

厦门市翔安区 2022 年九年级适应性考试

数学评分标准

(试卷满分: 150 分 考试时间: 120 分钟)

一、选择题 (本大题共 8 题, 每题 4 分, 共 32 分)

1	2	3	4	5	6	7	8
D	B	D	C	D	B	C	B

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每题 4 分, 共 32 分)

9. 2; 10. 2; 11. $x < 4$; 12. 60° ; 13. $\frac{9}{20}$;

14. 88.75; 15. 4; 16. -32.

三、解答题 (本大题有 9 题, 共 86 分)

17. (本题满分 8 分) 先化简, 再求值: $(1 + \frac{1}{a-1}) \div \frac{a^2}{a^2 - 2a + 1}$, 其中 $a = \sqrt{3}$.

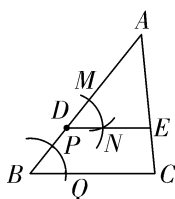
$$\text{解: 原式} = \frac{a}{a-1} \cdot \frac{(a-1)^2}{a^2} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$= \frac{a-1}{a}, \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\text{当 } a = \sqrt{3} \text{ 时, 原式} = \frac{3 - \sqrt{3}}{3}. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

18. (本题满分 8 分)

(1) 如解图, $\angle ADE$ 为所求; $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$



(2) $\because \angle ADE = \angle B, \therefore DE \parallel BC, \therefore \frac{AE}{EC} = \frac{AD}{DB}, \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

$$\because \frac{AD}{BD} = 2,$$

$$\therefore \frac{AE}{EC} = 2. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

19. (本题满分 8 分)

解: (1) 共有 100 个数, 从小到大排列后第 50, 51 个数分别是 6.4 和 6.8,

所以中位数为 $(6.4+6.8) \div 2 = 6.6$,2 分

已知这组数据的平均数为 9.2t, 所以, 从平均数与中位数的差异可得大部分居民家庭去年的月均用水量小于平均数, 有节约用水观念, 但少数家庭用水比较浪费。.....4 分

(2) 因为 $100 \times 75\% = 75$, 而第 75 个家庭去年的月均用水量为 11t,6 分

所以, 为了鼓励节约用水, 要使 75% 的家庭水费支出不受影响, 家庭月均用水量应该定为

11t。.....8 分

20. (本题满分 8 分)

解: (1) 设 B 工程公司单独建设完成这项工程需要 x 天, 由题意得,

$$45 \times \frac{1}{180} + 54 \times \left(\frac{1}{180} + \frac{1}{x} \right) = 1, \text{2 分}$$

解得 $x = 120$,

经检验, $x = 120$ 是原方程的解且符合题意.

答: B 工程公司单独建设完成此项工程需要 120 天;4 分

(2) \because A 工程公司建设其中一部分用了 m 天完成, B 工程公司建设另一部分用了 n 天完成,

$$\therefore m \cdot \frac{1}{180} + n \cdot \frac{1}{120} = 1,$$

$$\text{即 } n = 120 - \frac{2}{3}m, \text{6 分}$$

又 $\because m < 46, n < 92$,

$$\therefore \begin{cases} m < 46, \\ 120 - \frac{2}{3}m < 92, \end{cases}$$

解得 $42 < m < 46$,

$\because m$ 为正整数,

$\therefore m = 43$ 或 44 或 45 .

而 $n = 120 - \frac{2}{3}m$ 也为正整数,

$\therefore m = 45, n = 90$.

