

# 2022~2023 学年第一学期通州区六校联合月练

## 初二数学试卷

分值：150 分 时间：120 分钟

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上。）

1. 如图 1， $\triangle ABD$  和  $\triangle ACD$  中， $AB=AC$ ， $BD=CD$ ，若  $\angle B=20^\circ$ ，则  $\angle C$  等于（ ）

- A.  $10^\circ$                       B.  $20^\circ$                       C.  $30^\circ$                       D.  $40^\circ$

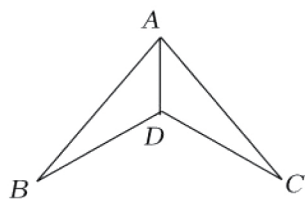


图 1

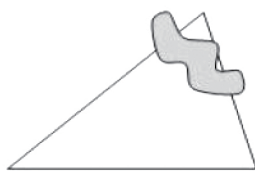


图 2

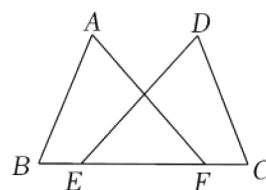


图 3

2. 如图 2，小明的书上的三角形被墨迹污染了一部分，他根据所学的知识很快就画出了一个与书上完全一样的三角形，那么小明画图的依据是（ ）

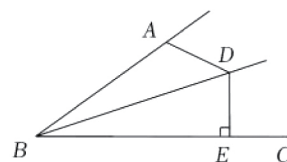
- A. SSS                      B. SAS                      C. AAS                      D. ASA

3. 如图 3，点  $E$ 、 $F$  在  $BC$  上， $BE=FC$ ， $\angle B=\angle C$ 。添加下列条件不能使得  $\triangle ABF \cong \triangle DCE$  的是（ ）

- A.  $AB=DC$                       B.  $\angle A=\angle D$                       C.  $AF=DE$                       D.  $\angle AFB=\angle DEC$

4. 如右图， $BD$  为  $\angle ABC$  的角平分线， $DE \perp BC$  于点  $E$ ， $AB=5$ ， $DE=2$ ，则  $\triangle ABD$  的面积是（ ）

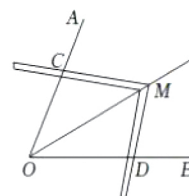
- A. 5                      B. 7                      C. 7.5                      D. 10



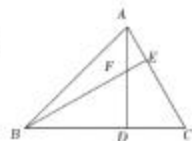
5. 工人师傅常常利用角尺构造全等三角形的方法来平分一个角。如图，

在  $\angle AOB$  的两边  $OA$ 、 $OB$  上分别在取  $OC=OD$ ，移动角尺，使角尺两边相同的刻度分别与点  $C$ 、 $D$  重合，这时过角尺顶点  $M$  的射线  $OM$  就是  $\angle AOB$  的平分线，这里构造全等三角形的依据是（ ）

- A. SSS                      B. ASA                      C. AAS                      D. SAS



6. 如右图,  $AD$ ,  $BE$  是  $\triangle ABC$  的高线,  $AD$  与  $BE$  相交于点  $F$ . 若  $AD=BD=6$ , 且  $\triangle ACD$  的面积为 12, 则  $AF$  的长度为 ( )



- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

7. 如图 7, 直线  $a$ ,  $b$ ,  $c$  表示三条公路, 现要建一个货物中转站, 要求它到三条公路的距离相等, 则可供选择的地址有 ( )

- A. 一处 B. 两处 C. 三处 D. 四处

8. 如图 8, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle A=90^\circ$ ,  $M$  为  $BC$  的中点,  $H$  为  $AB$  上一点, 过点  $C$  作  $CG \parallel AB$ , 交  $HM$  的延长线于点  $G$ , 若  $AC=8$ ,  $AB=6$ , 则四边形  $ACGH$  周长的最小值是 ( )

- A. 24 B. 22



图 7

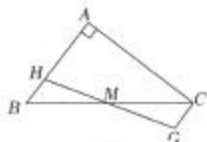


图 8

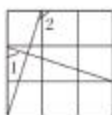
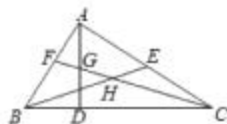


