2} - 3 = \sqrt{2}$8 分

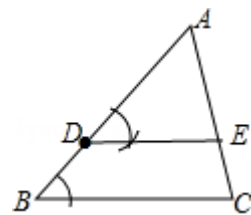
20. (8分)

解: (1) 如图, $\angle ADE$ 为所作的角;4分

(2) $\because \angle ADE = \angle B$,

$\therefore DE \parallel BC$,6分

$\therefore \frac{AE}{EC} = \frac{AD}{DB} = 2$8分



21. (8分)

解: (1) 设购买篮球 x 个, 购买足球 y 个.

依题意, 得 $\begin{cases} x + y = 60, \\ 70x + 80y = 4600. \end{cases}$ 2分

解得 $\begin{cases} x = 20, \\ y = 40. \end{cases}$ 3分

答: 购买篮球 20 个, 购买足球 40 个.4分

(2) 设购买了 a 个篮球, 依题意得

$70a \leq 80(60 - a)$,6分

解得 $a \leq 32$7分

答: 最多可购买 32 个篮球.8分

22. (10分)

解: (1) $\because AC \perp BD$, $\angle FCA = 90^\circ$, $\angle CBF = \angle DCB$,

$\therefore BD \parallel CF$, $CD \parallel BF$2分

\therefore 四边形 $DBFC$ 是平行四边形;4分

(2) 解法一:

\because 四边形 $DBFC$ 是平行四边形,

$\therefore CF = BD = 2$5分

$\because AB = BC$, $AC \perp BD$,

$\therefore AE = CE$6分

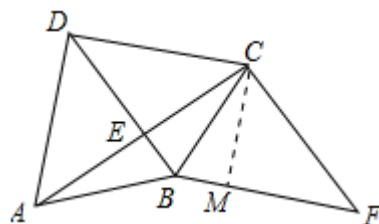
作 $CM \perp BF$ 于 F , 如图.

$\because BC$ 平分 $\angle DBF$, $\therefore CE = CM$8分

$\because \angle F = 45^\circ$, $\therefore \triangle CFM$ 是等腰直角三角形.

$\therefore CM = \frac{\sqrt{2}}{2} CF = \sqrt{2}$9分

$\therefore AE = CE = \sqrt{2}$, $\therefore AC = 2\sqrt{2}$10分



解法二:

$\because BC$ 平分 $\angle DBF$,

$\therefore \angle DBC = \angle CBF$5 分

$\because \angle DCB = \angle CBF$,

$\therefore \angle DBC = \angle DCB$.

$\therefore BD = DC = 2$6 分

\because 四边形 $DBFC$ 是平行四边形,

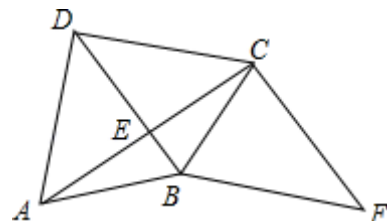
$\therefore \angle CDB = \angle F = 45^\circ$7 分

$\because AC \perp BD$,

$\therefore CE = CD \cdot \sin 45^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$9 分

$\because AB = BC, AC \perp BD$,

$\therefore AC = 2CE = 2\sqrt{2}$10 分



23. (10 分)

解: (1) $\overline{x_A} = \frac{1}{6}(1+1.6+2.2+2.7+3.5+4) = 2.5$,3 分

$\overline{x_B} = \frac{1}{6}(2+3+1.7+1.8+1.7+3.6) = 2.3$6 分

(2) A 酒店营业额的平均数比 B 酒店的营业额的平均数大, 且 B 酒店的营业额的方差小于 A 酒店, 说明 B 酒店的营业额比较稳定, 而从图像上看 A 酒店的营业额持续稳定增长, 潜力大, 说明 A 酒店经营状况好.10 分

24. (12 分)

解: (1) \because 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore AD = BC = 10, AB = CD = 8$,

$\angle B = \angle BCD = 90^\circ$1 分

由翻折可知: $AD = AF = 10, DE = EF$2 分

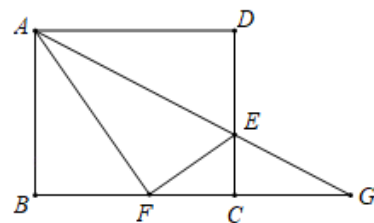
设 $EC = x$, 则 $DE = EF = 8 - x$.

