

## 2022 年江苏省淮安市中考数学试卷

### 参考答案

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.）

1. (3 分)  $-2$  的相反数是 ( )

- A. 2                      B.  $-2$                       C.  $-\frac{1}{2}$                       D.  $\frac{1}{2}$

**答案:** A

**解析:**  $-2$  的相反数是:  $-(-2) = 2$ ,

故选: A.

2. (3 分) 计算  $a^2 \cdot a^3$  的结果是 ( )

- A.  $a^2$                       B.  $a^3$                       C.  $a^5$                       D.  $a^6$

**答案:** C

**解析:**  $a^2 \cdot a^3 = a^5$ .

故选: C.

3. (3 分) 2022 年十三届全国人大五次会议审议通过的政府工作报告中提出, 今年城镇新增就业目标为 11000000 人以上. 数据 11000000 用科学记数法表示应为 ( )

- A.  $0.11 \times 10^8$                       B.  $1.1 \times 10^7$   
C.  $11 \times 10^6$                       D.  $1.1 \times 10^6$

**答案:** B

**解析:**  $11000000 = 1.1 \times 10^7$ .

故选: B.

4. (3 分) 某公司对 25 名营销人员 4 月份销售某种商品的情况统计如下:

销售量 (件)	60	50	40	35	30	20
人数	1	4	4	6	7	3

则这 25 名营销人员销售量的众数是 ( )

- A. 50                      B. 40                      C. 35                      D. 30

**答案:** D

---

**解析：**因为销售量为 30 件出现的次数最多，所以这 25 名营销人员销售量的众数是 30.

故选：D.

5. (3 分) 下列长度的三条线段能组成三角形的是 ( )

A. 3, 3, 6      B. 3, 5, 10      C. 4, 6, 9      D. 4, 5, 9

**答案：**C

**解析：**A、 $\because 3+3=6$ ,

$\therefore$  长度为 3, 3, 6 的三条线段不能组成三角形，本选项不符合题意；

B、 $\because 3+5<10$ ,

$\therefore$  长度为 3, 5, 10 的三条线段不能组成三角形，本选项不符合题意；

C、 $\because 4+6>9$ ,

$\therefore$  长度为 4, 6, 9 的三条线段能组成三角形，本选项符合题意；

D、 $\because 4+5=9$ ,

$\therefore$  长度为 4, 5, 9 的三条线段不能组成三角形，本选项不符合题意；

故选：C.

6. (3 分) 若关于  $x$  的一元二次方程  $x^2-2x-k=0$  没有实数根，则  $k$  的值可以是 ( )

A. -2      B. -1      C. 0      D. 1

**答案：**A

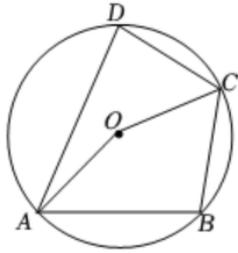
**解析：** $\because$  一元二次方程  $x^2-2x-k=0$  没有实数根，

$\therefore \Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-k) = 4 + 4k < 0$ ,

$\therefore k < -1$ ,

故选：A.

7. (3 分) 如图，四边形 ABCD 是  $\odot O$  的内接四边形，若  $\angle AOC = 160^\circ$ ，则  $\angle ABC$  的度数是 ( )



- A.  $80^\circ$                       B.  $100^\circ$                       C.  $140^\circ$                       D.  $160^\circ$

**答案:** B

**解析:**  $\because \angle AOC = 160^\circ$  ,

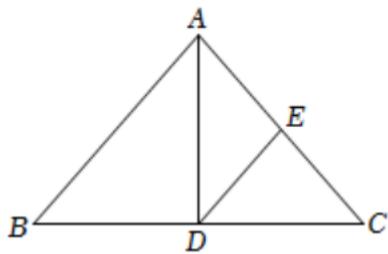
$$\therefore \angle ADC = \frac{1}{2} \angle AOC = 80^\circ ,$$

$\because$  四边形 ABCD 是  $\odot O$  的内接四边形,

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle ADC = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ ,$$

故选: B.

8. (3分) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ ,  $\angle BAC$  的平分线交  $BC$  于点  $D$ ,  $E$  为  $AC$  的中点, 若  $AB=10$ , 则  $DE$  的长是 ( )



- A. 8                      B. 6                      C. 5                      D. 4

**答案:** C

**解析:**  $\because AB=AC=10$ ,  $AD$  平分  $\angle BAC$ ,

$$\therefore AD \perp BC,$$

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ ,$$

$\because E$  为  $AC$  的中点,

$$\therefore DE = \frac{1}{2} AC = 5,$$

故选: C.

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

9. (3分) 实数 27 的立方根是\_\_\_\_\_.