图 9

9. 如图 9, 在  $3 \times 3$  的正方形方格中, 每个小正方形方格的边长都为 1, 则  $\angle 1$  和  $\angle 2$  的关系是 ( )

- A.  $\angle 1 = \angle 2$  B.  $\angle 2 = 2\angle 1$  C.  $\angle 2 = 90^\circ + \angle 1$  D.  $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$

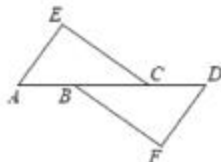
10. 如右图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle BAC=90^\circ$ ,  $AD$  是  $BC$  边上的高,  $BE$  是  $AC$  边的中线,  $CF$  是  $\angle ACB$  的角平分线,  $CF$  交  $AD$  于点  $G$ , 交  $BE$  于点  $H$ , ①  $\triangle ABE$  的面积  $= \triangle BCE$  的面积; ②  $\angle FAG = \angle FCB$ ; ③  $AF = AG$ ; ④  $BH = CH$ . 以上说法正确的是 ( )



- A. ①③ B. ①②③④ C. ①④ D. ①③④

- 二、填空题 (本大题共 8 小题, 第 11~12 小题每小题 3 分, 第 13~18 小题每小题 4 分, 共 30 分. 不需写出解答过程, 请把最终结果直接填写在答题卡相应位置上)

11. 如图,  $\triangle ACE \cong \triangle DBF$ , 若  $\angle A=55^\circ$ ,  $\angle E=85^\circ$ , 则  $\angle FBD$  的度数为     .



12. 如图 12,  $\triangle ACE \cong \triangle DBF$ , 如果  $\angle E = \angle F$ ,  $DA=12$ ,  $CB=2$ , 那么线段  $AB$  的长是         .

13. 如图 13, 在平面直角坐标系中,  $\triangle OAB$  的顶点坐标分别是  $A(-6, 0)$ ,  $B(0, 5)$ ,  $\triangle OA'B' \cong \triangle OAB$ , 若点  $A'$  在  $x$  轴上, 点  $B'$  在第四象限, 则点  $B'$  的坐标是 \_\_\_\_\_.

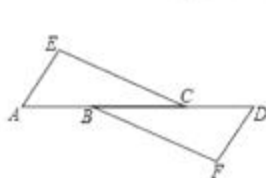


图 12

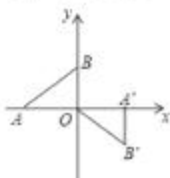


图 13

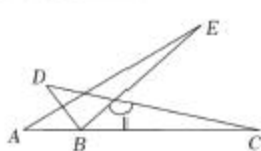


图 14

14. 如图 14, 在  $\triangle ABE \cong \triangle DBC$  中, 点  $A, B, C$  在一条直线上,  $\angle E = 20^\circ$ ,  $\angle DBC = 130^\circ$ , 则  $\angle 1$  的大小为 \_\_\_\_\_.

15. 如图 15, 在  $\triangle ABC$  中,  $AD$  是  $BC$  边上的中线,  $AB = 6$ ,  $AC = 4$ , 延长  $AD$  至点  $E$ , 使得  $DE = AD$ , 连接  $CE$ , 则  $AD$  长的取值范围是 \_\_\_\_\_.

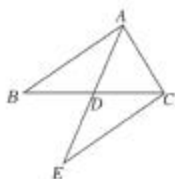


图 15

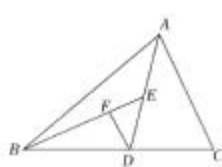


图 16

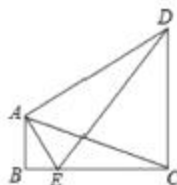


图 17

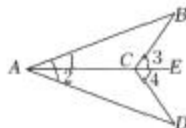
17. 如图 16, 在  $\triangle ABC$  中,  $S_{\triangle ABC} = 21$ ,  $\angle BAC$  的角平分线  $AD$  交  $BC$  于点  $D$ , 点  $E$  为  $AD$  的中点, 连接  $BE$ , 点  $F$  为  $BE$  上一点, 且  $BF = 2EF$ . 若  $S_{\triangle DEF} = 2$ , 则  $AB : AC =$  \_\_\_\_\_.