在 $Rt\triangle ABF$ 中, $BF = \sqrt{AF^2 - AB^2} = 6$,

$\therefore CF = BC - BF = 10 - 6 = 4$3 分

在 $Rt\triangle EFC$ 中, $(8 - x)^2 = x^2 + 4^2$,4 分

解得 $x = 3, \therefore EC = 3$5 分



(2)存在.

①当 $MN=MD$ 时, 如图.

$$\because AD \parallel CG, \therefore \frac{AD}{CG} = \frac{DE}{CE},$$

$$\therefore \frac{10}{CG} = \frac{5}{3}, \therefore CG=6. \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\text{在 Rt}\triangle DCG \text{ 中, } DG = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10,$$

$$\therefore DG=AD,$$

$$\therefore \angle DAM = \angle DGM.$$

$$\because MN=MD, \therefore \angle MDN = \angle DNM.$$

$$\because \angle DNM = \angle NGM + \angle NMG, \angle DMN = \angle DAM,$$

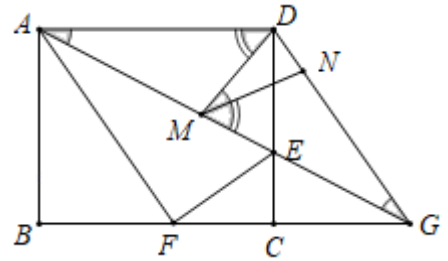
$$\therefore \angle MDN = \angle GMD, \angle DMN = \angle DGM,$$

$$\therefore \triangle DMN \sim \triangle DGM, \therefore \frac{DM}{DG} = \frac{MN}{GM}, \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\because MN=DM, \therefore DG=GM=10.$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABG \text{ 中, } AG = \sqrt{8^2 + 16^2} = 8\sqrt{5},$$

$$\therefore AM = 8\sqrt{5} - 10. \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$



②当 $MN=DN$ 时.

解法一:

如图, 作 $MH \perp DG$ 于 H .

$$\because MN=DN, \therefore \angle MDN = \angle DMN.$$

$$\because \angle DMN = \angle DGM,$$

$$\therefore \angle MDG = \angle MGD,$$

$$\therefore MD=MG.$$

$$\because MH \perp DG, \therefore DH=GH=5.$$

$$\because AD \parallel CG, \therefore \angle DAG = \angle AGB.$$

$$\therefore \angle AGB = \angle DGM.$$

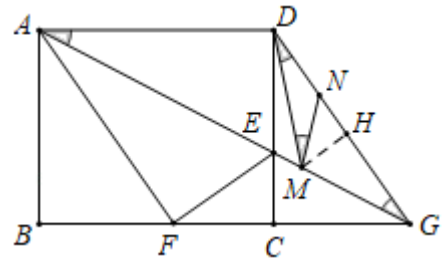
$$\because \angle B = \angle GHM,$$

$$\therefore \triangle GHM \sim \triangle GBA.$$

$$\therefore \frac{GH}{GB} = \frac{MG}{AG}, \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

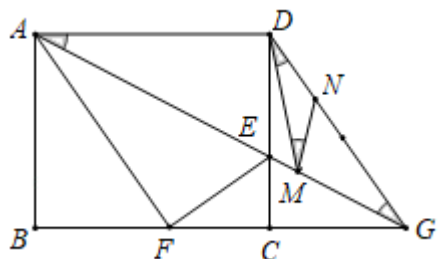
$$\therefore \frac{5}{16} = \frac{MG}{8\sqrt{5}}, \therefore MG = \frac{5\sqrt{5}}{2},$$

$$\therefore AM = 8\sqrt{5} - \frac{5\sqrt{5}}{2} = \frac{11\sqrt{5}}{2}. \quad \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$



解法二:

