

# 北师大附属实验中学 2022-2023 学年度第一学期期中参考答案

## 九年级数学

### 一、选择题（每小题 2 分，共 16 分）

1	2	3	4	5	6	7	8
A	B	B	A	C	C	D	C

### 二、填空题（每小题 2 分，共 16 分）

9.  $60^\circ$       10.  $y = x^2 - 2x$ （答案不唯一）      11.  $3\sqrt{3}$       12.  $2 < x < 5$

13.  $90^\circ$       14.  $\frac{1}{2}$  或  $-2$       15.  $w = -5(x - 10)(x - 30)$ , 20

16. ①③④

### 三、解答题（本题共 12 小题，第 17, 18 题每题 4 分，第 19 题 8 分，第 20, 22, 25 题 5 分，第 21, 23, 24, 26, 27 题 6 分，第 28 题 7 分，共 68 分）

17.  $x^2 = 5x$

18.  $x^2 + 6x + 7 = 0$

解:  $x(x - 5) = 0 \dots 2$  分

解:  $(x + 3)^2 = 2 \dots 2$  分

$x_1 = 0, x_2 = 5 \dots 4$  分

$x_1 = -3 - \sqrt{2}, x_2 = -3 + \sqrt{2} \dots 4$  分

19. 解: (1) 法一: 将  $A(0, 3), B(2, 3)$  代入  $y = -x^2 + bx + c$  得

$$\begin{cases} c = 3 \\ -4 + 2b + c = 3 \end{cases} \text{解得} \begin{cases} c = 3 \\ b = 2 \end{cases} \dots 2 \text{ 分}$$

$\therefore$  抛物线解析式为  $y = -x^2 + 2x + 3$

法二: 因为抛物线过  $A(0, 3), B(2, 3)$ , 则抛物线的对称轴直线为  $x = -\frac{b}{2a} = 1$ ,

则  $b=2, \dots 1$  分

将  $A(0, 3)$  代入  $y = -x^2 + 2x + c$  可得  $c = 3 \dots 2$  分

$\therefore$  抛物线解析式为  $y = -x^2 + 2x + 3$

(2) 顶点 1 分, 其余两点各 1 分, 画函数图象 1 分, 共 4 分.

$x$	...	-1		1		3	...
$y$	...			4			...

(3)  $0 < y \leq 4 \dots 2$  分 (对一个数给 1 分, 有错扣 1)

20. (1) 解: 由题意  $\Delta = b^2 - 4ac$

$$= 9 - 4(m - 2) \geq 0 \cdots 1 \text{ 分}$$

则  $m \leq \frac{17}{4} \cdots 2 \text{ 分}$

(2) 证明: 由 (1) 可得,  $m \leq \frac{17}{4}$ , 则  $m = 4 \cdots 3 \text{ 分}$

设方程②的两根分别为  $x_1, x_2$ , 由题意  $x_1 x_2 = \frac{m-5}{m} \cdots 4 \text{ 分}$

$x_1 x_2 = -\frac{1}{4} < 0$ , 则方程②的两根异号.  $\cdots 5 \text{ 分}$

21. (1) 证明:  $\because AB$  为  $\odot O$  直径, 且  $AB \perp CD$ ,  $\cdots 1 \text{ 分}$

$\therefore \widehat{BC} = \widehat{DC} \cdots 2 \text{ 分}$

$\therefore \angle A = \angle DCB \cdots 3 \text{ 分}$

(2) 解: 连接  $CO$

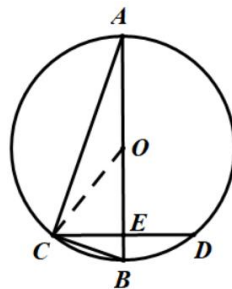
$\because AB$  为  $\odot O$  直径, 且  $AB \perp CD$  于  $E$

$\therefore CE = \frac{1}{2} CD = 3 \cdots 4 \text{ 分}$

在  $\text{Rt}\triangle COE$  中,  $OC^2 = CE^2 + OE^2$

即  $r^2 = 3^2 + (r - 1)^2 \cdots 5 \text{ 分}$

解得  $r = 5 \cdots 6 \text{ 分}$



22. (1) 每步 1 分, 共 2 分

(2)  $\angle DFB$ ;  $\cdots 3 \text{ 分}$      $\angle DFB, \angle DCB$ ;  $\cdots 4 \text{ 分}$      $\widehat{AD} = \widehat{DF} \cdots 5 \text{ 分}$

