

2022-2023学年平洲二中初三上学期第一次大测数学

一、选择题(10小题, 每小题3分, 共30分, 每小题四个选项中, 只有一个是正确的, 请将正确的选项填在答题卷上)

1. 方程 $2x^2 - 6x - 5 = 0$ 的二次项系数、一次项系数、常数项分别为 ()

- A. 6、2、5 B. 2、-6、5 C. 2、-6、-5 D. 2、6、5

2. 菱形的对角线长分别为6和8, 则该菱形的面积是 ()

- A. 24 B. 48 C. 12 D. 10

3. 根据下列表格对应值:

x	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5
$ax^2 + bx + c$	-0.12	-0.03	0.01	0.06	0.18

判断关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的一个解 x 的范围是 ()

- A. $2.1 < x < 2.2$ B. $2.2 < x < 2.3$ C. $2.3 < x < 2.4$ D. $2.4 < x < 2.5$

4. 矩形具有而菱形不具有的性质是 ()

- A. 对角线互相平分 B. 对角线互相垂直
C. 对角线相等 D. 是中心对称图形

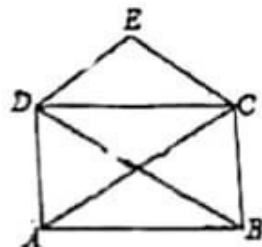
5. 用配方法解一元二次方程 $x^2 - 6x - 10 = 0$ 时, 下列变形正确的为 ()

- A. $(x+3)^2 = 1$ B. $(x-3)^2 = 1$ C. $(x+3)^2 = 19$ D. $(x-3)^2 = 19$

6. 如图, 矩形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 相交于点 O , $CE \parallel BD$,

$DE \parallel AC$, 若 $AC = 6\text{cm}$, 则四边形 $CODE$ 的周长为 ()

- A. 6 B. 8
C. 10 D. 12



7. 顺次连接四边形 $ABCD$ 各边的中点, 得到四边形 $EFGH$, 在下列条件中, 能使四边形 $EFGH$ 为矩形的是 ()

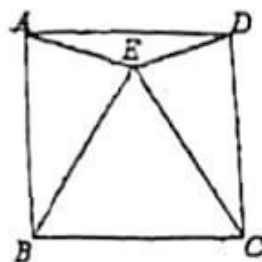
- A. $AB = CD$ B. $AB \perp CD$ C. $AC \perp BD$ D. $AD \parallel BC$

8. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 4x + k - 1 = 0$ 有实数根, 则 k 的取值范围是 ()

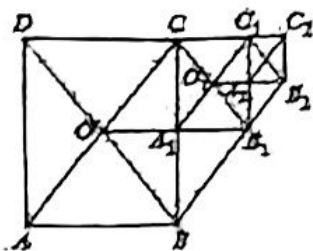
- A. $k \leq 5$ B. $k \geq 5$ C. $k < 4$ D. $k < 5$

9. 如图, 四边形 $ABCD$ 是正方形, $\triangle EBC$ 为等边三角形, 则 $\angle BEA$ 为 ()

- A. 45° B. 60° C. 75° D. 90°



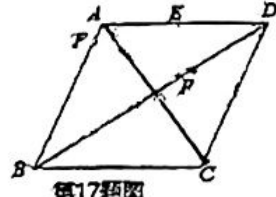
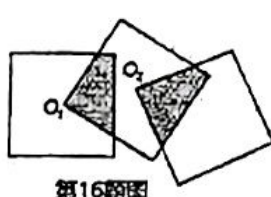
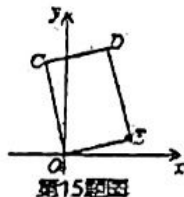
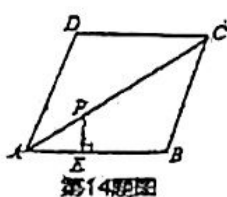
10. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC 、 BD 相交于点 O ， $AB=12$ ， $AC=20$ 。以 OB 和 OC 为邻边作第一个平行四边形 OB_1C_1 ，对角线 BC 与 OB_1 相交于点 A_1 ；再以 A_1B_1 和 A_1C_1 为邻边作第二个平行四边形 $A_1B_1C_1C_1$ ，对角线 A_1C_1 与 B_1C 相交于点 O_1 ；再以 O_1B_1 和 O_1C_1 为邻边作第三个平行四边形 $O_1B_1B_2C_1$... 依此类推。记第一个平行四边形 OB_1C_1 的面积为 S_1 ，第二个平行四边形 $A_1B_1C_1C_1$ 的面积为 S_2 ，第三个平行四边形 $O_1B_1B_2C_1$ 的面积为 S_3 ... 则 S_{2020} 是 ()