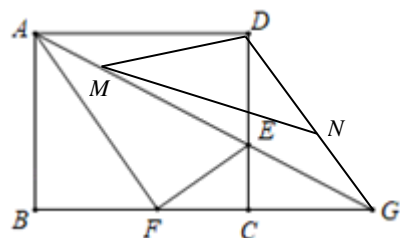
$\because MN=DN, \therefore \angle MDN = \angle DMN.$
 $\because \angle DMN = \angle DGM, \therefore \angle MDN = \angle DGM.$
 $\therefore MD=MG.$
 $\because \angle MDN = \angle DGM = \angle DAG,$
 $\therefore \triangle MGD \sim \triangle DGA. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$



$$\therefore \frac{MG}{DG} = \frac{DG}{AG}, \text{ 即 } \frac{8\sqrt{5} - AM}{10} = \frac{10}{8\sqrt{5}},$$

$$\text{解得 } AM = \frac{11\sqrt{5}}{2}. \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

③ $\because AD \parallel FG, AD=FG, AD=DG,$
 \therefore 四边形 $ADGF$ 是菱形,
 $\therefore \angle DGA = \angle MAD = \angle NMD.$
 $\because \angle DNM$ 是 $\triangle MGN$ 的外角,
 $\therefore \angle DNM > \angle GDA. \therefore \angle NMD \neq \angle DNM.$
 $\therefore MD \neq ND.$



综上所述, 满足条件的 AM 的值为 $8\sqrt{5} - 10$ 或 $\frac{11\sqrt{5}}{2}. \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$

25. (14 分)

解: (1) 令 $y=0$, 则有 $x^2 - 2mx + m^2 - 3 = 0. \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-2m)^2 - 4 \times 1 \times (m^2 - 3) = 12 > 0.$$

\therefore 抛物线与 x 轴有两个交点; $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

$$(2) \text{ ① } \because y = x^2 - 2mx + m^2 - 3 = (x - m)^2 - 3,$$

\therefore 顶点 A 的坐标为 $(m, -3). \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

设抛物线对称轴与 x 轴的交点为 E , 则点 $E(m, 0).$

$$\text{当 } x=0 \text{ 时, } y = x^2 - 2mx + m^2 - 3 = m^2 - 3,$$

\therefore 点 $C(0, m^2 - 3). \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

$$\text{当 } y=0 \text{ 时, } x^2 - 2mx + m^2 - 3 = 0, \text{ 即 } (x - m)^2 - 3 = 0,$$

$$\text{解得 } x_1 = m - \sqrt{3}, x_2 = m + \sqrt{3}. \therefore D(m - \sqrt{3}, 0), B(m + \sqrt{3}, 0). \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABE \text{ 中, } AE=3, BE=m + \sqrt{3} - m = \sqrt{3}, \therefore AB = \sqrt{AE^2 + BE^2} = 2\sqrt{3} = 2BE,$$

$\therefore \angle BAE = 30^\circ. \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$

由抛物线的对称性可得 $AD=AB, \angle DAE = \angle BAE = 30^\circ,$

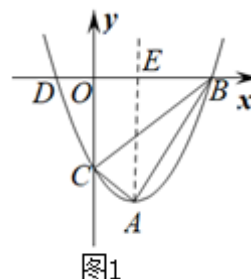
$$\therefore \angle BAD = \angle BAE + \angle DAE = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle ABD$ 是等边三角形. $\dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

②解法一：

(i) 当 $0 < m \leq \sqrt{3}$ 时，如图 1.

$$\begin{aligned}
 S_{\triangle ABC} &= S_{\text{四边形}OCAE} + S_{\triangle ABE} - S_{\triangle OCB} = \frac{1}{2}OE \cdot (OC + AE) + \frac{1}{2}AE \cdot BE - \frac{1}{2}OC \cdot OB \\
 &= \frac{1}{2}m(3 - m^2 + 3) + \frac{1}{2} \times 3 \times \sqrt{3} - \frac{1}{2}(3 - m^2)(m + \sqrt{3}) \quad . \\
 &= \frac{\sqrt{3}}{2}m^2 + \frac{3}{2}m = \frac{\sqrt{3}}{2}\left(m + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \frac{3\sqrt{3}}{8} \quad . \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}
 \end{aligned}$$



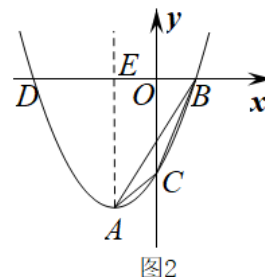
$$\because \frac{\sqrt{3}}{2} > 0,$$

\therefore 当 $0 < m \leq \sqrt{3}$ 时， $S_{\triangle ABC}$ 的值随 m 的增大而增大.

