

## 九年级数学试题

说明:1. 答题前,考生务必在答题卡上写清楚姓名、准考证号;考试结束后,监考老师只收答题卡。

2. 本试卷满分为 120 分,考试时间为 120 分钟。

一、选择题(共 8 小题,每小题 3 分,计 24 分. 每小题只有一个选项是符合题意的)

1.  $2\cos 45^\circ$  的值为

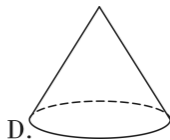
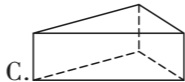
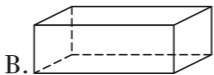
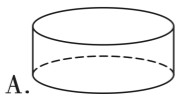
A. 2

B.  $\sqrt{3}$

C.  $\sqrt{2}$

D. 1

2. 在下面四个几何体中,左视图是三角形的是



3. 正比例函数  $y=2x$  和反比例函数  $y=\frac{2}{x}$  的一个交点为  $(1,2)$ , 则另一个交点为

A.  $(-1,-2)$

B.  $(-2,-1)$

C.  $(1,2)$

D.  $(2,1)$

4. 如图,四边形  $ABCD$  与四边形  $A'B'C'D'$  是位似图形,点  $O$  是位似中

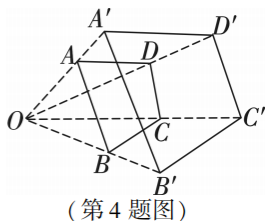
心,若  $\frac{S_{\text{四边形}ABCD}}{S_{\text{四边形}A'B'C'D'}} = \frac{4}{9}$ , 则  $\frac{OA}{OA'}$  的值为

A.  $\frac{1}{2}$

B.  $\frac{1}{4}$

C. 2

D.  $\frac{2}{3}$



5. 若关于  $x$  的方程  $x^2-2x+k=1$  有实数根,则  $k$  的取值范围是

A.  $k \leq 2$

B.  $k < 2$

C.  $k \leq 0$

D.  $k > 2$

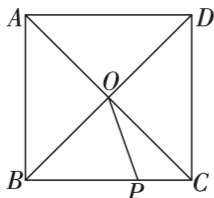
6. 如图,正方形  $ABCD$  的对角线  $AC$ 、 $BD$  交于点  $O$ ,  $P$  为边  $BC$  上一点,且  $2BP=AC$ , 则  $\angle COP$  的度数为

A.  $15^\circ$

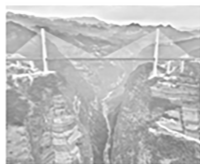
B.  $25^\circ$

C.  $22.5^\circ$

D.  $17.5^\circ$



(第 6 题图)



(第 7 题图)



7. 如图,位于云贵两省交界处的北盘江大桥,目前为世界第一高的钢桁梁斜拉桥,为了测量北盘江大桥的高度,一测量员在桥面测得  $A$ 、 $B$  两点相距 140 米,  $BC \perp AB$ ,  $\angle BAC$  的正切值约为 4, 如果普通楼房每层高约为 2.8 米, 则水面  $C$  到北盘江大桥桥面  $AB$  的距离大约相当于普通楼房的层数是

A. 180 层

B. 200 层

C. 220 层

D. 240 层

8. 下表中所列的  $x, y$  的 5 对值是二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图象上的点所对应的坐标:

$x$	...	-2	-1	0	3	4	...
$y$	...	11	6	3	6	11	...

若  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  是该函数图象上的两点, 根据表中信息, 以下说法正确的是

A. 该函数的最小值为 3

B. 这个函数图象的开口向上

C. 当  $x_1 < x_2$  时,  $y_1 < y_2$ D. 当  $y_1 > y_2$  时,  $x_1 < x_2$ 

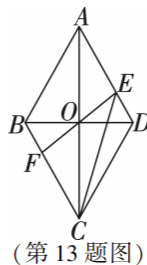
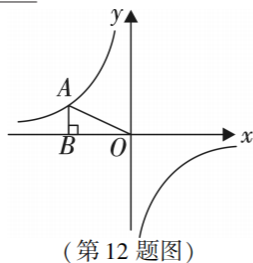
## 二、填空题(共 5 小题, 每小题 3 分, 计 15 分)

9. 手电筒发出的光线所形成的投影属于 \_\_\_\_\_ 投影. (填“平行”或“中心”).

