**第一章 特殊平行四边形**

1．菱形的性质与判定（1）

**一、学情与教材分析**

**1.学情分析**

“菱形的性质与判定”是继八年级下册“第三章图形的平移与旋转”和“第六章平行四边形”之后的一个学习内容.

学生在学习菱形之前，已经掌握了简单图形的平移旋转及平行四边形的性质和判定，学生完全能够借助图形的旋转平移和轴对称直观的理解菱形的定义和性质.

其次，经历了七年级下册“相交线与平行线”、 “三角形”和八年级下册“平行四边形”的学习和推理训练，学生们已经具备了一定的推理能力，树立了初步的推理意识，为严格的推理证明打下了基础.

再次，本章第4节将学习“正方形的性质与判定”，正方形是菱形的特殊情形，本节课学习将为正方形性质与判定的学习打下良好的基础.

**2.教材分析**

教科书在学生学习了“平行四边形”的基础上，提出了本课的学习任务：①掌握菱形的定义；②探索并掌握菱形是轴对称图形；③探索并证明菱形“四条边相等”、“对角线互相垂直”等性质，并能应用这些性质计算线段的长度，会求菱形的周长和面积.本节课通过观察、分析、类比、动手操作，推论论证等活动过程探究菱形的定义和性质，进一步提高了学生的观察分析能力和类比探究能力.

**二、教学目标：**

1.经历从现实生活中抽象出图形的过程，理解菱形的概念及其与平行四边形的关系；

2. 经历利用折纸等活动探索菱形的轴对称性和菱形的其他性质，发展合情推理能力；

3.在证明性质和运用性质解决问题的过程中探究菱形的周长公式和面积公式，进一步发展学生的逻辑推理能力.

**三、教学重难点：**

**重点：**菱形的性质

**难点：**菱形性质的综合运用

**四、教法建议（探究法）**

教师可采用“探索——发现——猜想——论证”的教学方法，引导学习探索菱形的定义和性质.

**五、教学设计**

**（一）课前设计**

1、预习任务

任务1：我们已经学习了平行四边形这个特殊的四边形了，小红想，如果平行四边形再特殊一些，如果一个平行四边形邻边相等，那么这个四边形是什么样子呢？请按照小红的要求，画出一个邻边相等的平行四边形，并观察生活，举出生活中类似的图形的例子？

任务2：学习课本第2页想一想上面内容，初步了解菱形的定义.

任务3：既然菱形是特殊的平行四边形，那么它肯定具有平行四边形的所有性质了，你能就你目前的认识，写出菱形的性质么？

任务4：既然菱形是特殊的平行四边形，那么，菱形肯定还有它特殊的性质，请用菱形纸片探究猜测以下问题：

（1）菱形的对称性；

（2）菱形的边之间的关系；

（3）菱形的对角线的关系；

（4）菱形的周长与面积的求法.

2、预习自测

**一、填空题**

1、如图，四边形ABCD的对角线互相平分，要使它变成菱形，需要添加条件为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.



**答案：**AB=BC或BC=CD或CD=DA或AB=AD.

**解析：**∵四边形ABCD的对角线互相平分，

∴四边形为平行四边形.

∴当AB=BC时，四边形ABCD是菱形.

**点拨：**根据定义“一组邻边相等的平行四边形是菱形”即可得到答案.

2、如图，菱形ABCD中，已知∠ABD=20°，则∠C的度数为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.



**答案：**140°.

**解析：**∵菱形是轴对称图形，对角线所在直线是对称轴，

∴对角线平分对角，

∴∠ABC=2∠ABD=40°.又因为菱形邻角互补，可得∠C=180° - ∠ABC=140°.

**点拨：**根据菱形的轴对称性得到菱形对角线平分对角，从而得出∠ABC的度数，进而得到相邻的角的度数.

**二、解答题**

3、如图，在菱形ABCD中，对角线AC与BD 相交于点O.已知AB=5cm，AO=4cm，求BD的长和菱形的面积.



**答案：**6cm，24cm2.

**解析：**∵菱形对角线互相垂直，所以∠AOB=90°，

∴在Rt△AOB中，，

∴BD=2OB=6cm.

**∵**菱形是轴对称图形，BD所在直线是一条对称轴，

∴△ABD≌△CBD，

∴S菱形ABCD=2S△ABD=cm2.