- A. $\frac{96}{2^{2020}}$ B. $\frac{192}{2^{2020}}$ C. $\frac{192}{2^{2019}}$ D. $\frac{96}{2^{2021}}$

二、填空题 (7 小题，每小题 4 分，共 28 分)

11. 直角三角形的两直角边长分别为 6 和 8，则斜边中线的长是_____。
12. 一元二次方程 $x^2=2x$ 的根是_____。
13. 已知 m 、 n 是一元二次方程 $x^2-3=2x$ 的两个根，求 $m+n-mn=$ _____。
14. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，点 P 是对角线 AC 上的一点， $PE \perp AB$ 于点 E 。若 $PE=3$ ，则点 P 到 AD 的距离为_____。



15. 如图，在矩形 $COED$ 中，点 D 的坐标是 $(1, 3)$ ，则 CE 的长是_____。
16. 如图，三个边长均为 2 的正方形重叠在一起， O_1 、 O_2 是其中两个正方形的中心，则阴影部分的面积是_____。
17. 在菱形 $ABCD$ 中， $AB=10$ ， $BD=16$ ， P 为对角线 BD 上的一个动点，过点 P 分别作 AD 、 AB 边的垂线，垂足分别为 E 、 F 两点，连接 PE ， PF ，则 $PE+PF=$ _____。

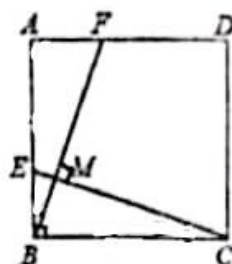
三、解答题 (每题 6 分，共 18 分)

18. (6 分) 解方程： $x^2-4x-3=0$ 。
19. (6 分) 有一个面积为 54cm^2 的长方形，将它的一边剪短 5cm ，另一边剪短 2cm ，恰好变成一个正方形，求这个正方形的边长。



20. (6分) 如图, 正方形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别是 AB 和 AD 上的点, 已知 $CE \perp BF$, 垂足为点 M .

求证: (1) $\angle EBM = \angle ECB$; (2) $EB = AF$.



四、解答题二 (每题 8 分, 共 24 分)

21. (8分) “早黑宝”是我省农科院研制的优质新品种, 在我省被广泛种植. 清徐县某葡萄种植基地 2016 年种植“早黑宝”100 亩, 到 2018 年“早黑宝”的种植面积达到 225 亩.

(1) 求该基地这两年“早黑宝”种植面积的平均增长率;

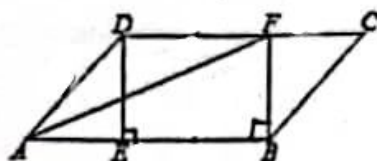
(2) 市场调查发现, 当“早黑宝”售价为 20 元/千克时, 每天能售出 200 千克, 售价每降低 1 元, 每天可多售出 50 千克, 为了推广宣传, 基地决定降价促销, 已知该基地“早黑宝”的平均成本价为 12 元/千克, 若使销售“早黑宝”每天获利 1800 元, 则售价应降低多少元?

22. (8分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E , 点 F 在边 CD 上,

$DF = BE$, 连接 AF , BF .

(1) 求证: 四边形 $BFDE$ 是矩形;

(2) 若 $AD = BE$, $CF = 3$, $BF = 4$, 求 AF 的长.



23. (8分) 已知 $\triangle ABC$ 的一条边 BC 的长为 5, 另两边 AB , AC 的长分别为关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (2k+3)x + k^2 + 3k + 2 = 0$ 的两个实数根.

(1) 无论 k 为何值, 方程总有两个不相等的实数根;

(2) 当 $k=2$ 时, 请判断 $\triangle ABC$ 的形状并说明理由;

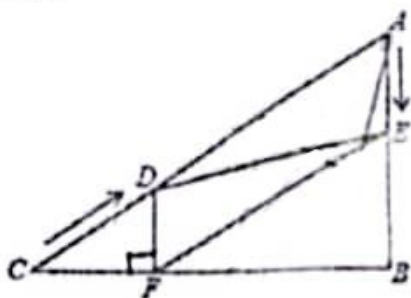
(3) k 为何值时, $\triangle ABC$ 是等腰三角形, 并求 $\triangle ABC$ 的周长.