**答案:** 3

**解析:**  $\because 3$  的立方等于 27,

$\therefore 27$  的立方根等于 3.

故答案为 3.

10. (3 分) 五边形的内角和是\_\_\_\_\_°.

**答案:** 540

**解析:** 根据题意得:  $(5-2) \cdot 180^\circ = 540^\circ$ ,

故答案为:  $540^\circ$ .

11. (3 分) 方程  $\frac{3}{x-2} - 1 = 0$  的解是\_\_\_\_\_.

**答案:**  $x=5$

**解析:**  $\frac{3}{x-2} - 1 = 0$

方程两边都乘  $x-2$ , 得  $3 - (x-2) = 0$ ,

解得:  $x=5$ ,

检验: 当  $x=5$  时,  $x-2 \neq 0$ ,

所以  $x=5$  是原方程的解,

即原方程的解是  $x=5$ ,

故答案为:  $x=5$ .

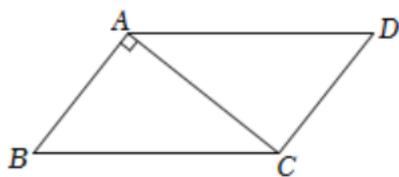
12. (3 分) 一组数据 3、-2、4、1、4 的平均数是\_\_\_\_\_.

**答案:** 2

**解析:** 数据 3、-2、4、1、4 的平均数是:  $\frac{3-2+4+1+4}{5} = 2$

故答案为: 2.

13. (3 分) 如图, 在  $\square ABCD$  中,  $CA \perp AB$ , 若  $\angle B = 50^\circ$ , 则  $\angle CAD$  的度数是\_\_\_\_\_.



**答案:**  $40^\circ$

**解析:**  $\because$  四边形 ABCD 是平行四边形,

$\therefore AD \parallel BC$ ,

$\therefore \angle CAD = \angle ACB$ ,  
 $\because CA \perp AB$ ,  
 $\therefore \angle BAC = 90^\circ$ ,  
 $\because \angle B = 50^\circ$ ,  
 $\therefore \angle ACB = 90^\circ - \angle B = 40^\circ$ ,  
 $\therefore \angle CAD = \angle ACB = 40^\circ$ ,  
 故答案为:  $40^\circ$ .

14. (3分) 若圆锥的底面圆半径为 2, 母线长为 5, 则该圆锥的侧面积是\_\_\_\_\_. (结果保留 $\pi$ )

**答案:**  $10\pi$

**解析:** 根据圆锥的侧面积公式:  $\pi r l = \pi \times 2 \times 5 = 10\pi$ ,

故答案为:  $10\pi$ .

15. (3分) 在平面直角坐标系中, 将点 A (2, 3) 向下平移 5 个单位长度得到点 B, 若点 B 恰好在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图像上, 则 k 的值是\_\_\_\_\_.

**答案:** -4

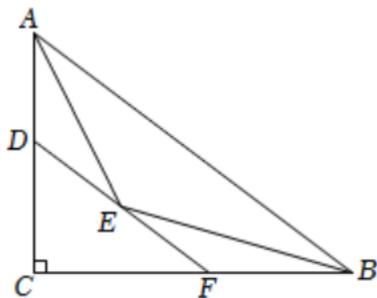
**解析:** 将点 A (2, 3) 向下平移 5 个单位长度得到点 B, 则 B (2, -2),

$\because$  点 B 恰好在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图像上,

$\therefore k = 2 \times (-2) = -4$ ,

故答案为: -4.

16. (3分) 如图, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = 3$ ,  $BC = 4$ , 点 D 是 AC 边上的一点, 过点 D 作  $DF \parallel AB$ , 交 BC 于点 F, 作  $\angle BAC$  的平分线交 DF 于点 E, 连接 BE. 若  $\triangle ABE$  的面积是 2, 则  $\frac{DE}{EF}$  的值是\_\_\_\_\_.