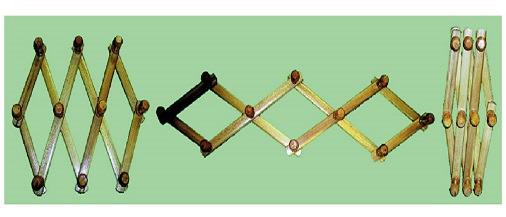
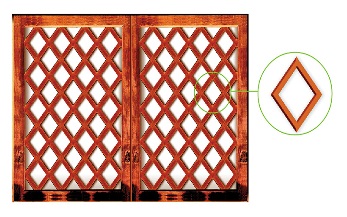
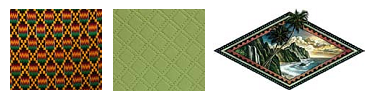
**点拨：**根据菱形对角线互相垂直和勾股定理，可求得OB的长，从而得BD的长；根据菱形的轴对称性将菱形分成两个全等三角形，利用三角形面积公式可求菱形得面积.

**（二）课堂设计**

**1、情境引入**

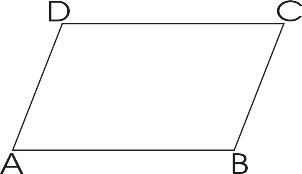
**内容：**

在日常生活中，常看到各种各样的几何图形和由它们组成的精美图案，请同学们观察下面的几幅图片，看一看图案是有哪些基本图形组成的？



学生：观察衣服、衣帽架和窗户等实物图片.

教师：同学们，在观察图片后，你能从中发现你熟悉的图形吗？你认为它们有什么样的共同特征呢？



学生1：图片中有八年级学过的平行四边形.

教师：请同学们观察，彩图中的平行四边形与ABCD相比较，有什么不同点吗？

教师：这种图形就叫做菱形.

**设计意图：**

通过这个环节，培养了学生的观察和对比分析能力.上课时让学生观察图形，从直观上初步感受菱形的形状和性质，同时，要让学生体会到数学来源于生活，数学就在我们身边，并不是高不可攀的道理.

**注意事项及效果：**

学生在通过观察对比体会菱形的形状和性质的过程中，会给出一些与定义无关的结论，教师需要对正确的结论加以肯定，并从菱形的定义方面加以引导.

**2、探究发现**

**探究1：菱形的概念**

师：上面几幅图片的基本图形都是平行四边形吗？这些基本图形还有什么共同特征？（一眼可以看出来的）

生：它们都是平行四边形，而且四条边都相等.

师：上面说过这类图形叫做菱形，那同学们能类比平行四边形的概念给出菱形的定义吗？

师生总结：有一组邻边相等的平行四边形叫做菱形.

让学生再举一些生活中常见的菱形的例子.

（登录优教同步学习网，搜索“动画演示：菱形及其性质”，看菱形的概念及实例部分）

**设计意图：**

通过这个环节，培养了学生的总结概括能力.学生通过对菱形定义的概括，不但掌握了菱形的特征，也为下一步学习菱形的性质打下良好的基础.

**注意事项与效果：**

学生在通过总结概括得到菱形定义的过程中，会有一些不同的想法，如四条边都相等的四边形叫做菱形、四条边都相等的平行四边形叫做菱形等等，教师要对学生的答案进行积极有效的评价分析，激发学生的学习积极性，同时又要从类比学习的角度给出菱形的定义，强调菱形不仅是平行四边形，而且有其自身特点“一组邻边相等”，这样强化了菱形的定义和与平行四边形的关系，又为下面的教学内容做好了铺垫.

**探究2：菱形的性质**

**想一想：**

（1）教师：菱形是特殊的平行四边形，它具有一般平行四边形的所有性质.你能列举一些这样的性质吗？

学生：菱形的对边平行且相等，对角相等，对角线互相平分.

（2）教师：同学们，你认为菱形还具有哪些特殊的性质？请你与同伴交流.

学生活动：分小组讨论菱形的性质，组长组织组员讨论，让尽可能多的组员发言，并汇总结果.

教师活动：教师巡视，并参与到学生的讨论中，启发同学们类比平行四边形，从图形的边、角和对角线三个方面探讨菱形的性质.对学生的结论，教师要及时评价，积极引导，激励学生.