18. 如图 17, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle ABC = 90^\circ$ , 以  $AC$  为边, 作  $\triangle ACD$ , 满足  $AD = AC$ ,  $E$  为  $BC$  上一点, 连接  $AE$ ,  $\angle CAD = 2\angle BAE$ , 连接  $DE$ , 下列结论中: ①  $\angle ADE = \angle ACB$ ; ②  $AC \perp DE$ ; ③  $\angle AEB = \angle AED$ ; ④  $DE = CE + 2BE$ . 其中正确的有 \_\_\_\_\_.

三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 90 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (本小题满分 10 分)

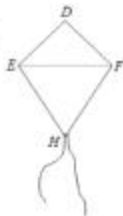
(本小题满分 10 分)



已知：如图， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ 。求证： $AB = AD$ 。

20. (本小题满分 10 分)

“三月三，放风筝”，下图是刘明制作的风筝。他根据  $DE = DF$ ， $EH = FH$ ，不用测量就知道  $\angle DEH = \angle DFH$ 。请你用所学知识给予证明。



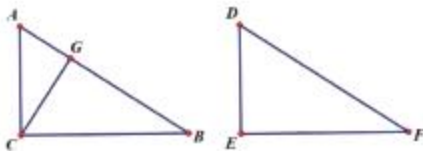
21 (本小题满分 10 分) 21 (本小题满分 10 分) 21 (本小题满分 10 分)

证明命题“有一条直角边及斜边上的高分别对应相等的两个直角三角形全等”。要根据题意，画出图形，并用符号表示已知和求证，写出证明过程。下面是根据题意画出的部分图形，并写出了不完整的已知和求证。

已知：如图  $RT\triangle ABC$  和  $RT\triangle DEF$  中， $\angle C = \angle E = 90^\circ$ ， $AC = DE$ ， $CG \perp AB$  于  $G$ ，\_\_\_\_\_

求证： $RT\triangle ABC \cong RT\triangle DFE$ 。

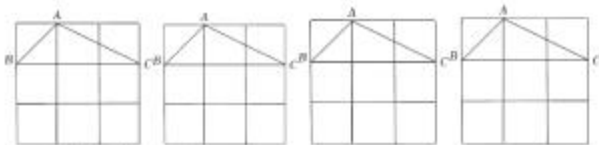
请补全图形和补全已知，并写出证明过程。



22. (本小题满分 12 分)

在如图所示的  $3 \times 3$  网格中， $\triangle ABC$  是格点三角形（即顶点恰好是网格线的交点），请画

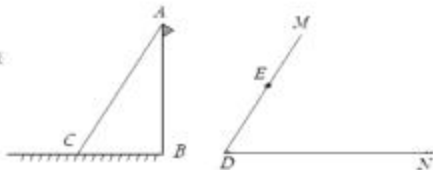
出与  $\triangle ABC$  有一条公共边且全等（不含  $\triangle ABC$ ）的所有格点三角形



23. (本小题满分 10 分)

八年级某班数学实验课安排测量操场上旗杆的高

初二数学试卷 第 4 页



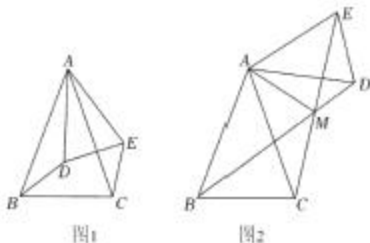
度，小俊同学经过认真思考，研究出了一个可行的测量方案：在某一时刻测得旗杆  $AB$  的影长  $BC$  和  $\angle ACB$  的大小，然后在操场上画  $\angle MDN = \angle ACB$ ，在边  $DM$  上截取线段  $DE = BC$ ，再利用三角形全等的知识求出旗杆的高度。请完成小俊同学的测量方案（画出符合条件的图形），并说明方案可行的理由。

#### 24. （本小题满分 10 分）

新定义：顶角相等且顶角顶点重合的两个等腰三角形互为“兄弟三角形”。

（1）如图 1， $\triangle ABC$  和  $\triangle ADE$  互为“兄弟三角形”，点  $A$  为重合的顶角顶点，求证： $BD = CE$ 。