23. (1) 解:  $y = (x - k)^2 - 2 \cdots 1 \text{ 分}$

则顶点坐标为  $(k, -2) \cdots 2 \text{ 分}$

(2) 将点  $A(-1, -1)$  代入  $y = x^2 - 2kx + k^2 - 2$ ,

解得  $k_1 = 0, k_2 = -2 \cdots 3$  分

将点  $B(3, 0)$  代入  $y = x^2 - 2kx + k^2 - 2$ ,

解得  $k_3 = 3 + \sqrt{2}, k_2 = 3 - \sqrt{2} \cdots 4$  分

结合函数图象可得,  $0 \leq k \leq 3 - \sqrt{2} \cdots 6$  分 (取对一边 1 分, 有错扣 1 分)

注: 作图, 画出临界位置可给 1 分.

24. (1) 证明: 连接  $AC$

$\because$  点  $C$  是  $\widehat{DB}$  的中点

$\therefore \widehat{DC} = \widehat{CB}$

$\therefore \angle 1 = \angle 2 \cdots 1$  分

又  $\because OA = OC$

$\therefore \angle 2 = \angle 3$

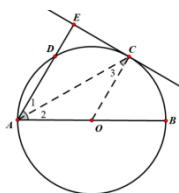
$\therefore \angle 1 = \angle 3$

$\therefore AE \parallel OC$

$\because AE \perp EC$

$\therefore OC \perp EC \cdots 2$  分

$\therefore$  直线  $CE$  是  $\odot O$  的切线  $\cdots 3$  分



(2) 连接  $OC$

$\because B$  为  $\widehat{MC}$  中点

$\therefore \widehat{BC} = \widehat{BM}$

$\therefore \angle 1 = \angle 2$

$\because \angle 2 = 2\angle 4$

$\therefore \angle 1 = 2\angle 4$

又  $\because \angle 1 = \angle 3$

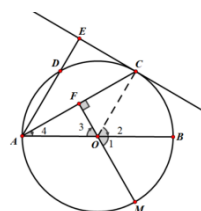
$\therefore \angle 3 = 2\angle 4$

在  $\triangle AFO$  中,  $OF \perp AC$

$\therefore \angle 4 = 30^\circ \cdots 5$  分

$\therefore \angle 1 = \angle 2$

$\therefore OF = \frac{OA}{2} = 2 \cdots 6$  分

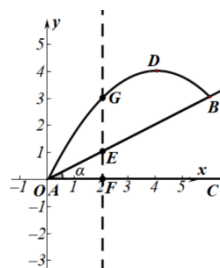


25. (1) 解: 如图建立平面直角坐标系 (其他位置建立也可以)

$A(0, 0), D(4, 4) \cdots 1$  分

设该抛物线的解析式为  $y = a(x - h)^2 + k$  ( $a \neq 0$ )

由题意可知  $h = 4, k = 4, \cdots 2$  分



将  $A(0,0)$  代入, 可得  $a = -\frac{1}{4}$ , ... 3 分

抛物线的解析式为  $y = -\frac{1}{4}(x-4)^2 + 4$  或  $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x$

$$(2) \because AF=2, \angle \alpha=30^\circ, \therefore EF=\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

当  $x=2$  时,  $y=3$  ... 4 分

$$2.5 + \frac{2\sqrt{3}}{3} > 3$$

$\therefore$  水柱不能越过这棵树 ... 5 分

26. (1) 解: 由题意, 抛物线的对称轴为直线  $x = -\frac{-(4m-1)}{2m} = 1$ ,

可得  $m = \frac{1}{2}$  ... 1 分

将  $Q(0, b)$  代入, 可得  $3m - 2 = b$ , 则  $b = -\frac{1}{2}$  ... 2 分

(2) 将  $P(3,1)$  代入, 可得  $3k + b = 1$

$$\because k < 0,$$

$\therefore 1 - b < 0$ , 即  $b > 1$  ... 3 分

将  $Q(0, b)$  代入,  $3m - 2 = b$ , 可得  $m = \frac{b+2}{3} > 1$

$\therefore$  对称轴直线  $x = -\frac{-(4m-1)}{2m}$  的范围为  $\frac{3}{2} < 2 - \frac{1}{2m} < 2$  ... 4 分