\therefore 当 $m = \sqrt{3}$ 时， $S_{\triangle ABC}$ 取最大值，最大值为 $3\sqrt{3}$. $\dots\dots\dots 11 \text{ 分}$

(ii) 当 $-\sqrt{3} \leq m < 0$ 时，如图 2.

$$\begin{aligned}
 S_{\triangle ABC} &= S_{\text{四边形}EACO} + S_{\triangle OCB} - S_{\triangle ABE} \\
 &= \frac{1}{2}OE \cdot (OC + AE) + \frac{1}{2}OC \cdot OB - \frac{1}{2}AE \cdot BE \\
 &= \frac{1}{2}m(3 - m^2 + 3) + \frac{1}{2}(3 - m^2)(m + \sqrt{3}) - \frac{1}{2} \times 3 \times \sqrt{3} \quad . \\
 &= -\frac{\sqrt{3}}{2}m^2 - \frac{3}{2}m \\
 &= -\frac{\sqrt{3}}{2}\left(m + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{3\sqrt{3}}{8}. \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}
 \end{aligned}$$



$$\because -\frac{\sqrt{3}}{2} < 0,$$

$\therefore S$ 的值随 m 的值增大而减小.

\therefore 当 $m = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 时， $S_{\triangle ABC}$ 取最大值，最大值为 $\frac{3\sqrt{3}}{8}$. $\dots\dots\dots 13 \text{ 分}$

$$\because 3\sqrt{3} > \frac{3\sqrt{3}}{8},$$

\therefore 当 $m = \sqrt{3}$ 时， $\triangle ABC$ 的面积最大，最大值为 $3\sqrt{3}$. $\dots\dots\dots 14 \text{ 分}$

解法二:

$\because \triangle ABD$ 是边长为 $2\sqrt{3}$ 的等边三角形,

$\therefore \triangle ABC$ 的底边 $AB=2\sqrt{3}$.

当点 $C(0, m^2-3)$ 到 AB 的距离达到最大值时, $\triangle ABC$ 的面积最大.9 分

$\because A(m, -3), B(m+\sqrt{3}, 0),$

\therefore 直线 AB 的函数关系式为 $y=\sqrt{3}x-\sqrt{3}m-3$.

\therefore 直线 AB 与 y 轴交于点 $P(0, -\sqrt{3}m-3)$10 分

(i) 当 $0 < m \leq \sqrt{3}$ 时, 如图 3, 点 P 在 C 下方.

由①, 得 $\angle ABD=60^\circ$,

$\therefore \angle BPO=60^\circ$.

过点 C 作 $CE \perp AB$ 于点 E ,

$$\text{则 } CE = \frac{1}{2}CP = \frac{1}{2}[(\sqrt{3}m+3)-(3-m^2)]$$

$$= \frac{m^2 + \sqrt{3}m}{2}.$$

$$= \frac{(m + \frac{\sqrt{3}}{2})^2 - \frac{3}{4}}{2}. \quad \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

当 $m=\sqrt{3}$ 时, CE 取最大值 3.12 分

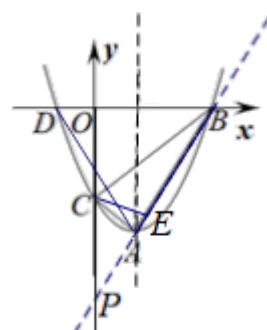


图 3

(ii) 当 $-\sqrt{3} \leq m < 0$ 时, 如图 4. 点 P 在 C 上方.

同理, 可得

$$CE = -\frac{(m + \frac{\sqrt{3}}{2})^2 - \frac{3}{4}}{2},$$

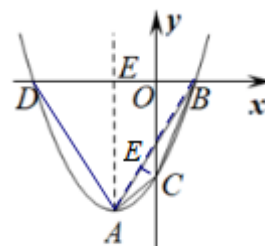


图 4

当 $m=-\sqrt{3}$ 时, CE 取最大值 $\frac{3}{8}$;13 分

综上所述, 在 $|m| \leq \sqrt{3}$ 范围内, 当 $m=\sqrt{3}$ 时, CE 取最大值 3,

所以 $\triangle ABC$ 面积的最大值 $= \frac{1}{2}AB \cdot CE = 3\sqrt{3}$14 分