（3）师生总结：

①与平行四边形相同的性质：对边平行且相等，对角相等，对角线互相平分.

②与平行四边形不同的性质：一组邻边相等（或四条边都相等）.

**做一做：**

教师：请同学们用菱形纸片折一折，回答下列问题：

（1）菱形是轴对称图形吗？如果是，它有几条对称轴？对称轴之间有什么位置关系？

（2）菱形中有哪些相等的线段？

（3）菱形的对角线有什么关系？

学生活动：分小组折纸探索，并讨论、交流，组长组织汇总结果.

教师活动：教师巡视并参与学生活动，引导学生分析怎样折纸才能得到正确的结论.学生研讨完毕，教师要展示汇总学生的折纸方法以及相应的结论，以便于后面的教学.

师生总结：

①菱形是轴对称图形，有两条对称轴，是菱形对角线所在的直线，两条对角线互相垂直.

②菱形的四条边相等.

③菱形的对角线互相垂直.

注：学生还可能会发现下面一些性质，应鼓励学生多说.

菱形的对角线平分一组对角；

菱形的对角线互相垂直并平分；

（登录优教同步学习网，搜索“动画演示：菱形及其性质”，看菱形的性质部分）

**证一证：**

教师：通过折纸活动，同学们已经对菱形的性质有了初步的了解，那么上面得到的结论正确吗？你能证明这些结论吗？

教师活动：展示题目



图1-1

已知：如图1-1，在菱形ABCD中，AB=AD,对角线AC与BD相交于点O.

求证：（1）AB=BC=CD=AD；（2）AC⊥BD.

师生共析：①菱形不仅对边相等，而且邻边相等，这样就可以证明菱形的四条边都相等了.

②因为菱形是平行四边形，所以点O是对角线AC与BD的中点；又因为在菱形中可以得到等腰三角形，这样就可以利用“三线合一”来证明结论了.

学生活动：独立写出证明过程，进行组内交流对比，优化证明方法，掌握相关定理.

证明：（1）∵四边形ABCD是菱形，

∴AB = CD， AD= BC （菱形的对边相等）.

又∵AB=AD，

∴AB=BC=CD=AD.

（2）∵AB=AD，

∴△ABD是等腰三角形.

又∵四边形ABCD是菱形

∴OB=OD（菱形的对角线互相平分）

在等腰三角形ABD中，

∵OB=OD

∴AO⊥BD，

即AC⊥BD.

教师活动：展示学生的证明过程，进行恰当的点评和鼓励，优化学生的证明方法，提高学生的逻辑证明能力，最后强调“菱形的四条边都相等”“菱形的对角线互相垂直”，让学生形成牢固记忆，留下深刻印象.

**设计意图：**

学生通过折纸可以猜想到菱形的相关性质，教师在参与学生的活动过程中，应该关注学生的口述论证过程，并根据学生的认知水平加以引导，尽量减少学生推理论证过程中的困难.

学生经过了折纸这一操作活动后，再经过逻辑证明，把操作层面的感知上升到了理性认识，充分理解了菱形的本质特征.本环节让学生进行猜想探究和证明，符合学生的认知规律.同时，操作活动得到的结论与逻辑推理相结合，是对数学知识进行探索活动的自然延续，实现了从感性认识到理性认识的升华.

**注意事项与效果：**

在折纸过程中，教师要与学生探讨折纸的方法，明确折叠过程中的对应点及相应的对称轴，对称轴是菱形对角线所在的直线，而不是菱形的对角线，以便于学生正确迅速找出菱形中的对称关系.掌握数学知识，离不开“实践→认识→再实践→认识”这个重要的数学学习过程，通过说理论证可以使学生充分理解菱形的本质并掌握，在这个过程中，教师要充分关注学生使用几何语言的规范性，进一步规范学生的证明步骤的规范性和严谨性.

**3、知识运用**



图1-2

师：通过刚才的严格论证，我们已经认识了菱形的特殊性质，下面我们利用这些性质来解决一些问题.

教师活动：展示题目

（1）例题 如图1-2，在菱形ABCD中，对角线AC与BD相交于点O, ∠BAD=60°，BD=6，求菱形的边长AB和对角线AC的长.

师生共析：

①因为菱形的邻边相等，一个内角是60°，这样就可以得到等边△ABD，BD=6，菱形的边长也是6.

