

邓州市 2022 ~ 2023 学年第一学期期中质量评估九年级

数学试卷

注意事项:1. 本试卷共 6 页,三个大题,满分 120 分,答题时间 100 分钟;

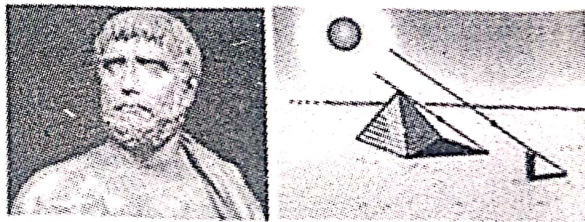
2. 请按答题卡上注意事项的要求直接把答案填写在答题卡上,答在试卷上的答案无效.

一、选择题(每小题 3 分,共 30 分)请将唯一正确答案的序号涂在答题卡上.

1. 下列二次根式中,最简二次根式是().

- A. $\sqrt{12}$ B. $\sqrt{10}$ C. $\sqrt{\frac{1}{2}}$ D. $\sqrt{0.3}$

2. 泰勒斯是古希腊时期的思想家,科学家,哲学家,他最早提出了命题的证明.泰勒斯曾通过测量同一时刻标杆的影长,标杆的高度,金字塔的影长,推算出金字塔的高度,这种测量原理,就是我们所学的().



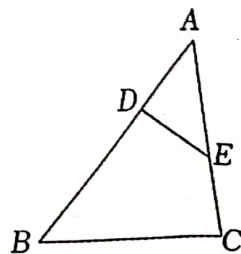
- A. 图形的轴对称 B. 图形的旋转 C. 图形的相似 D. 图形的平移

3. 下列运算正确的是().

- A. $\sqrt{2} + \sqrt{6} = \sqrt{8}$ B. $\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} = 1 - \sqrt{2}$
C. $1 \div \sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 1$ D. $\sqrt{5} \times \sqrt{15} = 5\sqrt{3}$

4. 如图, D, E 是 $\triangle ABC$ 边上的两个点,请你再添加一个条件,使得 $\triangle ABC \sim \triangle AED$,则下列选项不成立的是().

- A. $\angle B = \angle AED$ B. $\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD}$
C. $\frac{AB}{AE} = \frac{BC}{DE}$ D. $\angle C = \angle ADE$

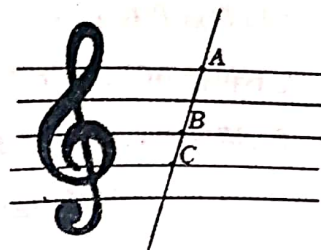


5. 用配方法解一元二次方程 $x^2 - 2x - 5 = 0$ 时, 将它化为 $(x + a)^2 = b$ 的形式, 则 $a + b$ 的值为()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

6. 如图, 五线谱是由等距离的五条平行横线组成的, 同一条直线上的三个点 A, B, C 都在横线上. 若线段 $BC = 1.6$, 则线段 AB 的长是()

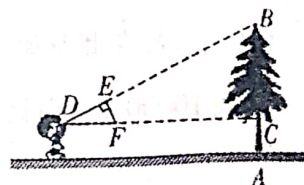
- A. 3.2 B. 4.8 C. 0.8 D. 2.4



7. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + 1 - 2m = 0$ 的两个实数根之积为负数, 则实数 m 的取值范围是()

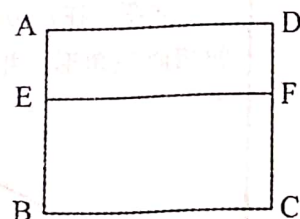
- A. $m > 0$ B. $m > \frac{1}{2}$ C. $m < \frac{1}{2}$ D. $m < 0$

8. 如图, 小明同学用自制的直角三角形纸板 DEF 测量树的高度 AB , 他调整自己的位置, 设法使斜边 DF 保持水平, 并且边 DE 与点 B 在同一直线上, 已知纸板的两条直角边 $DE = 40\text{cm}$, $EF = 20\text{cm}$, 测得边 DF 离地面的高度 $AC = 1.5\text{m}$, $CD = 9\text{m}$, 则树高 AB 为().