五、解答题三（每题10分，共20分）

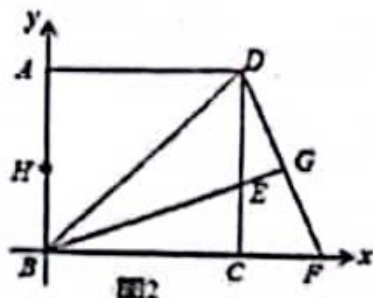
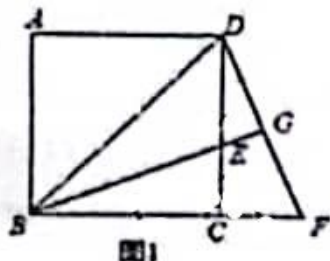
24. (10分) 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $AC=60cm$ ， $\angle A=60^\circ$ ，点 D 从点 C 出发沿 CA 方向以 $4cm/秒$ 的速度向点 A 匀速运动，同时点 E 从点 A 出发沿 AB 方向以 $2cm/秒$ 的速度向点 B 匀速运动，当其中一个点到达终点时，另一个点也随之停止运动。设点 D 、 E 运动的时间是 t 秒 ($0 < t \leq 15$)。过点 D 作 $DF \perp BC$ 于点 F ，连接 DE 、 EF 。

- (1) 求证： $AE=DF$ ；
- (2) 四边形 $AEFD$ 能够成为菱形吗？如果能，求出相应的 t 值，如果不能，说明理由；
- (3) 当 t 为何值时， $\triangle DEF$ 为直角三角形？请说明理由。



25. (10分) 已知，如图1， BD 是边长为1的正方形 $ABCD$ 的对角线， BE 平分 $\angle DBC$ 交 DC 于点 E ，延长 BC 到点 F ，使 $CF=CE$ ，连接 DF ，交 BE 的延长线于点 G 。

- (1) 求证： $\triangle BCE \cong \triangle DCF$ ；
- (2) 求 CF 的长；
- (3) 如图2，在 AB 上取一点 H ，且 $BH=CF$ ，若以 BC 为 x 轴， AB 为 y 轴建立直角坐标系，问在直线 BD 上是否存在点 P ，使得以 B 、 H 、 P 为顶点的三角形为等腰三角形？若存在，直接写出所有符合条件的 P 点坐标；若不存在，说明理由。



参考答案

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每题 3 分, 共 30 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	A	B	C	D	D	C	A	C	B

二、填空题 (本大题共 7 小题, 每题 4 分, 共 28 分)

11. 5 12. $x_1=0, x_2=2$ 13. 5 14. 3 15. $\sqrt{10}$ 16. 2 17. 9.6

三、解答题

18. 解: 移项得 $x^2 - 4x = 3$, 配方得 $x^2 - 4x + 4 = 3 + 4$, 即 $(x - 2)^2 = 7$, 开方得 $x - 2 = \pm\sqrt{7}$,

所以 $x_1 = 2 + \sqrt{7}$, $x_2 = 2 - \sqrt{7}$.

19. 解: 设这个正方形的边长为 x cm, 则原长方形的长为 $(x+5)$ cm, 宽为 $(x+2)$ cm,

依题意, 得: $(x+5)(x+2) = 54$, 整理, 得: $x^2 + 7x - 44 = 0$,

解得: $x_1 = 4$, $x_2 = -11$ (不合题意, 舍去),

答: 这个正方形的边长为 4 cm.

20. 证明: (1) \because 四边形 $ABCD$ 为正方形,

$\therefore \angle ABC = 90^\circ$,

即 $\angle EBM + \angle CBM = 90^\circ$,

$\because CE \perp BF$, $\therefore \angle BMC = 90^\circ$, $\therefore \angle ECB + \angle CBM = 90^\circ$

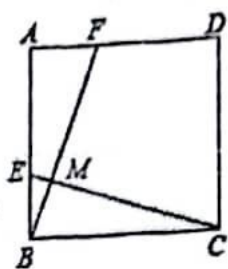
$\therefore \angle EBM = \angle ECB$,

(2) \because 四边形 $ABCD$ 为正方形, $\therefore AB = BC$, $\angle A = \angle CBE = 90^\circ$,

在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle BCE$ 中

$$\begin{cases} \angle A = \angle CBE \\ AB = BC \\ \angle ABF = \angle BCE \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle BCE$, $\therefore BE = AF$.