**答案:**  $\frac{3}{7}$

---

**解析：**在 Rt $\triangle ABC$  中，由勾股定理得， $AB=5$ ，

$\because \triangle ABE$  的面积是 2，

$\therefore$  点 E 到 AB 的距离为  $\frac{4}{5}$ ，

在 Rt $\triangle ABC$  中，点 C 到 AB 的距离为  $\frac{AC \cdot BC}{AB} = \frac{12}{5}$ ，

$\therefore$  点 C 到 DF 的距离为  $\frac{8}{5}$ ，

$\because DF \parallel AB$ ，

$\therefore \frac{CD}{CA} = \frac{2}{3} = \frac{DF}{AB}$ ，

$\therefore CD=2$ ， $DF = \frac{10}{3}$ ，

$\because AE$  平分  $\angle CAB$ ，

$\therefore \angle BAE = \angle CAE$ ，

$\because DF \parallel AB$ ，

$\therefore \angle AED = \angle BAE$ ，

$\therefore \angle DAE = \angle DEA$ ，

$\therefore DA = DE = 1$ ，

$\therefore EF = DF - DE = \frac{10}{3} - 1 = \frac{7}{3}$ ，

$\therefore \frac{DE}{EF} = \frac{3}{7}$ ，

故答案为： $\frac{3}{7}$ 。

### 三、解答题（本大题共 11 小题，共 102 分。）

17. (10 分) (1) 计算： $|-5| + (3 - \sqrt{2})^0 - 2\tan 45^\circ$ ；

(2) 化简： $\frac{a}{a^2-9} \div (1 + \frac{3}{a-3})$

**解答：**(1) 原式  $= 5 + 1 - 2 \times 1$

$= 5 + 1 - 2$

$= 4$ ；

(2) 原式  $= \frac{a}{(a+3)(a-3)} \div \frac{a}{a-3}$

$= \frac{a}{(a+3)(a-3)} \times \frac{a-3}{a}$

$$= \frac{1}{a+3}$$

18. (8分) 解不等式组:  $\begin{cases} 2(x-1) \geq -4 \\ \frac{3x-6}{2} < x-1 \end{cases}$ , 并写出它的正整数解.

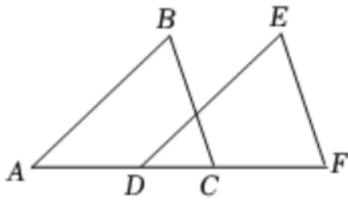
**解答:** 解不等式  $2(x-1) \geq -4$  得  $x \geq -1$ .

解不等式  $\frac{3x-6}{2} < x-1$  得  $x < 4$ ,

$\therefore$  不等式组的解集为:  $-1 \leq x < 4$ .

$\therefore$  不等式组的正整数解为: 1, 2, 3.

19. (8分) 已知: 如图, 点 A、D、C、F 在一条直线上, 且  $AD=CF$ ,  $AB=DE$ ,  $\angle BAC = \angle EDF$ . 求证:  $\angle B = \angle E$ .



**解答:** 证明:  $\because AD=CF$ ,

$\therefore AD+CD=CF+CD$ ,

$\therefore AC=DF$ .

在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中,

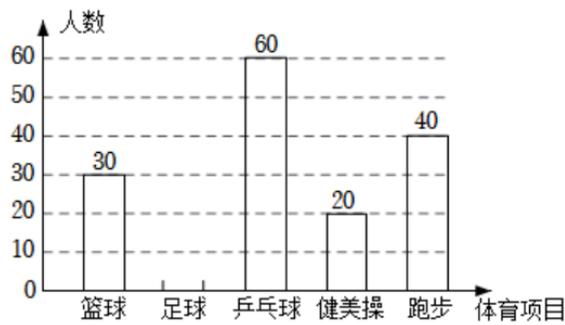
$$\begin{cases} AB=DE \\ \angle A = \angle EDF, \\ AC=DF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$  (SAS),

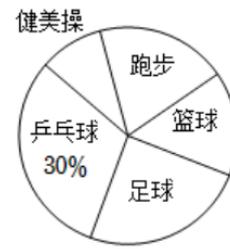
$\therefore \angle B = \angle E$ .

20. (8分) 某校计划成立学生体育社团, 为了解学生对不同体育项目的喜爱情况, 学校随机抽取了部分学生进行“我最喜爱的一个体育项目”问卷调查, 规定每人必须并且只能在“篮球”“足球”“乒乓球”“健美操”“跑步”五个项目中选择一项, 并根据统计结果绘制了两幅不完整的统计图.

“我最喜爱的一个体育项目”学生人数条形统计图



“我最喜爱的一个体育项目”学生人数分布扇形统计图



请解答下列问题：

(1) 在这次调查中，该校一共抽样调查了\_\_\_\_\_名学生，扇形统计图中“跑步”项目所对应的扇形圆心角的度数是\_\_\_\_\_°；

(2) 请补全条形统计图；

(3) 若该校共有 1200 名学生，试估计该校学生中最喜爱“篮球”项目的人数.