（2）如图 2， $\triangle ABC$  和  $\triangle ADE$  互为“兄弟三角形”，点  $A$  为重合的顶角顶点，点  $D$ 、 $E$  均在  $\triangle ABC$  外，连接  $BD$ 、 $CE$  交于点  $M$ ，连接  $AM$ ，求证： $AM$  平分  $\angle BME$ 。

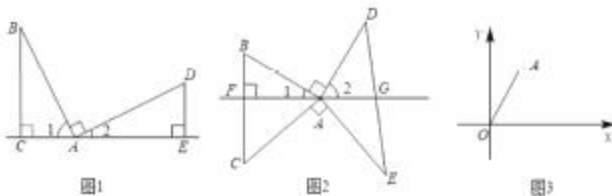


#### 25. （本小题满分 14 分）

通过对下面数学模型的研究学习，解决下列问题：

##### 【模型呈现】

（1）如图 1， $\angle BAD = 90^\circ$ ， $AB = AD$ ，过点  $B$  作  $BC \perp AC$  于点  $C$ ，过点  $D$  作  $DE \perp AC$  于点  $E$ ，由  $\angle 1 + \angle 2 = \angle 2 + \angle D = 90^\circ$ ，得  $\angle 1 = \angle D$ ，又  $\angle ACB = \angle AED = 90^\circ$ ，可以推得到  $\triangle ABC \cong \triangle DAE$ ，进而得到  $AC = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $BC = \underline{\hspace{2cm}}$ 。我们把这个数学模型称为“K 字”模型或“一线三等角”模型；



##### 【模型应用】

（2）①如图 2， $\angle BAD = \angle CAE = 90^\circ$ ， $AB = AD$ ， $AC = AE$ ，连接  $BC$ 、 $DE$ ，且  $BC \perp$

$AF$  于点  $F$ ,  $DE$  与直线  $AF$  交于点  $G$ . 求证: 点  $G$  是  $DE$  的中点;

②如图 3, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $A$  的坐标为  $(2, 4)$ , 点  $B$  为平面内任一点. 若  $\triangle AOB$  是以  $OA$  为斜边的等腰直角三角形, 请直接写出点  $B$  的坐标.

26. (本小题满分 14 分)

【初步探索】

(1) 如图 1: 在四边形  $ABCD$  中,  $AB=AD$ ,  $\angle B=\angle ADC=90^\circ$ ,  $E$ 、 $F$  分别是  $BC$ 、 $CD$  上的点, 且  $EF=BE+FD$ , 探究图中  $\angle BAE$ 、 $\angle FAD$ 、 $\angle EAF$  之间的数量关系.

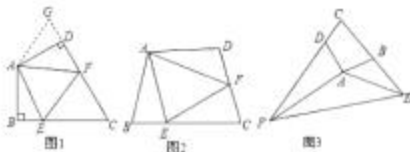
小王同学探究此问题的方法是: 延长  $FD$  到点  $G$ , 使  $DG=BE$ . 连接  $AG$ , 先证明  $\triangle ABE \cong \triangle ADG$ , 再证明  $\triangle AEF \cong \triangle AGF$ , 可得出结论, 他的结论应是 \_\_\_\_\_;

【灵活运用】

(2) 如图 2, 若在四边形  $ABCD$  中,  $AB=AD$ ,  $\angle B+\angle D=180^\circ$ .  $E$ 、 $F$  分别是  $BC$ 、 $CD$  上的点, 且  $EF=BE+FD$ , 上述结论是否仍然成立, 并说明理由;

【拓展延伸】

(3) 如图 3, 已知在四边形  $ABCD$  中,  $\angle ABC+\angle ADC=180^\circ$ ,  $AB=AD$ , 若点  $E$  在  $CB$  的延长线上, 点  $F$  在  $CD$  的延长线上, 如图 3 所示, 仍然满足  $EF=BE+FD$ , 请写出  $\angle EAF$  与  $\angle DAB$  的数量关系, 并给出证明过程.