21. 解: (1) 设该基地这两年“早黑宝”种植面积的平均增长率为 x ,

根据题意得: $100(1+x)^2 = 225$, 解得: $x_1 = 0.5 = 50\%$, $x_2 = -2.5$ (不合题意, 舍去).

答: 该基地这两年“早黑宝”种植面积的平均增长率为 50%.

(2) 设售价应降低 y 元, 则每天可售出 $(200+50y)$ 千克,

根据题意得: $(20 - 12 - y)(200 + 50y) = 1800$, 整理得: $y^2 - 4y + 4 = 0$, 解得: $y_1 = y_2 =$

2.

答: 售价应降价 2 元.

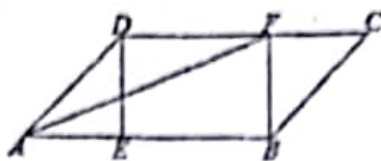


22. (1) 证明: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\therefore AB \parallel DC$,

$\because DF = BE$, \therefore 四边形 $BFDE$ 是平行四边形,

$\because DE \perp AB$, $\therefore \angle DEB = 90^\circ$,

\therefore 四边形 $BFDE$ 是矩形,



(2) 解: \because 四边形 $BFDE$ 是矩形, $\therefore \angle BFD = 90^\circ$, $BE = DF$,

$\therefore \angle BFC = 90^\circ$,

在 $Rt\triangle BCF$ 中, $CF = 3$, $BF = 4$, $\therefore BC = 5$,

$\because AD = BE$, $DF = BE$, $\therefore AD = DF$,

$\because AD = BC$, $\therefore DF = BE = BC = 5$,

$\because AB = CD = 8$, $\therefore AF = \sqrt{AB^2 + DF^2} = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5}$.

23. 解: (1) $\Delta = (2k+3)^2 - 4(k^2+3k+2) = 1 > 0$,

\therefore 无论 k 为何值, 方程总有两个不相等的实数根,

(2) 当 $k=2$ 时, \therefore 原方程化为: $x^2 - 7x + 12 = 0$, 解得: $x=3$ 或 $x=4$,

$\therefore 3^2 + 4^2 = 5^2$, $\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形,

(3) 当 BC 是等腰三角形的腰时, $\therefore x=5$ 是方程的 $x^2 - (2k+3)x + k^2+3k+2 = 0$ 解,

$\therefore 25 - 5(2k+3) + k^2+3k+2 = 0$, 解得: $k^2 - 7k + 12 = 0$, $\therefore k=3$ 或 $k=4$,

若 $k=3$ 时, 则方程为: $x^2 - 9x + 20 = 0$, $\therefore x=4$ 或 $x=5$, 满足三角形三边关系,

此时周长为 14;

若 $k=4$ 时, 则方程: $x^2 - 11x + 30 = 0$, $\therefore x=5$ 或 $x=6$, 满足三角形三边关系,

此时周长为 16;

当 BC 是等腰三角形的底边时,

此时方程的 $x^2 - (2k+3)x + k^2+3k+2 = 0$ 有两个相等的解, 不满足题意,

综上所述, $\triangle ABC$ 的周长为 14 或 16;

24. (1) 证明: \because 直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ - \angle A = 30^\circ$,

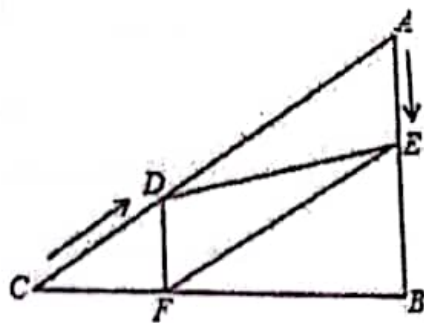
$\because CD = 4t$, $AE = 2t$,

又 \because 在直角 $\triangle CDF$ 中, $\angle C = 30^\circ$,

$\therefore DF = \frac{1}{2}CD = 2t$,

$\therefore DF = AE$;

解: (2) $\because DF \parallel AB$, $DF = AE$,



∴ 四边形 $AEFD$ 是平行四边形.

当 $AD=AE$ 时, 四边形 $AEFD$ 是菱形.

即 $60-4t=2t$, 解得: $t=10$, 即当 $t=10$ 时, $\square AEFD$ 是菱形.

(3) 当 $t=\frac{15}{2}$ 时 $\triangle DEF$ 是直角三角形 ($\angle EDF=90^\circ$);

当 $t=12$ 时, $\triangle DEF$ 是直角三角形 ($\angle DEF=90^\circ$). 理由如下:

当 $\angle EDF=90^\circ$ 时, $DE \parallel BC$.