答: A 工程公司施工建设了 45 天, B 工程公司施工建设了 90 天.8 分

21. (本题满分 8 分)

解：(1)结论： $AE = BD$ ， $AE \perp BD$ ；……………2 分

理由：如图 1 中，延长 AE 交 BD 于点 H ， AH 交 BC 于点 O ，

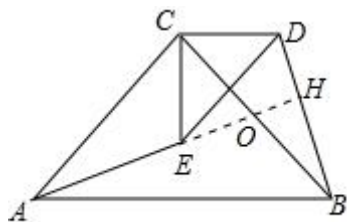


图1

$\because \triangle ACB$ 和 $\triangle DCE$ 均为等腰直角三角形， $\angle ACB = \angle DCE = 90^\circ$

$\therefore \angle ACE = \angle BCD$ ， $AC = BC$ ， $CD = CE$

$\therefore \triangle ACE \cong \triangle BCD (SAS)$

$\therefore AE = BD$ ， $\angle CAE = \angle CBD$

$\because \angle CAE + \angle AOC = 90^\circ$ ， $\angle AOC = \angle BOH$ ， $\therefore \angle BOH + \angle CBD = 90^\circ$ ， $\therefore \angle AHB = 90^\circ$ ， $\therefore AE \perp BD$

故答案为 $AE = BD$ ； $AE \perp BD$ ；……………4 分

(2)结论： $\angle ADB = 90^\circ$ ， $AD = 2CM + BD$ ；……………6 分

理由：如图 2 中，

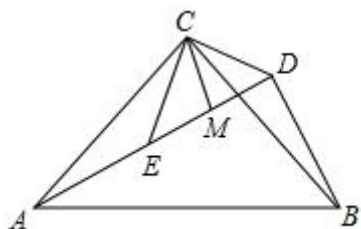


图2

$\because \triangle ACB$ 和 $\triangle DCE$ 均为等腰直角三角形， $\angle ACB = \angle DCE = 90^\circ$

$\therefore \angle ACE = \angle BCD$ ， $AC = BC$ ， $CD = CE$ $\therefore \triangle ACE \cong \triangle BCD (SAS)$

$\therefore AE = BD$ ， $\angle BDC = \angle AEC = 135^\circ$ ， $\therefore \angle ADB = \angle BDC - \angle CDE = 135^\circ - 45^\circ = 90^\circ$

在等腰直角三角形 DCE 中， CM 为斜边 DE 上的高， $\therefore CM = DM = ME$ $\therefore DE = 2CM$

$\therefore AD = DE + AE = 2CM + BD$ ……………8 分

22. (本题满分 10 分)

(1) 证明: 如图, 连接 OD ,

$$\because OB=OD,$$

$$\therefore \angle B = \angle ODB.$$

$$\because AB=AC,$$

$$\therefore \angle B = \angle C.$$

$$\therefore \angle ODB = \angle C.$$

$$\therefore OD \parallel AC. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\because DE \perp AC,$$

$$\therefore \angle DEC = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle ODE = \angle DEC = 90^\circ.$$

$$\therefore OD \perp DE.$$

$$\because OD \text{ 是 } \odot O \text{ 的半径},$$

$$\therefore DE \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线}; \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(2) 解: 如图, 连接 AD ,

$$\because AB \text{ 是 } \odot O \text{ 的直径},$$

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ.$$

$$\because AB=AC,$$

$$\therefore BD = \frac{1}{2}BC = 4, \quad \angle B = \angle C.$$

$$\therefore \tan B = \tan C = \frac{AD}{BD} = \frac{3}{4}.$$

$$\therefore AD = 3. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

在 $\text{Rt}\triangle ADB$ 中, 由勾股定理得:

$$AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

$$\therefore OD = \frac{1}{2}AB = \frac{5}{2}, \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

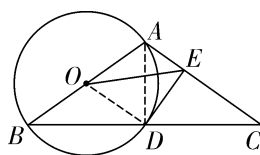
在 $\text{Rt}\triangle DEC$ 中,

$$\because \sin C = \frac{DE}{DC} = \frac{AD}{AC},$$

$$\therefore \frac{3}{5} = \frac{DE}{4}.$$

$$\therefore DE = \frac{12}{5}.$$

$$\therefore \tan \angle DOE = \frac{DE}{DO} = \frac{24}{25}. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$



23. (本题 10 分)