②菱形的对角线互相垂直，可以得到直角△AOB；菱形的对角线互相平分，可以得到OB=3，根据勾股定理就可以求出OA的长度；再一次根据菱形的对角线互相平分,即AC=2OA,求出AC.

解：∵ 四边形ABCD是菱形

∴AB=AD(菱形的四条边都相等)

AC⊥BD（菱形的对角线互相垂直）



OB=OD= BD = ×6 =3（菱形的对角线互相平分）

在等腰三角形ABD中，

∵∠BAD=60°

∴△ABD是等边三角形

∴AB=BD=6

在Rt△AOB中，由勾股定理，得OA2+OB2=AB.



.

（2）练习 如图1-3，在菱形ABCD中，∠BAD=120°，已知△ABC的周长是15，则菱形ABCD的周长是（ ）



图1-3

A.25 B.20 C.15 D.10

答案：B

解析：∵四边形ABCD是菱形，∴AB=BC=CD=DA.又∵AC是对角线，∠BAD=120°，∴∠BAC=∠DAC=60°. ∴AB=BC=CA=5.∴菱形的周长是5×4=20.故选B.

思路点拨：由菱形对角线平分对角和菱形一组邻边相等，得等边三角形，进一步得边长，从而得菱形周长.

**设计意图：**

通过例题的讲解和练习题的巩固，让学生灵活运用菱形的性质求解，达到学以致用的目标，同时进一步规范解题步骤，

**注意事项与效果：**

在此活动中，教师应重点关注以下方面：（1）学生能否提出不同的解题方法，这种方法的优点和缺点分别是什么；（2）学生的几何语言是否准确、规范、严谨；（3）给学生充分的独立思考时间和交流时间，让学生在合作交流的过程中完成题目，理解所学的知识.

**4、随堂检测**

**一、选择题**

1、菱形具有而一般平行四边形不具有的性质是（ ）

A.对角相等 B.对边相等 C.对角线互相垂直     D.对角线相等

**答案：**C

**解析：**∵菱形具有的性质：对角相等，四条边都相等，对角线相互垂直且平分；一般平行四边形的性质：对角相等，对边相等，对角线互相平分.∴对角线相互垂直是一般平行四边形不具有的，故选C

**点拨：**菱形具有一般平行四边形的所有性质外，还有自己的特殊性质：四条边都相等，对角线互相垂直.据此即可得出答案

**二、填空题**

2、描述有一角度数为60°的菱形特殊性\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**答案**：较短的对角线长与菱形的边长相等

**解析：**



如图，有AB=BC，

∵∠ABC=60°，则△ABC为等边三角形

∴AC=AB.

**点拨：**根据菱形和等边三角形的性质可解答该题.

3、一般的菱形共有\_\_\_\_\_\_\_\_条对称轴．

**答案：**2

**解析：**菱形是轴对称图形，它的对称轴是对角线所在直线，菱形有两条对角线，故有两条对称轴，

**点拨：**根据菱形的轴对称性和对称轴的概念、性质解题。

**三、判断题**

4、两组邻边分别相等的四边形是菱形.（ ）

**答案：×**

**解析：**如图，有两组邻边分别相等，但它不是菱形.



**点拨：**根据定义解题

5、菱形的对角线互相垂直平分．（ ）

**答案：**√

**解析：**菱形的其中两条性质是：菱形的对角线互相垂直，菱形对角线互相平分，也即菱形的对角线互相垂直平分，所以这句话是对的.

**点拨：**利用菱形的性质即可解答.

**四、解答题**

**6、**如图，在菱形ABCD中，BD=6，AC=8，求菱形的周长．



**答案：**答案见解析

**解析：**解：∵四边形ABCD是菱形，AC=8cm，BD=6cm，



∴AC⊥BD，OA= AC=4cm，OB= BD=3cm，

∴AB==5cm，

∴菱形ABCD的周长为：5×4=20cm.

**点拨：**由菱形ABCD中，AC=8cm，BD=6cm，根据菱形的性质可得：AC⊥BD，OA=AC=4cm，OB= BD=3cm，然后由勾股定理求得AB的长，继而求得菱形ABCD的周长．

**6、课堂小结**

自由发言谈本节课的困惑、收获和体会.

1.知识点

（1）菱形的定义：一组邻边相等的平行四边形是菱形.