10. 在一个不透明的盒子中装有黑球和白球共 200 个, 这些球除颜色外其余均相同, 将球搅匀后任意摸出一个球, 记下颜色后放回, 通过大量重复摸球试验后, 发现摸到白球的频率稳定在 0.2, 则估计盒子中白球有 \_\_\_\_\_ 个.

11. 某印刷厂 6 月份印刷 50 万册书, 8 月份印刷 60.5 万册书, 设 7 月份、8 月份平均每月印刷量增长的百分率为  $x$ , 则根据题意可列方程为 \_\_\_\_\_.

12. 如图, 过反比例函数  $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$  的图象上一点  $A$  作  $AB \perp x$  轴于点  $B$ , 连接  $AO$ , 若  $S_{\triangle AOB} = 3$ , 则  $k$  的值为 \_\_\_\_\_.



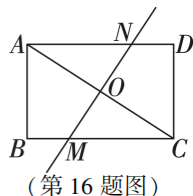
13. 如图, 已知四边形  $ABCD$  是边长为 4 的菱形, 对角线  $AC, BD$  交于点  $O$ ,  $\angle BAD = 60^\circ$ , 过点  $O$  的直线  $EF$  交  $AD$  于点  $E$ , 交  $BC$  于点  $F$ , 当  $\angle EOD = 30^\circ$  时,  $CE$  的长是 \_\_\_\_\_.

## 三、解答题(共 13 小题, 计 81 分. 解答应写出过程)

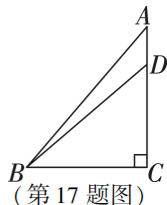
14. (5 分) 计算:  $2\sin 45^\circ + 2\sin 60^\circ - \tan 60^\circ \cdot \tan 45^\circ$ .

15. (5 分) 解方程:  $(x+1)^2 - (2x-3)^2 = 0$ .

16. (5 分) 如图, 在矩形  $ABCD$  中, 沿直线  $MN$  对折, 使  $A, C$  重合, 直线  $MN$  交  $AC$  于  $O$ . 求证:  $\triangle COM \sim \triangle CBA$ .

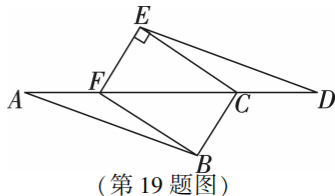


17. (5 分) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle A = 45^\circ$ ,  $\tan \angle DBC = \frac{3}{4}$ ,  $AB = 4\sqrt{2}$ , 求  $AD$  的长.



18. (5 分) 已知抛物线:  $y = a(x-1)^2 - 4$  过点  $(3, 0)$ , 将该抛物线向上平移 2 个单位长度, 再向右平移 1 个单位长度, 得到新的抛物线, 求新的抛物线相应的函数表达式.

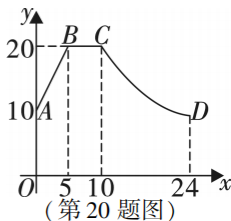
19. (5 分) 如图, 点  $F, C$  在  $AD$  上, 已知  $AB \parallel DE, AB = DE, AF = CD, \angle CEF = 90^\circ$ . 求证: 四边形  $BCEF$  是矩形.



20. (5 分) 某蔬菜生产基地的气温较低时, 用装有恒温系统的大棚栽培一种新品种蔬菜. 如图是试验阶段的某天恒温系统从开启到关闭后, 大棚内的温度  $y$  ( $^\circ\text{C}$ ) 与时间  $x$  (h) 之间的函数关系, 其中线段  $AB, BC$  表示恒温系统开启阶段, 曲线  $CD$  (反比例函数图象的一部分) 表示恒温系统关闭阶段. 请根据图中信息解答下列问题:

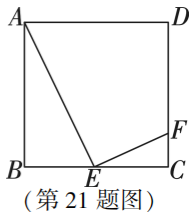
(1) 求  $y$  与  $x$  ( $10 \leq x \leq 24$ ) 的函数表达式;

(2) 若大棚内的温度低于  $10^\circ\text{C}$  时, 蔬菜会受到伤害. 问这天内, 恒温系统最多可以关闭多长时间, 才能使蔬菜避免受到伤害?



