

机密★启用前

黄石市 2022 年初中毕业生学业水平考试

数学试题卷 第 1 页 (共 4 页)

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. $1-\sqrt{2}$ 的绝对值是 ()

A. $1-\sqrt{2}$

B. $\sqrt{2}-1$

C. $1+\sqrt{2}$

D. $\pm(\sqrt{2}-1)$

2. 下面四幅图是我国一些博物馆的标志, 其中既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ().



温州博物馆

B. 西藏博物馆

C. 广东博物馆

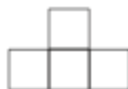
A.
D. 湖北博物馆

博物馆

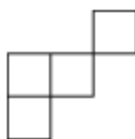
3. 由 5 个大小相同的小正方体搭成的几何体如图所示, 它的主视图是 ()



几何体



A.



B.



C. D.

4. 下列运算正确的是 () .

A. $a^9 - a^7 = a^2$

B. $a^6 \div a^3 = a^2$

C. $a^2 \cdot a^3 = a^6$

D. $(-2a^2b)^2 = 4a^4b^2$

5. 函数 $y = \frac{x}{\sqrt{x+3}} + \frac{1}{x-1}$ 的自变量 x 的取值范围是 ()

A. $x \neq -3$ 且 $x \neq 1$

B. $x > -3$ 且 $x \neq 1$

C. $x > -3$

D. $x \geq -3$ 且 $x \neq 1$

6. 我市某校开展“共创文明班, 一起向未来”的古诗文朗诵比赛活动, 有 10 位同学参加了初赛, 按初赛成绩由高到低取前 5 位进入决赛. 如果小王同学知道了自己的成绩后, 要判断能否进入决赛, 他需要知道这 10 位同学成绩的 () .

A. 平均数

B. 众数

C. 中位数

D. 方差

7. 如图, 正方形 $OABC$ 的边长为 $\sqrt{2}$, 将正方形 $OABC$ 绕原点 O 顺时针旋转 45° , 则点 B 的对应点 B_1 的坐标为 ()

A. $(-\sqrt{2}, 0)$

B. $(-\sqrt{2}, 0)$

C. $(0, \sqrt{2})$

D. $(0, 2)$

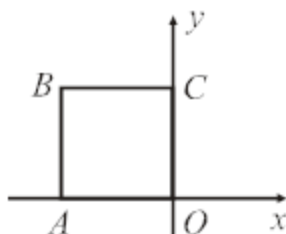
8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 分别以 A, C 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AC$ 长为半径作弧, 两弧分别相交于 M, N 两点, 作直线 MN , 分别交线段 BC, AC 于点 D, E , 若 $AE=2\text{cm}$, $\triangle ABD$ 的周长为 11cm , 则 $\triangle ABC$ 的周长为 () .

A. 13cm

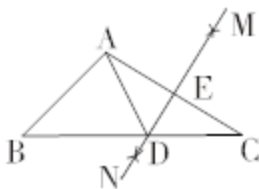
B. 14cm

C. 15cm

D. 16cm



(第7题)



(第8题)



(第9题)

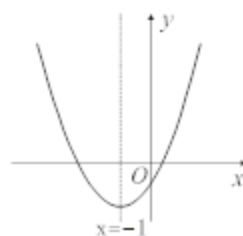
9. 我国魏晋时期的数学家刘徽首创“割圆术”：“割之弥细，所失弥少，割之又割，以至于不可割，则与圆周合体，而无所失矣”，即通过圆内接正多边形割圆，从正六边形开始，每次边数成倍增加，依次可得圆内接正十二边形，内接正二十四边形，... 边数越多割得越细，正多边形的周长就越接近圆的周长. 再根据“圆周率等于圆周长与该圆直径的比”来计算圆周率. 设圆的半径为 R ，图 1 中圆内接正六边形的周长 $l_6 = 6R$ ，则 $\pi \approx \frac{l_6}{2R} = 3$. 再利用圆的内接正十二边形来计算圆周率，则圆周率 π 约为 ().

- (A) $12\sin 15^\circ$ (B) $12\cos 15^\circ$ (C) $12\sin 30^\circ$ (D) $12\cos 30^\circ$

10. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的部分图象如图所示，对称轴为直线 $x = -1$ ，有以下结论：

- ① $abc < 0$ ；②若 t 为任意实数，则有 $a - bt \leq at^2 + b$ ；③当图象经过点 $(1, 3)$ 时，方程 $ax^2 + bx + c - 3 = 0$ 的两根为 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$)，则 $x_1 + 3x_2 = 0$ ，其中，正确结论的个数是 ().