（2）菱形的性质：①菱形是轴对称图形，对称轴是两条对角线所在的直线；②菱形的四条边都相等；③菱形的对角线互相垂直平分.

（3）菱形具有平行四边形的所有性质，能应用菱形的性质可以进行计算和推理.

2.布置作业

课本习题1.1 知识技能　1、2、3 数学理解 4

**7、分层作业**

**基础型：**

**一、选择题**

1、菱形的周长为8cm，高为cm，则该菱形两邻角度数比为（  ）

A．2：1 B．3：1 C．4：1 D．5：1

**答案：**B

**解析：**如图所示：∵四边形ABCD是菱形，菱形的周长为8，

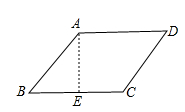
∴AB=BC=CD=DA=2，∠DAB+∠B=180°，

∵AE=，AE⊥BC，

∴由勾股定理得：BE=，

∴AE=BE，  
∴∠B=45°  
∵四边形ABCD是菱形，∠DAB+∠B=180°，  
∴∠DAB=135°，  
∴菱形两邻角的度数比为135°：45°=3：1．

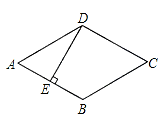
故选B．



**点拨：**先根据菱形的性质求出边长AB=2，再根据勾股定理求出BE，求出AE=BE，求出∠B=45°，∠DAB=135°，即可求出答案．

**二、填空题**

2、如图，菱形ABCD的边长是2cm，E是AB的中点，且DE⊥AB，则对角线AC的长为\_\_\_\_\_\_\_cm.



**答案：**

**解析：**

连接DB，

∵E是AB中点，且DE⊥AB，

∴AD=BD.

∵菱形ABCD的边长是2cm，∴AD=BD=AB=2cm.

∴△ABD是等边三角形，∴∠A=60°.

∵DE⊥AB，

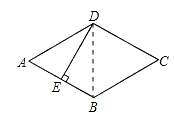
∴AE=×2=1cm，DE=cm

∴菱形ABCD的面积=DE•AB=cm2.

∴AC•BD=.

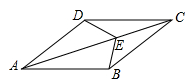
∴AC=cm，

故答案为：．



**点拨：**连接DB，因为E是AB中点，DE⊥AB，所以可得AD=DB，利用勾股定理可求得DE的长，进而可得菱形ABCD的面积，再根据菱形面积等于对角线乘积的一半即可求出AC的长．

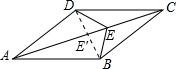
3、如图，在边长为6cm的菱形中∠DAB=60°，E为AC上一动点，当E运动到某个位置时，BE+DE有最小值，这个最小值是\_\_\_\_\_\_\_



**答案：**6cm

**解析：**

连接BD交AC于点E'，此时BE+DE有最小值，  
  
∵∠A=60°，AD=AB，  
∴△ABD是等边三角形，  
∴BD=AD=6cm，即BE+DE的最小值为6cm．  
故答案为6cm．



**点拨：**由两点之间线段最短，从而可得BD的连线与AC的交点即是点E的位置，从而根据菱形的性质可得出最小值．解答本题的关键是根据题意确定点E的位置．

**能力型：**

**一、选择题**

1、菱形不一定具有的性质是（ ）

A．对角线相等 B．四条边相等 C．轴对称图形 D．对角线互相平分

**答案**：A

**解析：**∵菱形的性质有：对角相等，四条边都相等，对角线相互垂直且平分，是轴对称图形也是中心对称图形；其中对角线相等不是菱形特有的性质，故选A.

**点拨：**根据菱形的性质即可解答此题.

2、菱形ABCD的周长20cm，∠A:∠B=2:1，则顶点A到对角线BD的距离是（ ）

A.5cm   B.4cm    C.3cm    D.2.5cm

**答案**：D

**解析：**



∵菱形ABCD的周长20cm，

∴菱形的边长是5cm.

∵∠A:∠B=2:1，

∴∠B=60°，

∴△ABC是等边三角形，

∴AB=AC=5cm,

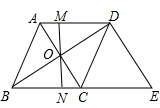
∴A0=2.5cm.