- A. 4m B. 4.5m C. 5m D. 6m

9. 在 20 世纪 70 年代, 我国著名数学家华罗庚教授将黄金分割法作为一种“优选法”, 在全国大规模推广, 取得了很大成果. 如图, 利用黄金分割法, 所作 EF 将矩形窗框 $ABCD$ 分为上下两部分, 其中 E 为边 AB 的黄金分割点, 即 $BE^2 = AE \cdot AB$, 已知 AB 为 2 米, 则线段 AE 的长为()米.



- A. $\sqrt{5} + 1$ B. $3 - \sqrt{5}$ C. $3 + \sqrt{5}$ D. $\sqrt{5} - 1$

10. 我国古代数学家赵爽(公元 3 ~ 4 世纪)在其所著的《勾股圆方图注》中记载过一元二次方程(正根)的几何解法. 以方程 $x^2 + 2x - 35 = 0$ 即 $x(x + 2) = 35$ 为例说明, 记载的方法是: 构造如图(1), 大正方形的面积是 $(x + x + 2)^2$, 同时它又等于四个矩形的面积加上中间小正方形的面积, 即 $4 \times 35 + 2^2$, 因此 $x = 5$. 则图(2)是下列哪个方程的几何解法().



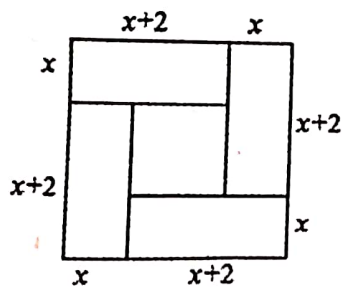


图1

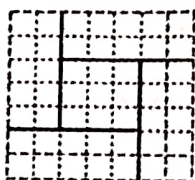


图2

A. $x^2 - 3x - 10 = 0$

B. $x^2 - 4x - 5 = 0$

C. $x^2 + 2x - 8 = 0$

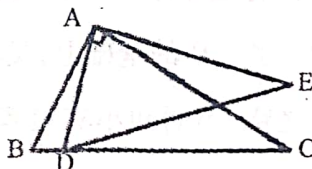
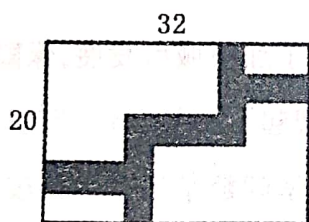
D. $x^2 + 5x - 6 = 0$

二. 填空题(每小题 3 分,共 15 分)

11. 若二次根式 $\sqrt{5-2x}$ 在实数范围内有意义,则 x 的取值范围为_____.

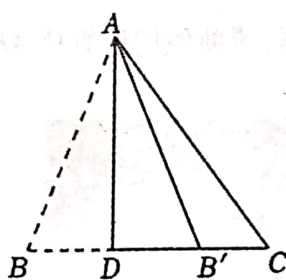
12. 请填写一个常数,使得关于 x 的方程 $x^2 - 3x + \underline{\hspace{1cm}} = 0$ 有两个不相等的实数根.

13. 《新课程标准》将劳动从综合实践活动课中独立出来,劳动教育已纳入人才培养全过程.某校积极实施,建设校园农场.如图,该矩形农场长 $32m$,宽 $20m$,要求在农场内修筑同样宽的道路(图中阴影部分),余下部分作为试验田,且使试验田的面积为 $540m^2$.若设道路的宽为 xm ,那么可列方程为_____ (化为一般形式).

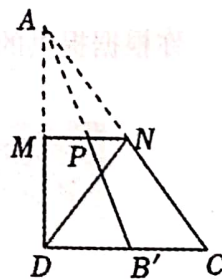


14. 如图,在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 3$, $BC = 5$,点 D 是线段 BC 上一动点,连接 AD ,以 AD 为边作 $\triangle ADE$,使 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$,则 $\triangle ADE$ 面积的最小值为_____.

15. “做数学”可以帮助我们积累数学活动经验.如图,已知三角形纸片 ABC ,第 1 次折叠使点 B 落在 BC 边上的点 B' 处,折痕 AD 交 BC 于点 D ;第 2 次折叠使点 A 落在点 D 处,折痕 MN 交 AB' 于点 P .若 $BC = 16$,则 $MP + MN = \underline{\hspace{1cm}}$.