21. (6 分) 如图, 在正方形  $ABCD$  中, 点  $E, F$  分别在  $BC, CD$  上,  $CF = \frac{1}{4}CD$ .

请从下列两个信息: ①  $BE = CE$ , ②  $AE \perp EF$  中选择一个作为条件, 另一个作为结论, 组成一个正确命题, 并给予证明.



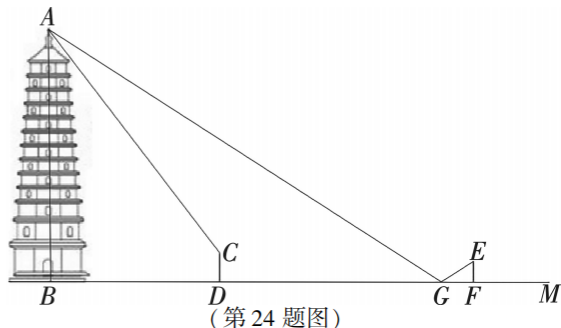
22. (7 分) 经历了新冠肺炎疫情, 人们更加认识到健康的重要性. 积极进行体育锻炼, 增强体质、提高免疫力, 对我们来说尤为重要. 游泳是一种很好的健身保养的方式, 深受大家的喜欢. 某高档游泳健身馆每人每次游泳健身的票价为 80 元, 每日平均客流量为 136 人, 为了促进全民健身运动, 游泳馆决定降价促销, 经市场调查发现, 票价每下降 1 元, 每日游泳健身的人数平均增加 2 人. 票价下调多少元时, 每日销售收入最大?

23. (7 分)继“双减”政策发布之后,各学校制定了多项个性化措施,积极推进“双减”工作落实落地,设置了多种多样的选修课程.某校开设了四门校本选修课程:A:AR 探索地球;B:人工智能机器人;C:拍案说法;D:思维训练.为激发学生的学习热情,学校决定举办学生综合素质大赛,采取“双人同行,合作共进”小组赛形式,比赛题目从上面四个类型的校本课程中产生.规定:同一小组的两名同学的题目类型不能相同,且每人只能抽取一次.聪聪和亮亮组成了一组,聪聪从四个类型中随机抽取一个,然后亮亮再从剩下的三个类型中随机抽取一个.

(1)聪聪抽取到“人工智能机器人”的概率是\_\_\_\_\_;

(2)请用画树状图或列表的方法求他们抽到“AR 探索地球”和“思维训练”类题目的概率.

24. (8 分)中国历史文化名城榆林城,其重要标志之一就是城南的凌霄塔,登上塔顶,榆林全城,尽收眼底.明明想用学过的测量知识来测量凌霄塔的高度.如图所示,他在  $D$  处安装了高为 2 米的测倾器(即  $CD=2$  米),测得凌霄塔顶端  $A$  的仰角为  $53^\circ$ .他从点  $D$  处沿着直线  $BM$  方向继续向前走 40 米到达  $G$ (即  $DG=40$  米),在点  $G$  处平放一平面镜,镜子不动,他来回走动,走到点  $F$  时,恰好在镜子中看到凌霄塔顶端  $A$  的像,此时测得  $FG=3$  米,已知  $AB \perp BM, CD \perp BM, EF \perp BM$ ,明明的身高  $EF=1.8$  米,请你根据题中提供的相关信息,求凌霄塔  $AB$  的高度.(平面镜大小忽略不计,参考数据:  $\sin 53^\circ \approx \frac{4}{5}$ ,  $\cos 53^\circ \approx \frac{3}{5}$ ,  $\tan 53^\circ \approx \frac{4}{3}$ )

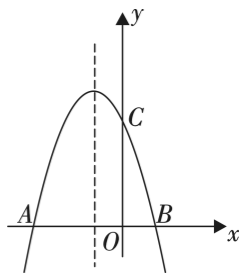


(第 24 题图)

25. (8 分)如图,抛物线  $y = -\frac{2}{3}x^2 + bx + c$  交  $y$  轴于点  $C(0,2)$ ,交  $x$  轴于点  $A(-3,0)$  和点  $B$ (点  $A$  在点  $B$  的左侧).

(1)求该抛物线的函数表达式;

(2)在抛物线的对称轴上是否存在点  $P$ ,使点  $A, B, P$  构成的三角形是以  $AB$  为斜边的直角三角形?若存在,请求出点  $P$  的坐标;若不存在,请说明理由.