解: (1) 设A型凳子的售价为每张 x 元, 根据题意得

$$\begin{cases} 300x - 50a = 14250 \\ 500x - 250a = 21250 \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} x = 50 \\ a = 15 \end{cases}$,

答: a 的值为 15.2 分

(2) 设购买A型凳子 m 张, 则购买B型凳子 $(900 - m)$ 张,

根据题意得 $\begin{cases} m \geq 150 \\ m \leq 2(900 - m) \end{cases}$,

解得 $150 \leq m \leq 600$,

设总采购费用为 w 元, 根据题意得

当 $150 \leq m \leq 250$ 时, $w = 50m + 40(900 - m) = 10m + 36000$;4 分

当 $250 < m \leq 600$ 时, $w = 50 \times 250 + (50 - 15) \times (m - 250) + 40(900 - m) = -5m + 39750$,

$$\therefore w = \begin{cases} 10m + 36000 (150 \leq m \leq 250) \\ -5m + 39750 (250 < m \leq 600) \end{cases}, \text{6 分}$$

当 $150 \leq m \leq 250$ 时, $10 > 0$, w 随 m 的增大而增大, $m = 150$ 时, w 的最小值为 37500;

当 $250 < m \leq 600$ 时, $-5 < 0$, w 随 m 的增大而减小, $m = 600$ 时, w 的最小值为 36750.8 分

$\because 37500 > 36750$,

\therefore 购买A型凳子 600 张, 购买B型凳子 300 张时总采购费用最少, 最少是 36750 元.10 分

24. (本题满分 12 分)

解: (1) 如图 1, $\because DE \parallel AB$,

$$\therefore \angle EDC = \angle ABM,$$

$$\because CE \parallel AM,$$

$$\therefore \angle ECD = \angle ADB,$$

$\because AM$ 是 $\triangle ABC$ 的中线, 且 D 与 M 重合,

$$\therefore BD = DC,$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle EDC,$$

$$\therefore AB = ED, \text{2 分}$$

$$\because AB \parallel ED,$$

\therefore 四边形 $ABDE$ 是平行四边形;4 分

(2) 结论成立, 理由如下: 如图 2, 过点 M 作 $MG \parallel DE$ 交 CE 于 G ,

$$\because CE \parallel AM,$$

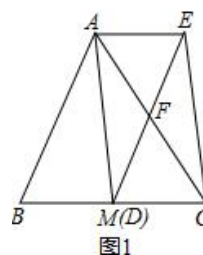


图1

∴ 四边形 $DMGE$ 是平行四边形,

∴ $ED = GM$, 且 $ED \parallel GM$,6 分

由(1)知, $AB = GM$, $AB \parallel GM$,

∴ $AB \parallel DE$, $AB = DE$,

∴ 四边形 $ABDE$ 是平行四边形;8 分

(3) 如图 3 取线段 CH 的中点 I , 连接 MI ,

∵ $BM = MC$,

∴ MI 是 $\triangle BHC$ 的中位线,

∴ $MI \parallel BH$, $MI = \frac{1}{2}BH$,10 分

∵ $BH \perp AC$, 且 $BH = AM$,

∴ $MI = \frac{1}{2}AM$, $MI \perp AC$, ∴ $\sin \angle CAM = \frac{1}{2}$,

∴ $\angle CAM = 30^\circ$12 分

25. (本题满分 14 分)

解: (1) ∵ 点 $B(3,0)$, 点 $C(0,3)$ 在抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 图象上,