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3



(第10题)

二、填空题 (本大题共 8 小题，第 11-14 每小题 3 分，第 15-18 每小题 4 分，共 28 分)

11. 计算： $(-2)^2 - (2022 - \sqrt{3})^0 =$ _____.

12. 分解因式： $x^3y - 9xy =$ _____.

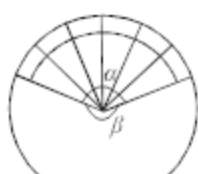
13. 据新华社 2022 年 1 月 26 日报道，2021 年全年新增减税降费约 1.1 万亿元，有力支持国民经济持续稳定恢复. 用科学计数法表示 1.1 万亿元，可以表示为_____元.

14. 如图，圆中扇子对应的圆心角 α ($\alpha < 180^\circ$) 与剩余圆心角 β 的比值为黄金比时，扇子会显得更加美观，若黄金比取 0.6，则 $\beta - \alpha$ 的度数是_____.

15. 已知关于 x 的方程 $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = \frac{x+a}{x(x+1)}$ 的解为负数，则 a 的取值范围是_____.

16. 某校数学兴趣小组开展“无人机测旗杆”的活动：已知无人机的飞行高度为 30m，当无人机飞行至 A 处时，观测旗杆顶部的俯角为 30° ，继续飞行 20m 到达 B 处，测得旗杆顶部的俯角为 60° ，则旗杆的高度约为_____m.

(参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.732$ ，结果按四舍五入保留一位小数)

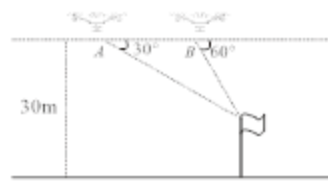


17. 如图，反比

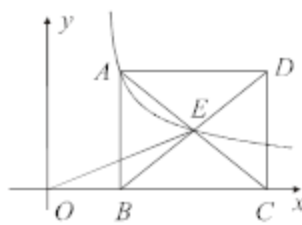
(第14题)

例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过矩形 $ABCD$ 对角线

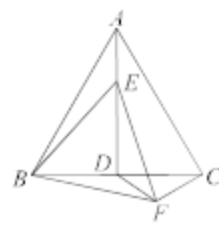
的交点 E 和点 A ，点 B, C 在 x 轴上， $\triangle OCE$ 的面积为 6，则 $k =$ _____.



(第16题)



(第17题)



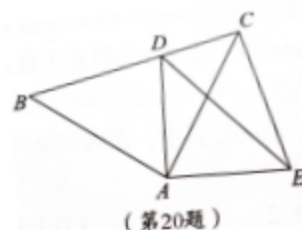
(第18题)

18. 如图，等边 $\triangle ABC$ 中， $AB = 10$ ，点 E 为高 AD 上的一动点，以 BE 为边作等边 $\triangle BEF$ ，连接 DF, CF ，则 $\angle BCF =$ _____， $FB + FD$ 的最小值为_____.

三、解答题 (本大题共 7 小题，共 62 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (本小题 7 分) 先化简，再求值： $(1 + \frac{2}{a+1}) \div \frac{a^2 + 6a + 9}{a+1}$ ，从 $-3, -1, 2$ 中选择合适的 a 的值代入求值.

20. (本小题 8 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中, $AB=AC$, $AD=AE$, $\angle BAC=\angle DAE=90^\circ$, 且点 D 在线段 BC 上, 连 CE .



- (1) 求证: $\triangle ABD \cong \triangle ACE$;
(2) 若 $\angle EAC=60^\circ$, 求 $\angle CED$ 的度数.

21. (本小题 8 分) 某中学为了解学生每学期“诵读经典”的情况, 在全校范围内随机抽查了部分学生上一学期阅读量, 学校将阅读量分成优秀、良好、较好、一般四个等级, 绘制如下统计表:

等级	一般	较好	良好	优秀
阅读量/本	3	4	5	6
频数	12	a	14	4
频率	0.24	0.40	b	c

请根据统计表中提供的信息, 解答下列问题:

- (1) 本次调查一共随机抽取了_____名学生; 表中 $a=$ _____, $b=$ _____, $c=$ _____.
(2) 求所抽查学生阅读量的众数和平均数.
(3) 样本数据中优秀等级学生有 4 人, 其中仅有 1 名男生. 现从中任选派 2 名学生去参加读书分享会, 请用树状图法或列表法求所选 2 名同学中有男生的概率.