**解答：**∴ (1)  $60 \div 30\% = 200$  (名)，

在扇形统计图中，“跑步”项目所对应的扇形圆心角的度数是

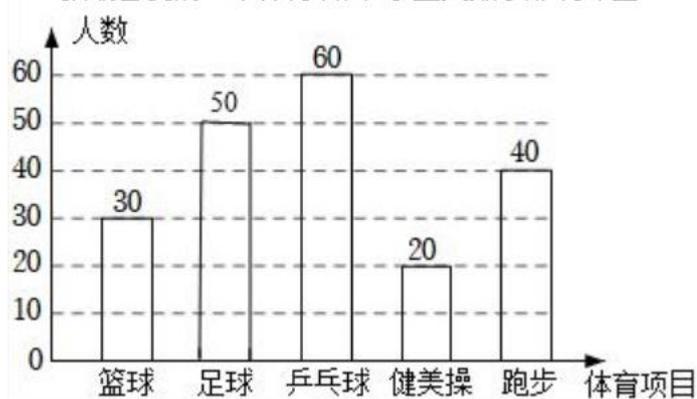
$$360^\circ \times \frac{40}{200} = 72^\circ,$$

故答案为：200，72°；

(2) 选择足球的学生有： $200 - 30 - 60 - 20 - 40 = 50$  (人)，

补全的条形统计图如图所示：

“我最喜爱的一个体育项目”学生人数条形统计图



(3)  $1200 \times \frac{30}{200} = 180$  (名)，

答：估计该校学生中最喜爱“篮球”项目的有 180 名.

21. (8分) 一只不透明的袋子中装有 3 个大小、质地完全相同的乒乓球，球面上分别标有数字 1、2、3，搅匀后先从袋子中任意摸出 1 个球，记下数字后放回，搅匀后再从袋子中任意摸出 1 个球，记下数字.

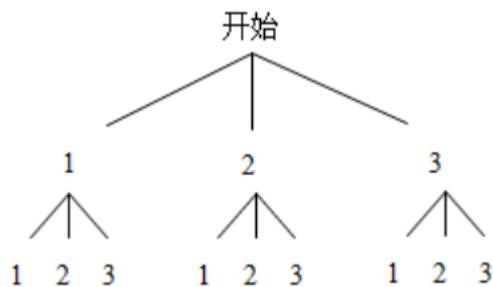
(1) 第一次摸到标有偶数的乒乓球的概率是\_\_\_\_\_;

(2) 用画树状图或列表等方法求两次都摸到标有奇数的乒乓球的概率.

**解答:** ∵袋中共有 3 个分别标有数字 1、2、3 的小球，数字 2 为偶数，  
∴第一次摸到标有偶数的乒乓球的概率是 $\frac{1}{3}$

故答案为： $\frac{1}{3}$ .

(2) 画树状图如下:



共有 9 种等可能的结果，其中两次都摸到标有奇数的乒乓球的结果有:

(1, 1), (1, 3), (3, 1), (3, 3), 共 4 种,

∴两次都摸到标有奇数的乒乓球的概率为 $\frac{4}{9}$ .

22. (8分) 如图，已知线段 AC 和线段 a.



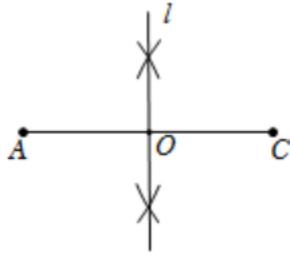
(1) 用直尺和圆规按下列要求作图.(请保留作图痕迹, 并标明相应的字母, 不写作法)

①作线段 AC 的垂直平分线 l, 交线段 AC 于点 O;

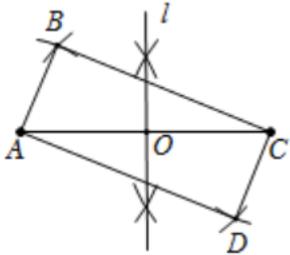
②以线段 AC 为对角线, 作矩形 ABCD, 使得 AB=a, 并且点 B 在线段 AC 的上方.

(2) 当 AC=4, a=2 时, 求 (1) 中所作矩形 ABCD 的面积.

**解答:** ∴ (1) ①如图, 直线 l 即为所求.



②如图，矩形 ABCD 即为所求.



(2)  $\because$  四边形 ABCD 为矩形,

$\therefore \angle ABC = 90^\circ$ ,

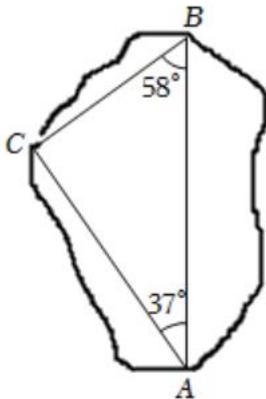
$\because a = 2$ ,

$\therefore AB = CD = 2$ ,

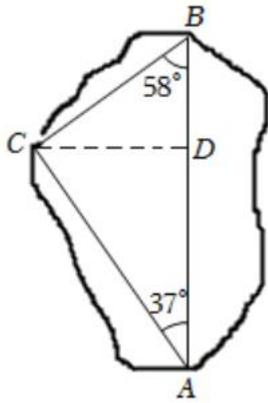
$\therefore BC = AD = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$ ,

$\therefore$  矩形 ABCD 的面积为  $AB \cdot BC = 2 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