∴ $\begin{cases} -9 + 3b + c = 0 \\ c = 3 \end{cases}$,2 分

解得: $\begin{cases} b = 2 \\ c = 3 \end{cases}$,

∴ 抛物线解析式为: $y = -x^2 + 2x + 3$;4 分

(2) ∵ 点 $B(3,0)$, 点 $C(0,3)$,

∴ 直线 BC 解析式为: $y = -x + 3$,

如图 1, 过点 P 作 $PH \perp x$ 轴于 H , 交 BC 于点 G ,

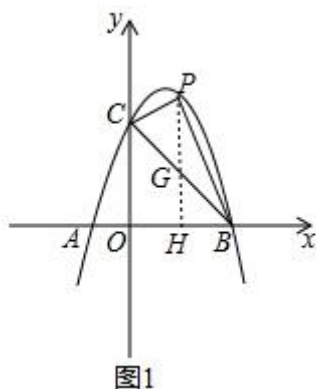


图1

设点 $P(m, -m^2 + 2m + 3)$, 则点 $G(m, -m + 3)$,

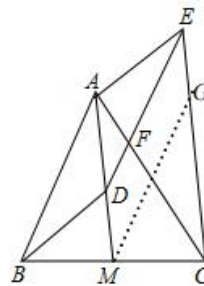


图2

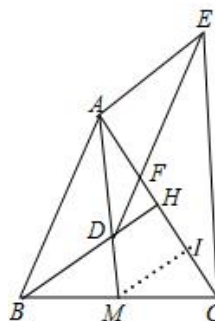


图3

$$\therefore PG = (-m^2 + 2m + 3) - (-m + 3) = -m^2 + 3m, \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\because S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2} \times PG \times OB = \frac{1}{2} \times 3 \times (-m^2 + 3m) = -\frac{3}{2}(m - \frac{3}{2})^2 + \frac{27}{8},$$

\therefore 当 $m = \frac{3}{2}$ 时, $S_{\triangle PBC}$ 有最大值,

$$\therefore \text{点 } P(\frac{3}{2}, \frac{15}{4}); \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

(3) 存在 N 满足条件,

理由如下: \because 抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点,

$$\therefore \text{点 } A(-1, 0),$$

$$\because y = -x^2 + 2x + 3 = -(x - 1)^2 + 4,$$

$$\therefore \text{顶点 } M \text{ 为 } (1, 4),$$

$$\because \text{点 } M \text{ 为 } (1, 4), \text{ 点 } C(0, 3),$$

$$\therefore \text{直线 } MC \text{ 的解析式为: } y = x + 3, \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

如图 2, 设直线 MC 与 x 轴交于点 E , 过点 N 作 $NQ \perp MC$ 于 Q ,

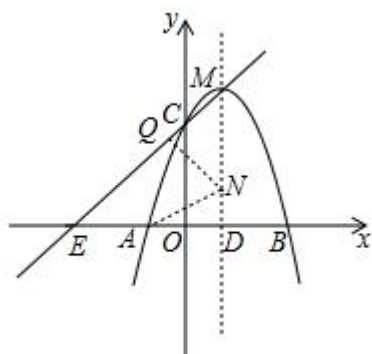


图2

$$\therefore \text{点 } E(-3, 0),$$

$$\therefore DE = 4 = MD,$$

$$\therefore \angle NMQ = 45^\circ,$$

$$\because NQ \perp MC,$$

$$\therefore \angle NMQ = \angle MNQ = 45^\circ,$$

$$\therefore MQ = NQ,$$

$$\therefore MQ = NQ = \frac{\sqrt{2}}{2}MN, \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

设点 $N(1, n)$,

\because 点 N 到直线 MC 的距离等于点 N 到点 A 的距离 ,

$$\therefore NQ = AN ,$$

$$\therefore NQ^2 = AN^2 ,$$

$$\therefore \left(\frac{\sqrt{2}}{2}MN\right)^2 = AN^2 ,$$

$$\therefore \left(\frac{\sqrt{2}}{2}|4 - n|\right)^2 = 4 + n^2 ,$$

$$\therefore n^2 + 8n - 8 = 0 ,$$

$$\therefore n = -4 \pm 2\sqrt{6} ,$$

\therefore 存在点 N 满足要求 , 点 N 坐标为 $(1, -4 + 2\sqrt{6})$ 或 $(1, -4 - 2\sqrt{6})$. $\dots\dots\dots 14 \text{ 分}$