(第1次折叠)



(第2次折叠)



三、解答题(共8小题,满分75分)

16. (每小题3分,共9分)计算或解方程:

(1) $3\sqrt{24} + \sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{3}(\sqrt{2} - \sqrt{3}) + (\sqrt{6} - 3)^2$

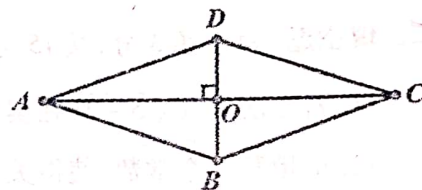
(2) $x^2 - 1 = 3(x + 1)$;

(3) $2x^2 - 4x = 1$.

17. (8分)代数推理:

用配方法推导一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$, 且 $b^2 - 4ac \geq 0$) 的求根公式.

18. (9分)如图,菱形 $ABCD$ 中, m 、 n 、 t 分别是菱形 $ABCD$ 的两条对角线和边长,这时我们把关于 x 的形如 $mx^2 + 2\sqrt{2}tx + n = 0$ 的一元二次方程称为“菱系一元二次方程”. 请解决下列问题:



(1) 填空:①当 $m = 4$, $n = 8$ 时, $t =$ _____;

②用含 m 、 n 的代数式表示 $t^2 =$ _____;

(2) 求证:关于 x 的“菱系一元二次方程” $mx^2 + 2tx + \frac{1}{2}n = 0$ 必有实数根.

19. (9分)【综合与实践】近年来,邓州市委市政府为了加快城市发展,保障市民出行方便,在彩虹大桥和三贤大桥的基础上,又在湍河上架起了一座美丽的穰城大桥,连通南北,铺就城市繁荣之路. 小明和小亮想通过自己所学的数学知识计算穰城大桥 AF 的长. 如图2,该桥两侧河岸平行,他们在河的对岸选定一个目标作为点 A ,再在河岸的这一边选出点 B 和点 C ,分别在 AB 、 AC 的延长线上取点 D 、 E ,使得 $DE \parallel BC$. 经测量, $BC = 150$ 米, $DE = 240$ 米,且点 E 到河岸 BC 的距离为 66 米. 已知 $AF \perp BC$ 于点 F ,请你根据提供的数据,帮助他们计算桥 AF 的长度.

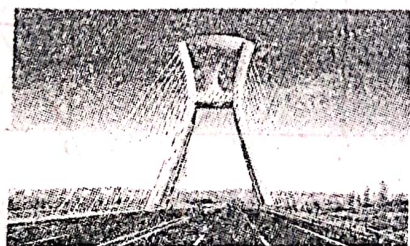


图1

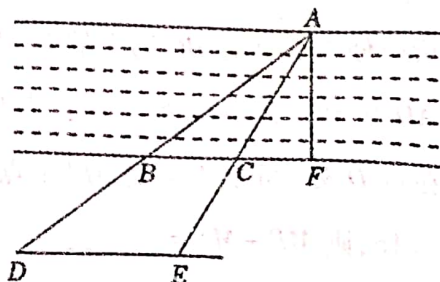
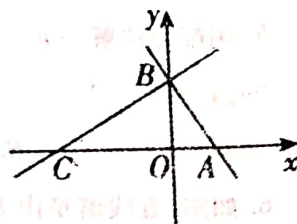


图2



20. (9分)如图,在平面直角坐标系中,点 $C(-3,0)$, 点 A, B 分别在 x 轴、 y 轴的正半轴上,且满足 $(OB - \sqrt{3})^2 + \sqrt{OA - 1} = 0$.



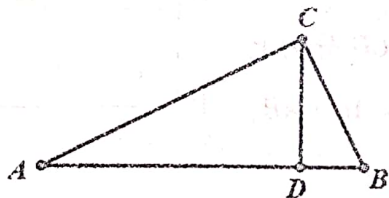
- (1) 求点 A, B 的坐标;
(2) 若点 P 在 y 轴上,从点 B 出发,沿射线 BO 运动,连接 CP (不包括 BC),是否存在点 P ,使得以点 C, O, P 为顶点的三角形与 $\triangle AOB$ 相似? 若存在,请求出点 P 的坐标;若不存在,请说明理由.