23. (8分) 如图，湖边 A、B 两点由两段笔直的观景栈道 AC 和 CB 相连. 为了计算 A、B 两点之间的距离，经测量得： $\angle BAC = 37^\circ$ ， $\angle ABC = 58^\circ$ ， $AC = 80$  米，求 A、B 两点之间的距离. (参考数据： $\sin 37^\circ \approx 0.60$ ， $\cos 37^\circ \approx 0.80$ ， $\tan 37^\circ \approx 0.75$ ， $\sin 58^\circ \approx 0.85$ ， $\cos 58^\circ \approx 0.53$ ， $\tan 58^\circ \approx 1.60$ )



**解答：** 如图，过点 C 作  $CD \perp AB$ ，垂足为点 D，



在  $\text{Rt}\triangle ACD$  中,

$\because \angle DAC = 37^\circ$ ,  $AC = 80$  米,

$$\therefore \sin \angle DAC = \frac{CD}{AC}, \quad \cos \angle DAC = \frac{AD}{AC},$$

$$\therefore CD = AC \cdot \sin 37^\circ \approx 80 \times 0.60 = 48 \text{ (米)},$$

$$AD = AC \cdot \cos 37^\circ \approx 80 \times 0.80 = 64 \text{ (米)},$$

在  $\text{Rt}\triangle BCD$  中,

$\because \angle CBD = 58^\circ$ ,  $CD = 48$  米,

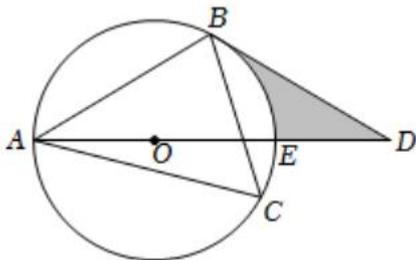
$$\therefore \tan \angle CBD = \frac{CD}{BD},$$

$$\therefore BD = \frac{CD}{\tan 58^\circ} \approx \frac{48}{1.60} = 30 \text{ (米)},$$

$$\therefore AB = AD + BD = 64 + 30 = 94 \text{ (米)}.$$

答: A、B 两点之间的距离约为 94 米.

24. (8 分) 如图,  $\triangle ABC$  是  $\odot O$  的内接三角形,  $\angle ACB = 60^\circ$ , AD 经过圆心 O 交  $\odot O$  于点 E, 连接 BD,  $\angle ADB = 30^\circ$ .

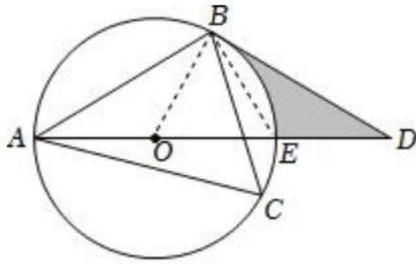


(1) 判断直线 BD 与  $\odot O$  的位置关系, 并说明理由;

(2) 若  $AB = 4\sqrt{3}$ , 求图中阴影部分的面积.

**解答:** (1) 直线 BD 与  $\odot O$  相切,

理由: 如图, 连接 BE,



$\because \angle ACB = 60^\circ$  ,  
 $\therefore \angle AEB = \angle C = 60^\circ$  ,  
 连接 OB ,  
 $\because OB = OC$  ,  
 $\therefore \triangle OBE$  是等边三角形 ,  
 $\therefore \angle BOD = 60^\circ$  ,  
 $\because \angle ADB = 30^\circ$  ,  
 $\therefore \angle OBD = 180^\circ - 60^\circ - 30^\circ = 90^\circ$  ,  
 $\therefore OB \perp BD$  ,

$\because OB$  是  $\odot O$  的半径 ,  
 $\therefore$  直线  $BD$  与  $\odot O$  相切 ;

(2)  $\because AE$  是  $\odot O$  的直径 ,

$\therefore \angle ABE = 90^\circ$  ,

$\because AB = 4\sqrt{3}$  ,

$$\therefore \sin \angle AEB = \sin 60^\circ = \frac{AB}{AE} = \frac{4\sqrt{3}}{AE} = \frac{\sqrt{3}}{2} ,$$

$\therefore AE = 8$  ,

$\therefore OB = 4$  ,

$\therefore BD = \sqrt{3}OB = 4\sqrt{3}$  ,

$$\therefore \text{图中阴影部分的面积} = S_{\triangle OBD} - S_{\text{扇形} BOE} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{3} - \frac{60\pi \times 4^2}{360} = 8\sqrt{3} - \frac{8\pi}{3}$$

25. (10分) 端午节前夕, 某超市从厂家分两次购进 A、B 两种品牌的粽子, 两次进货时, 两种品牌粽子的进价不变. 第一次购进 A 品牌粽子 100 袋和 B 品牌粽子 150 袋, 总费用为 7000 元; 第二次购进 A 品牌粽子 180 袋和 B 品牌粽子 120 袋, 总费用为 8100 元.