## 2022~2023 学年第一学期通州区六校联合月练 初二数学试卷参考答案与评分标准

**说明：**本评分标准每题只给出了一种解法供参考，如果考生的解法与本解答不同，参照本评分标准给分。

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
选项	B	D	C	A	A	C	D	B	D	A

二、填空题（本大题共 8 小题，第 11~12 题每小题 3 分，第 13~18 题每小题 4 分，共 30 分）

11.  $40^\circ$       12.  $5$       13.  $(6, -5)$       14.  $110^\circ$   
 15.  $1 < AD < 5$       16.  $(1, -1)$       17.  $4:3$       18. ①③④

三、解答题（本大题共 8 小题，共 90 分）

19. （本小题满分 10 分）

证明： $\because \angle 3 = \angle 4$ ,

$$\therefore \angle ACB = \angle ACD,$$

3 分

在  $\triangle ACB$  和  $\triangle ACD$  中，

$$\begin{cases} \angle 1 = \angle 2 \\ AC = AC \\ \angle ACB = \angle ACD \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ACB \cong \triangle ACD \text{ (ASA)},$$

8 分

$$\therefore AB = AD.$$

10 分

20. （本小题满分 10 分）（本小题满分 10 分）

解：小明的判断正确，理由如下：

1 分

连接  $DH$ ，如图在  $\triangle DEH$  和  $\triangle DFH$  中，

$$\begin{cases} DE = DF \\ EH = FH \\ DH = DH \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DEH \cong \triangle DFH \text{ (SSS)},$$

8 分

$$\therefore \angle DEH = \angle DFH.$$

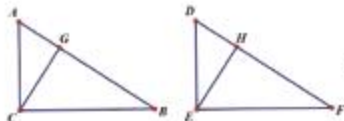
10 分

21

$EH \perp DF$  于  $H$  （补全图形和已知）

4 分

证明：(1)  $\text{RT}\triangle AGC \cong \text{RT}\triangle DHE$

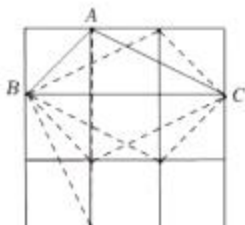


7 分

$$(2) \text{RT} \triangle ABC \cong \text{RT} \triangle DFE.$$

10 分

22(本小题满分 12 分)



(每种情况三分)

23. (本小题满分 10 分)

过点  $E$  作  $GE \perp DM$ , 垂足为  $E$ , 此时  $EG = AB$ ,

3 分

理由: 在  $\triangle ACB$  和  $\triangle GDE$  中

$$\begin{cases} \angle ACB = \angle GDE \\ CB = DE \\ \angle ABC = \angle GED \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ACB \cong \triangle GDE \text{ (ASA)},$$

8 分

$$\therefore AB = EG,$$

即可以得出旗杆高度.

10 分

24. (本小题满分 12 分)

证明: (1)  $\because \triangle ABC$  和  $\triangle ADE$  互为“兄弟三角形”,

$$\therefore \angle BAC = \angle DAE, AB = AC, AD = AE,$$

$$\therefore \angle BAC - \angle DAC = \angle DAE - \angle DAC,$$

$$\text{即 } \angle CAE = \angle BAD,$$

在  $\triangle BAD$  和  $\triangle CAE$  中,



$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAD=\angle CAE \\ AD=AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAE$  (SAS) .

$\therefore BD=CE$ ; .....4 分

(2) 如图, 过点  $A$  作  $AG \perp DM$  于  $G$ ,  $AH \perp EM$  于  $H$ .

$\because \triangle ABC$  和  $\triangle ADE$  互为“兄弟三角形”,

$$\therefore \angle BAC = \angle DAE,$$

$$\therefore \angle BAC + \angle DAC = \angle DAE + \angle DAC,$$

$$\text{即 } \angle CAE = \angle BAD,$$

在  $\triangle BAD$  和  $\triangle CAE$  中,

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAD=\angle CAE \\ AD=AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAE$  (SAS) ,

$$\therefore \angle ABG = \angle ACH,$$

$$\because AG \perp BM, AH \perp EM,$$

$$\therefore \angle AGB = \angle AHC = 90^\circ,$$

$$\text{又 } AB=AC,$$

$$\therefore \triangle ABG \cong \triangle ACH$$
 (AAS) ,

$$\therefore AG=AH, \quad ($$

$$\because AG \perp DM, AH \perp EM,$$

$$\therefore AM \text{ 平分 } \angle BME.$$

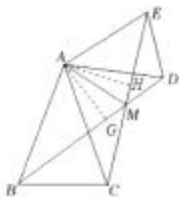
25 (本小题满分为 14 分)