∴ $\angle ADE = \angle C = 30^\circ$, ∴ $AD = 2AE$

∵ $CD=4t$, ∴ $DF=2t=AE$, ∴ $AD=4t$, ∴ $4t+4t=60$, ∴ $t=\frac{15}{2}$ 时, $\angle EDF=90^\circ$.

当 $\angle DEF=90^\circ$ 时, $DE \perp EF$,

∵ 四边形 $AEFD$ 是平行四边形,

∴ $AD \parallel EF$, ∴ $DE \perp AD$, ∴ $\triangle ADE$ 是直角三角形, $\angle ADE=90^\circ$,

∵ $\angle A=60^\circ$, ∴ $\angle DEA=30^\circ$, ∴ $AD=\frac{1}{2}AE$, $AD=AC-CD=60-4t$, $AE=DF=\frac{1}{2}CD=2t$,

∴ $60-4t=t$, 解得 $t=12$.

综上所述, 当 $t=\frac{15}{2}$ 时 $\triangle DEF$ 是直角三角形 ($\angle EDF=90^\circ$); 当 $t=12$ 时, $\triangle DEF$ 是直角三角形 ($\angle DEF=90^\circ$).

25. (1) 证明: 如图 1, ∵ 四边形 $ABCD$ 为正方形,

∴ $BC=DC$, $\angle DBC=90^\circ$,

∴ $\angle DCF=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

∴ $\angle BCE=\angle DCF$

∴ $CE=CF$

∴ $\triangle BCE \cong \triangle DCF$ (SAS);

(2) 证明: 如图 1,

∵ BE 平分 $\angle DBC$, OD 是正方形 $ABCD$ 的对角线,

∴ $\angle EBC = \frac{1}{2} \angle DBC = 22.5^\circ$,

由 (1) 知 $\triangle BCE \cong \triangle DCF$,

∴ $\angle EBC = \angle FDC = 22.5^\circ$ (全等三角形的对应角相等);

∴ $\angle BGD = 90^\circ$ (三角形内角和定理),

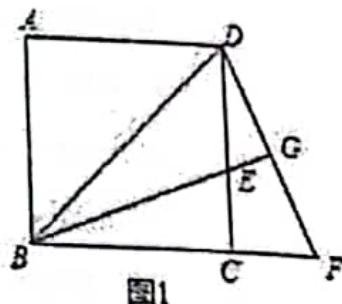


图1



$$\therefore \angle BGF = 90^\circ,$$

在 $\triangle DBG$ 和 $\triangle FBG$ 中,

$$\begin{cases} \angle DBG = \angle FBG \\ BG = BG \\ \angle BGD = \angle BGF \end{cases},$$

$\therefore \triangle DBG \cong \triangle FBG$ (ASA),

$\therefore BD = BF, DG = FG$ (全等三角形的对应边相等),

$$\therefore BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{2},$$

$$\therefore BF = \sqrt{2},$$

$$\therefore CF = BF - BC = \sqrt{2} - 1,$$

(3) 解: 如图2, $\because CF = \sqrt{2} - 1, BH = CF$

$$\therefore BH = \sqrt{2} - 1,$$

① 当 $BH = BP$ 时, 则 $BP = \sqrt{2} - 1$,

$$\because \angle PBC = 45^\circ,$$

设 $P(x, x)$,

$$\therefore 2x^2 = (\sqrt{2} - 1)^2,$$

$$\text{解得 } x = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 或 } -1 + \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore P\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}, 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \text{ 或 } \left(-1 + \frac{\sqrt{2}}{2}, -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right),$$

② 当 $BH = HP$ 时, 则 $HP = PB = \sqrt{2} - 1$,

$$\because \angle ABD = 45^\circ,$$

$\therefore \triangle PBH$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore P(\sqrt{2} - 1, \sqrt{2} - 1),$$

③ 当 $PH = PB$ 时, $\because \angle ABD = 45^\circ$,

$\therefore \triangle PBH$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore P\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}, \frac{\sqrt{2}-1}{2}\right),$$

综上, 在直线 BD 上是否存在点 P , 使得以 B, H, P 为顶点的三角形为等腰三角形, 所有符合条件的 P 点坐标为 $\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}, 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 或 $\left(-1 + \frac{\sqrt{2}}{2}, -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 或 $(\sqrt{2} - 1, \sqrt{2} - 1)$ 或 $\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}, \frac{\sqrt{2}-1}{2}\right)$.