(1) 求 A、B 两种品牌粽子每袋的进价各是多少元；

(2) 当 B 品牌粽子销售价为每袋 54 元时，每天可售出 20 袋，为了促销，该超市决定对 B 品牌粽子进行降价销售。经市场调研，若每袋的销售价每降低 1 元，则每天的销售量将增加 5 袋。当 B 品牌粽子每袋的销售价降低多少元时，每天售出 B 品牌粽子所获得的利润最大？最大利润是多少元？

**解答：** (1) A 种品牌粽子每袋的进价是  $x$  元，B 种品牌粽子每袋的进价是  $y$  元，

$$\text{根据题意得，} \begin{cases} 100x + 150y = 7000 \\ 180x + 120y = 8100 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 25 \\ y = 30 \end{cases}$$

答：A 种品牌粽子每袋的进价是 25 元，B 种品牌粽子每袋的进价是 30 元；

(2) 设 B 品牌粽子每袋的销售价降低  $a$  元时，每天售出 B 品牌粽子所获得的利润最大，利润为  $w$  元，

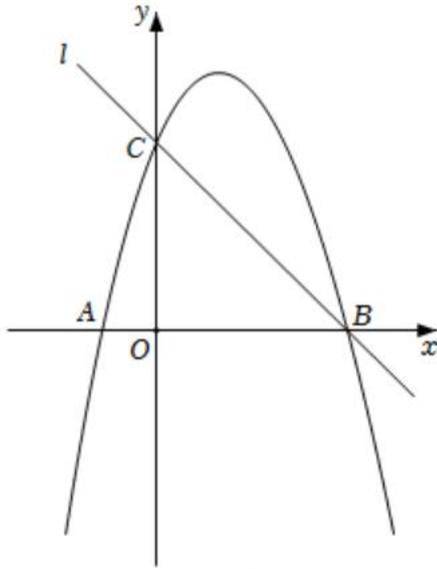
根据题意得，

$$w = (54 - a - 30)(20 + 5a) = -5a^2 + 100a + 480 = -5(a - 10)^2 + 980,$$

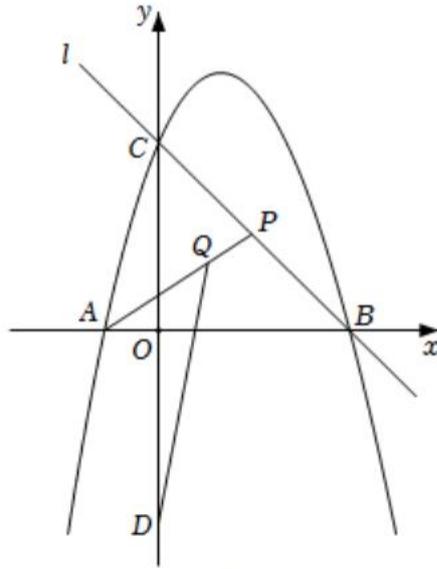
$$\because -5 < 0,$$

$\therefore$  当 B 品牌粽子每袋的销售价降低 10 元时，每天售出 B 品牌粽子所获得的利润最大，最大利润是 980 元。

26. (12 分) 如图 (1)，二次函数  $y = -x^2 + bx + c$  的图像与  $x$  轴交于 A、B 两点，与  $y$  轴交于 C 点，点 B 的坐标为 (3, 0)，点 C 的坐标为 (0, 3)，直线  $l$  经过 B、C 两点。



图(1)



图(2)

(1) 求该二次函数的表达式及其图像的顶点坐标；

(2) 点 P 为直线 l 上的一点，过点 P 作 x 轴的垂线与该二次函数的图像相交于点 M，再过点 M 作 y 轴的垂线与该二次函数的图像相交于另一点 N，当  $PM = \frac{1}{2}MN$  时，求点 P 的横坐标；

(3) 如图 (2)，点 C 关于 x 轴的对称点为点 D，点 P 为线段 BC 上的一个动点，连接 AP，点 Q 为线段 AP 上一点，且  $AQ = 3PQ$ ，连接 DQ，当  $3AP + 4DQ$  的值最小时，直接写出 DQ 的长。

**解答**:: (1) 将点 B (3, 0), C (0, 3) 代入  $y = -x^2 + bx + c$

$$\therefore \begin{cases} -9 + 3b + c = 0 \\ c = 3 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} b = 2 \\ c = 3 \end{cases}$$

$$\therefore y = -x^2 + 2x + 3$$

$$\therefore y = -x^2 + 2x + 3 = -(x - 1)^2 + 4,$$

$\therefore$  顶点坐标 (1, 4);