(1) 故答案为:  $DE$ ;  $AE$ ;

(2) ③如图 2, 作  $DM \perp AF$  于  $M$ ,  $EN \perp AF$  于  $N$ ,

$$\because BC \perp AF,$$

$$\therefore \angle BFA = \angle AMD = 90^\circ,$$



6 分

8 分

10 分

4 分

$$\because \angle BAD=90^{\circ},$$

$$\therefore \angle 1+\angle 2=\angle 1+\angle B=90^{\circ},$$

$$\therefore \angle B=\angle 2,$$

在 $\triangle ABF$ 与 $\triangle DAM$ 中,  $\angle BFA=\angle AMD$ ,

$$\begin{cases} \angle BFA=\angle AMD \\ \angle B=\angle 2 \\ AB=AD \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle DAM (AAS),$$

$$\therefore AF=DM,$$

6分

同理,  $AF=EN$ .

$$\therefore EN=DM,$$

7分

$$\because DM \perp AF, EN \perp AF,$$

$$\therefore \angle GMD=\angle GNE=90^{\circ},$$

在 $\triangle DMG$ 与 $\triangle ENG$ 中,

$$\begin{cases} \angle DMG=\angle ENG \\ \angle DGM=\angle EGN \\ DM=EN \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DMG \cong \triangle ENG (AAS),$$

$$\therefore DG=EG, \text{即点 } G \text{ 是 } DE \text{ 的中点};$$

10分

② $\triangle AOB$ 是以 $OA$ 为斜边的等腰直角三角形,点 $B$ 的坐标为 $(3, 1)$ 或 $(-1, 3)$ .

14分

26. (本小题满分14分)

$$\text{故答案为: } \angle BAE+\angle FAD=\angle EAF;$$

3分

(2) 仍成立, 理由:

如图2, 延长 $FD$ 到点 $G$ , 使 $DG=BE$ , 连接 $AG$ ,

$$\because \angle B+\angle ADF=180^{\circ}, \angle ADG+\angle ADF=180^{\circ},$$

$$\therefore \angle B=\angle ADG,$$

$$\text{又} \because AB=AD,$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ADG (SAS),$$

$$\therefore \angle BAE = \angle DAG, AE = AG,$$

$$\because EF = BE + FD = DG + FD = GF, AF = AF,$$

$$\therefore \triangle AEF \cong \triangle AGF \text{ (SSS)},$$

$$\therefore \angle EAF = \angle GAF = \angle DAG + \angle DAF = \angle BAE + \angle DAF;$$

$$(3) \angle EAF = 180^\circ - \frac{1}{2} \angle DAB,$$

8 分

证明：如图 3，在  $DC$  延长线上取一点  $G$ ，使得  $DG = BE$ ，连接  $AG$ 。

$$\because \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ, \angle ABC + \angle ABE = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle ABE,$$

$$\text{又} \because AB = AD,$$

$$\therefore \triangle ADG \cong \triangle ABE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore AG = AE, \angle DAG = \angle BAE,$$

$$\because EF = BE + FD = DG + FD = GF, AF = AF,$$

$$\therefore \triangle AEF \cong \triangle AGF \text{ (SSS)},$$

$$\therefore \angle FAE = \angle FAG,$$

$$\because \angle FAE + \angle FAG + \angle GAE = 360^\circ,$$

$$\therefore 2 \angle FAE + (\angle GAB + \angle BAE) = 360^\circ,$$

$$\therefore 2 \angle FAE + (\angle GAB + \angle DAG) = 360^\circ,$$

$$\text{即 } 2 \angle FAE + \angle DAB = 360^\circ,$$

$$\therefore \angle EAF = 180^\circ - \frac{1}{2} \angle DAB.$$

14 分