21. (10分)解决问题:邓州公安交警部门提醒市民,骑车出行必须严格遵守“一盔一带”的规定.某头盔经销商统计了某品牌头盔7月份到9月份的销量,该品牌头盔7月份销售500个,9月份销售720个,且从7月份到9月份销售量的月增长率相同.

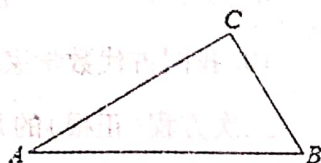
- (1) 求该品牌头盔销售量的月增长率;
(2) 若此种头盔的进价为30元/个,经市场预测,当售价为40元/个时,月销售量为600个,若在此基础上售价每上涨1元/个,则月销售量将减少10个,为使月销售利润达到10000元,而且尽可能让顾客得到实惠,则该品牌头盔的实际售价应定为多少元/个?

22. (10分)华东师大版九年级上册数学课本67页有这样一道练习题:

如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$, 垂足为 D . 找出图中所有的相似三角形,并说明理由.



- (1) 动手实践:张老师在上课时,发现这道题是个很好的素材,可以帮助同学们回忆基本尺规作图:“过直线外一点作已知直线的垂线”,据此可以作 AB 边上的高,于是发动同学们在练习本上进行作图.现在请你利用尺规作图作 AB 边上的高(不写作法,保留作图痕迹).



- (2) 独立思考:你发现图中存在_____对相似三角形,请写出来_____.
(3) 习题反思:爱思考的小明利用探究出来的相似三角形,可以写出下列三个结论:



① $CD^2 = AD \cdot BD$, ② $BC^2 = BD \cdot AB$, ③ $AC^2 = AD \cdot AB$.”

(I) 请你按照小明的思路, 选择①、②、③中的一个进行证明;

(II) 小亮研究“小明的发现”时, 又惊喜地发现: 竟然可以利用“它”来证明“勾股定理”, 请你按照小亮的思路完成这个证明.

23. (11 分)【揭示关系】

如图 1, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, $BC = 1$,

则 $AB = 2$, $AC = \sqrt{3}$. 即 $BC:AC:AB = 1:\sqrt{3}:2$.

因此, 对于含 30° 角的直角三角形的三边关系, 可以作为问题解决的条件直接使用.

【问题解决】

(1) 如图 2, 在 $Rt\triangle AOB$ 中, $\angle AOB = 90^\circ$, $\angle OAB = 30^\circ$, 点 C 在边 OB 上, 点 D 在 AO 边上, $\angle OCD = 30^\circ$, 点 E 、 F 分别为 OA 、 AC 的中点. 则 $\frac{EF}{OD} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\frac{OE}{OB} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 将 $\triangle OCD$ 绕点 O 逆时针旋转 α ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$) 后, 得到 $\triangle OC'D'$, 点 C 、 D 的对应点分别为点 C' 、 D' , 连接 AC' 、 BD' , 得到图 3. 若点 M 是 AC' 的中点, 连接 OM .

①求证: $\triangle EOM \sim \triangle OBD'$;

②线段 OM 和 BD' 之间存在怎样的数量关系和位置关系? 写出你的结论, 并进行证明.

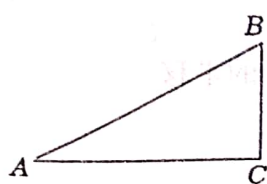


图1

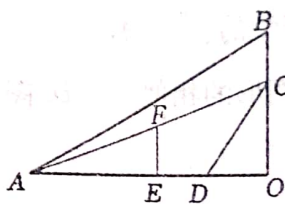


图2

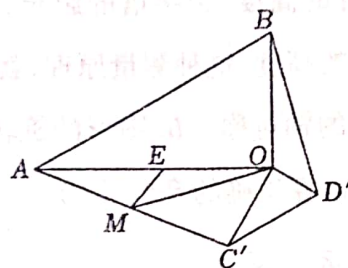


图3