(2) 设直线 BC 的解析式为  $y = kx + b$ ,

$$\therefore \begin{cases} 3k + b = 0 \\ b = 3 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -1 \\ b = 3 \end{cases}$$

$$\therefore y = -x + 3,$$

设  $P(t, -t+3)$ , 则  $M(t, -t^2+2t+3)$ ,  $N(2-t, -t^2+2t+3)$ ,

$$\therefore PM = |t^2 - 3t|, MN = |2 - 2t|,$$

$$\therefore PM = \frac{1}{2}MN,$$

$$\therefore |t^2 - 3t| = \frac{1}{2}|2 - 2t|,$$

解得  $t = 1 + \sqrt{2}$  或  $1 - \sqrt{2}$  或  $t = 2 + \sqrt{3}$  或  $2 - \sqrt{3}$

$\therefore P$  点横坐标为  $1 + \sqrt{2}$  或  $1 - \sqrt{2}$  或  $2 + \sqrt{3}$  或  $2 - \sqrt{3}$ ;

(3)  $\therefore C(0, 3)$ ,  $D$  点与  $C$  点关于  $x$  轴对称,

$$\therefore D(0, -3),$$

令  $y = 0$ , 则  $-x^2 + 2x + 3 = 0$ ,

解得  $x = -1$  或  $x = 3$ ,

$$\therefore A(-1, 0),$$

$$\therefore AB = 4,$$

$$\therefore AQ = 3PQ,$$

$\therefore Q$  点在平行于  $BC$  的线段上, 设此线段与  $x$  轴的交点为  $G$ ,

$$\therefore QG \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{AQ}{AP} = \frac{AG}{BA},$$

$$\therefore \frac{3}{4} = \frac{AG}{4},$$

$$\therefore AG = 3,$$

$$\therefore G(2, 0),$$

$$\therefore OB = OC,$$

$$\therefore \angle OBC = 45^\circ,$$

作  $A$  点关于  $GQ$  的对称点  $A'$ , 连接  $AD$  与  $AP$  交于点  $Q$ ,



$$\therefore DQ = \frac{5\sqrt{10}}{4}.$$

27. (14 分) 在数学兴趣小组活动中, 同学们对菱形的折叠问题进行了探究. 如图 (1), 在菱形 ABCD 中,  $\angle B$  为锐角, E 为 BC 中点, 连接 DE, 将菱形 ABCD 沿 DE 折叠, 得到四边形 A' B' ED, 点 A 的对应点为点 A', 点 B 的对应点为点 B'.

**【观察发现】**

A' D 与 B' E 的位置关系是\_\_\_\_\_;

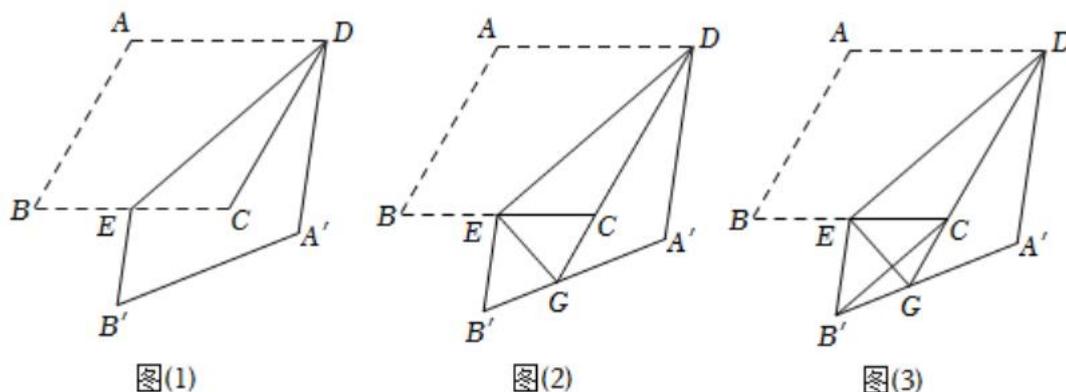
**【思考表达】**

(1) 连接 B' C, 判断  $\angle DEC$  与  $\angle B' CE$  是否相等, 并说明理由;

(2) 如图 (2), 延长 DC 交 A' B' 于点 G, 连接 EG, 请探究  $\angle DEG$  的度数, 并说明理由;

**【综合运用】**

如图 (3), 当  $\angle B = 60^\circ$  时, 连接 B' C, 延长 DC 交 A' B' 于点 G, 连接 EG, 请写出 B' C、EG、DG 之间的数量关系, 并说明理由.