∵菱形对角线互相垂直，所以顶点A到对角线BD的距离即AO=2.5cm.故选D

**点拨：**根据菱形的性质：四条边都相等，对角相等，邻角互补可解答此题.

**二、**6cm**解答题**

3、如图，在菱形ABCD中，对角线AC与BD相交于点O，MN过点O且与边AD、BC分别交于点M和点N．  
（1）请你判断OM和ON的数量关系，并说明理由；  
（2）过点D作DE∥AC交BC的延长线于点E，当AB=6，AC=8时，求△BDE的周长



**答案：**答案见解析

**解析：**（1）∵四边形ABCD是菱形，

∴AD∥BC，AO=OC，

∴＝1，

∴OM=ON．

（2）∵四边形ABCD是菱形，

∴AC⊥BD，AD=BC=AB=6，

∴BO=，

∴BD＝2BO＝2×=，

∵DE∥AC，AD∥CE，

∴四边形ACED是平行四边形，

∴DE=AC=8，AD=CE=6

∴△BDE的周长是：BD+DE+BE

=BD+AC+（BC+CE）

=+8+(6+6)

=20+.

即△BDE的周长是20+.

**点拨：**（1）根据四边形ABCD是菱形，判断出AD∥BC，AO=OC，即可推得OM=ON．  
（2）首先根据四边形ABCD是菱形，判断出AC⊥BD，AD=BC=AB=6，进而求出BO、BD的长；然后根据DE∥AC，AD∥CE，判断出四边形ACED是平行四边形，求出DE=AC=8，AD=CE=6，即可求出△BDE的周长是多少．

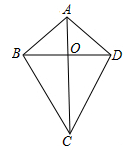
**探究型：**

**一、解答题**

1、如图，四边形ABCD中，AB=AD，CB=CD，则称该四边形为“筝形”．连接对角线AC、BD，交于点O．

（1）写出关于筝形对角线的一个性质\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，并说明理由；

（2）给出下列四个条件：①OA=OC，②AC⊥BD，③∠ABD=∠CBD，④AB∥CD．从中选择一个条件\_\_\_\_\_\_\_（填序号），使该筝形为菱形，并证明之．



**答案：**答案见解析

**解析：**（1）BD⊥AC，且AC平分BD．

理由如下：在△ABC与△ADC中，

AB＝AD

AC＝AC

BC＝DC ，

∴△ABC≌△ADC（SSS），

∴∠BAC=∠DAC．

又∵AB=AD，

∴AC⊥BD，OB=OD；

故答案是：BD⊥AC，且AC平分BD；

（2）选择①，理由如下：

∵BD⊥AC，OA=OC，

∴BC=AB．

又∵AB=AD，BC=CD，

∴AB=BC=CD=DA，

∴四边形ABCD为菱形．

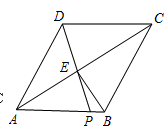
故①是答案．

**点拨：**（1）证明△ABC≌△ADC，即可证得BD⊥AC，且AC平分BD；  
（2）答案不唯一，选择①，根据“四条边相等的四边形为菱形”进行证明．

2、如图，在菱形ABCD中，P是AB上的一个动点（不与A、B重合），连接DP交对角线AC于E连接BE．

（1）证明：∠APD=∠CBE；

（2）若∠DAB=60°，试问P点运动到什么位置时，△ADP的面积等于菱形ABCD面积的，为什么？



**答案：** 答案见解析

**解析：**

（1）证明：∵四边形ABCD是菱形

∴BC=CD，AC平分∠BCD.

∵CE=CE.

∴△CBE≌△DCE.

∴∠EBC=∠CDE.

又∵AB∥DC，

∴∠APD=∠CDE.

∴∠CBE=∠APD.

（2）解：当P点运动到AB边的中点时，S△ADP= S菱形ABCD．

理由：连接DB

∵∠DAB=60°，AD=AB，

∴△ABD是等边三角形.

∵P是AB边的中点，

∴DP⊥AB.

∴S△ADP=AP•DP，S菱形ABCD=AB•DP.

∵AP=AB，

∴S△ADP=AB•DP=S菱形ABCD

即△ADP的面积等于菱形ABCD面积的.

**点拨：**

（1）可先证△BCE≌△DCE得到∠CBE=∠CDE，再根据AB∥DC,得∠APD=∠CDE.即可利用等量代换得到结论．

（2）证明当P点运动到AB边的中点时，S△ADP=AP•DP =AB•DP=S菱形ABCD即可.