点  $Q$  到对称轴的距离为  $d_1$ , 则  $\frac{3}{2} < d_1 < 2$

点  $M$  到对称轴的距离为  $d_2$ , 则  $1 < d_2 < \frac{3}{2}$

点  $N$  到对称轴的距离为  $d_3$ , 则  $2 < d_3 < \frac{5}{2}$

$\because m > 0$ , 抛物线开口向上, 当  $x < 2 - \frac{1}{2m}$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小,

当  $x > 2 - \frac{1}{2m}$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大, 可得, 离对称轴越近的点纵坐标越大.

由上可知,  $M$  到对称轴距离最近,  $N$  到对称轴的距离最远 ... 5 分

则  $y_1 < b < y_2 \cdots 6$  分

27. (1) 补全图形  $\cdots 1$  分

(2)  $\because CA=CD=CB, \angle ACD=60^\circ$  且  $\angle ACB=90^\circ$

$\therefore \angle CDB=150^\circ, \angle CDB=15^\circ \cdots 2$  分

又  $\because CN$  为  $\angle ACD$  的角平分线

$\therefore \angle DCM=30^\circ$

$\therefore \angle CDB+\angle DCM=45^\circ \cdots 3$  分

(3)  $BM=\sqrt{2}CN \cdots 4$  分

过点  $C$  作  $NC$  的垂线交  $NC$  的延长线于

点  $H$

$\because CD=CB, \angle DCB=90^\circ+\alpha$

$\therefore \angle CDB=45^\circ-\frac{\alpha}{2}$

又  $\because CN$  平分  $\angle ACD$

$\therefore \angle MCD=\frac{\alpha}{2}$

$\therefore \angle CMB=\angle CDB+\angle DCM=45^\circ \cdots 5$  分

$\therefore \triangle MHB$  为等腰直角三角形,  $BM=\sqrt{2}BH$

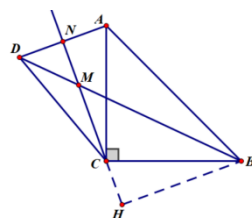
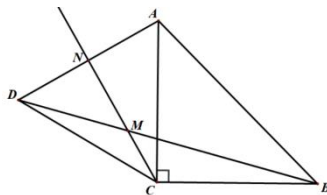
又  $\because AC \perp BC$

$\therefore \angle ACN+\angle BCH=90^\circ$

又  $\because BH \perp CH$

$\therefore \angle BCH+\angle CBH=90^\circ$

$\therefore \angle ACN=\angle CBH$



在  $\triangle ANC$  和  $\triangle CHB$  中

$$\begin{cases} \angle ANC = \angle CHB \\ \angle ACN = \angle CBH \\ CA = BC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ACN \cong \triangle CHB$  (AAS)

$\therefore CN=BH$

$\therefore BM=\sqrt{2}CN \cdots 6$  分

28. (1) ①  $B_1, B_4 \cdots 2$  分 (每个 1 分, 有错不给分) 在此处键入公式。

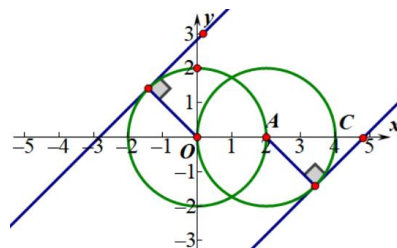
② 解: 如图, 当直线  $l: y = x + b$  与半径为 2 的  $\odot O$  相切时,  $b = 2\sqrt{2} \cdots 3$  分

当直线  $l: y = x + b$  与半径为 2 的  $\odot A$  相切时,

$$AC = 2\sqrt{2}, OC = 2 + 2\sqrt{2}$$

$$\text{则 } b = -2 - 2\sqrt{2} \cdots 4 \text{ 分}$$

综上,  $-2 - 2\sqrt{2} < b < 2\sqrt{2} \cdots 5$  分



(2)  $-\sqrt{6} < c < -2$  或  $\frac{2}{3}\sqrt{3} - 1 < c < 2 \cdots 7$  分 (有对给 1 分, 有错扣 1 分)