**解答:** **【观察发现】** 如图 (1) 中, 由翻折的性质可知,  $A' D \parallel B' E$ .

故答案为:  $A' D \parallel B' E$ ;

**【思考表达】** (1) 结论:  $\angle DEC = \angle B' CE$ .

理由: 如图 (2) 中, 连接  $BB'$ .

$$\because EB = EC = EB',$$

$$\therefore \angle BB' C = 90^\circ,$$

$$\therefore BB' \perp B' C,$$

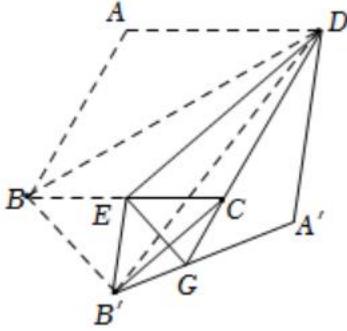
由翻折变换的性质可知  $BB' \perp DE$ ,

$\therefore DE \parallel CB'$  ,

$\therefore \angle DEC = \angle C = \angle B'CE$ ;

(2) 结论:  $\angle DEG = 90^\circ$  .

理由: 如图(2)中, 连接  $DB, DB'$  ,



图(2)

由翻折的性质可知  $\angle BDE = \angle B'DE$ ,

设  $\angle BDE = \angle B'DE = x$ ,  $\angle A = \angle A' = y$ .

$\because$  四边形  $ABCD$  是菱形,

$\therefore \angle ADB = \angle CDB = \angle B'DA'$  ,

$\therefore \angle ADG = \angle BDB' = 2x$ ,

$\therefore \angle DGA' = 180^\circ - 2x - y$ ,

$\because \angle BEB' = \angle EBD + \angle EB'D + \angle BDB'$  ,

$\therefore \angle BEB' = 180^\circ - y + 2x$ ,

$\because EC = EB'$  ,

$\therefore \angle EB'C = \angle ECB' = \frac{1}{2} \angle BEB' = 90^\circ - \frac{1}{2}y - x$ ,

$\therefore \angle GB'C = \angle A'B'E - \angle EB'C = 180 - y - (90^\circ - \frac{1}{2}y - x) = 90^\circ - \frac{1}{2}y + x$

$\therefore \angle CGA' = 2 \angle GB'C$ ,

$\because \angle CGA' = \angle GB'C + \angle GCB'$  ,

$\therefore \angle GB'C = \angle GCB'$  ,

$\therefore GC = GB'$  ,

$\because EB' = EC$ ,

$\therefore EG \perp CB'$  ,

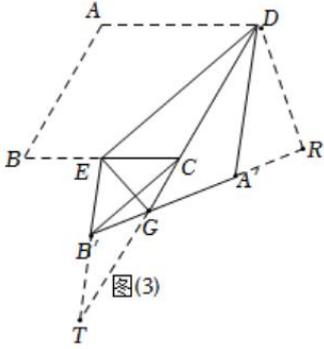
$\because DE \parallel CB'$  ,

$\therefore DE \perp EG$ ,

$\therefore \angle DEG = 90^\circ$  ;

**【综合运用】** 结论:  $DG^2 = EG^2 + \frac{49}{16} B' C^2$ .

理由: 如图(3)中, 延长 DG 交 EB' 的延长线于点 T, 过点 D 作  $DR \perp GA'$  交 GA' 的延长线于点 R.



设  $GC = GB' = x$ ,  $CD = A'D = A'B' = 2a$ ,

$\therefore \angle B = 60^\circ$  ,

$\therefore \angle A = \angle DA'B' = 120^\circ$  ,

$\therefore \angle DA'R = 60^\circ$  ,

$\therefore A'R = A'D \cdot \cos 60^\circ = a$ ,  $DR = \sqrt{3}a$

在  $Rt\triangle DGR$  中, 则有  $(2a + x)^2 = (\sqrt{3}a)^2 + (3a - x)^2$ ,

$\therefore x = \frac{5}{4}a$ ,

$\therefore GB' = \frac{4}{5}a$ ,  $A'G = \frac{6}{5}a$ ,

$\therefore TB' \parallel DA'$  ,

$\therefore \frac{TB'}{DA'} = \frac{GB'}{GA'}$ ,

$\therefore \frac{TB'}{2a} = \frac{\frac{4}{5}a}{\frac{6}{5}a}$

$\therefore TB' = \frac{4}{3}a$

$\therefore CB' \parallel DE$ ,

$\therefore \frac{CB'}{DE} = \frac{TB'}{ET} = \frac{\frac{4}{3}a}{a + \frac{4}{3}a} = \frac{4}{7}$

$\therefore DE = \frac{7}{4}CB'$  ,

---

$$\therefore \angle DEG = 90^\circ ,$$

$$\therefore DG^2 = EG^2 + DE^2 ,$$

$$\therefore DG^2 = EG^2 + \frac{49}{16} B' C^2 .$$