22. (本小题 8 分) 阅读材料, 解答问题:

材料 1

为了解方程 $(x^2)^2 - 13x^2 + 36 = 0$, 如果我们把 x^2 看作一个整体, 然后设 $y = x^2$, 则原方程可化为 $y^2 - 13y + 36 = 0$, 经过运算, 原方程的解为 $x_{1,2} = \pm 2$, $x_{3,4} = \pm 3$. 我们把以上这种解决问题的方法通常叫做换元法.

材料 2

已知实数 m, n 满足 $m^2 - m - 1 = 0$, $n^2 - n - 1 = 0$, 且 $m \neq n$, 显然 m, n 是方程 $x^2 - x - 1 = 0$ 的两个不相等的实数根, 由韦达定理可知 $m+n=1$, $mn=-1$.

根据上述材料, 解决以下问题:

- (1) 直接应用:

方程 $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$ 的解为_____;

- (2) 间接应用:

已知实数 a, b 满足: $2a^4 - 7a^2 + 1 = 0$, $2b^4 - 7b^2 + 1 = 0$ 且 $a \neq b$, 求 $a^4 + b^4$ 的值;

- (3) 拓展应用:

已知实数 x, y 满足: $\frac{1}{m^4} + \frac{1}{m^2} = 7$, $n^2 - n = 7$ 且 $n > 0$, 求 $\frac{1}{m^4} + n^2$ 的值.

22. (本小题 9 分) 某校为配合疫情防控需要, 每星期组织学生进行核酸抽样检测; 防疫部门为了解学生错峰进入操场进行核酸检测情况, 调查了某天上午学生进入操场的累计人数 y (单位: 人) 与时间 x (单位: 分钟) 的变化情况, 发现其变化规律符合函数关系式:

$$y = \begin{cases} ax^2 + bx + c, & 0 \leq x \leq 8 \\ 640, & 8 < x \leq 10 \end{cases}, \text{数据如下表.}$$

时间 x (分钟)	0	1	2	3	...	8	$8 < x \leq 10$
累计人数 y (人)	0	150	280	390	...	640	640

- (1) 求 a, b, c 的值;
(2) 如果学生一进入操场就开始排队进行核酸检测, 检测点有 4 个, 每个检测点每分钟检测 5 人, 求排队人数的最大值 (排队人数 = 累计人数 - 已检测人数);

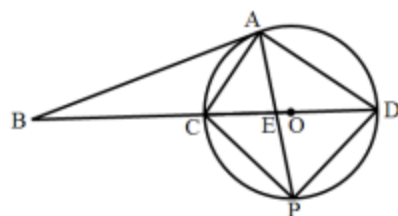
(3) 在(2)的条件下, 全部学生都完成核酸检测需要多少时间? 如果要在不超过 20 分钟让全部学生完成核酸检测, 从一开始就应该至少增加几个检测点?

24. (本小题 10 分) 如图 CD 是 $\odot O$ 直径, A 是 $\odot O$ 上异于 C, D 的一点, 点 B 是 DC 延长线上一点, 连 AB 、 AC 、 AD , 且 $\angle BAC = \angle ADB$.

(1) 求证: 直线 AB 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $BC = 2OC$, 求 $\tan \angle ADB$ 的值;

(3) 在(2)的条件下, 作 $\angle CAD$ 的平分线 AP 交 $\odot O$ 于 P , 交 CD 于 E , 连 PC 、 PD , 若 $AB = 2\sqrt{6}$, 求 $AE \cdot AP$ 的值.



25. (本小题 12 分) 如图, 抛物线 $y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 4$ 与坐标轴分别交于 A, B, C 三点, P 是第一象限内抛物线上的一点且横坐标为 m .

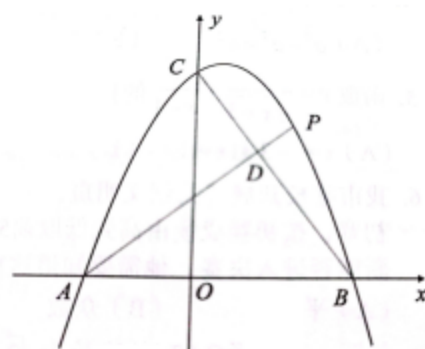
(1) A, B, C 三点的坐标为 _____, _____, _____;

(2) 连接 AP , 交线段 BC 于点 D ,

①当 CP 与 x 轴平行时, 求的值;

②当 CP 与 x 轴不平行时, 求 $\frac{PD}{DA}$ 的最大值;

(3) 连接 CP , 是否存在点 P , 使得 $\angle BCO + 2\angle PCB = 90^\circ$, 若存在, 求 m 的值, 若不存在, 请说明理由.



(第25题)