(第 25 题图)

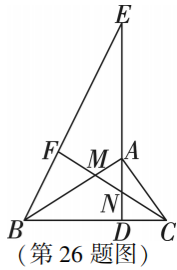
26. (10 分)如图,  $AD$  是  $\text{Rt}\triangle ABC$  斜边  $BC$  上的高,延长  $DA$  至点  $E$ ,连接  $BE$ ,过点  $C$  作  $CF \perp BE$ ,垂足为  $F$ ,分别交  $AB, AD$  于点  $M, N$ .

(1)若  $AM=AN$ ,求证:①  $CF$  平分  $\angle ACB$ ;②  $\frac{AC}{BC} = \frac{AM}{BM}$ .

(2)若  $AN=2, DN=3$ ,求  $DE$  的长.

# 榆阳区 2021—2022 学年度第一学期期末质量检测

## 九年级数学试题参考答案及评分标准



一、选择题(共 8 小题,每小题 3 分,计 24 分. 每小题只有一个选项是符合题意的)

1. C    2. D    3. A    4. D    5. A    6. C    7. B    8. B

二、填空题(共 5 小题,每小题 3 分,计 15 分)

9. 中心    10. 40    11.  $50(1+x)^2=60.5$     12. -6    13.  $\sqrt{21}$

三、解答题(共 13 小题,计 81 分. 解答应写出过程)

14. 解:原式  $= 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} \times 1 \dots\dots\dots (3 \text{ 分})$

$= \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{3}$   
 $= \sqrt{2} \dots\dots\dots (5 \text{ 分})$

15. 解:原方程可变形为  $[(x+1)+(2x-3)][(x+1)-(2x-3)]=0$ ,  
 $(3x-2)(4-x)=0 \dots\dots\dots (3 \text{ 分})$

$\therefore 3x-2=0 \text{ 或 } 4-x=0$ ,  
 $\therefore x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = 4 \dots\dots\dots (5 \text{ 分})$

16. 证明: $\because$  沿直线  $MN$  对折,使  $A, C$  重合,  
 $\therefore A$  与  $C$  关于直线  $MN$  对称,  
 $\therefore AC \perp MN$ ,  
 $\therefore \angle COM = 90^\circ$ .  
 在矩形  $ABCD$  中,  $\angle B = 90^\circ$ ,  
 $\therefore \angle COM = \angle B \dots\dots\dots (3 \text{ 分})$

又 $\because \angle ACB = \angle MCO$ ,  
 $\therefore \triangle COM \sim \triangle CBA \dots\dots\dots (5 \text{ 分})$

17. 解: $\because \triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ, \angle A = 45^\circ, AB = 4\sqrt{2}$ ,  
 $\therefore AC = BC = AB \cdot \sin 45^\circ = 4\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 4 \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$

$\because \tan \angle DBC = \frac{DC}{BC} = \frac{3}{4}$ ,  
 $\therefore DC = 3 \dots\dots\dots (4 \text{ 分})$   
 $\therefore AD = AC - DC = 4 - 3 = 1 \dots\dots\dots (5 \text{ 分})$

18. 解:将  $(3, 0)$  代入  $y = a(x-1)^2 - 4$ , 得  $4a - 4 = 0$ ,  
 解得  $a = 1$ ,  
 $\therefore$  该抛物线的表达式为  $y = (x-1)^2 - 4 \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$   
 将抛物线  $y = (x-1)^2 - 4$  向上平移 2 个单位长度,再向右平移 1 个单位长度,得到新的抛物线相应的函数表达式为: $y = (x-2)^2 - 2$  或  $y = x^2 - 4x + 2 \dots\dots\dots (5 \text{ 分})$

19. 证明: $\because AB \parallel DE$ ,  
 $\therefore \angle A = \angle D$ ,  
 在  $\triangle ABF$  和  $\triangle DEC$  中,  $AF = DC, \angle A = \angle D, AB = DE$ ,  
 $\therefore \triangle ABF \cong \triangle DEC (SAS) \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$   
 $\therefore BF = CE, \angle AFB = \angle DCE \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$   
 $\therefore \angle AFB + \angle BFC = 180^\circ, \angle DCE + \angle ECF = 180^\circ$ ,  
 $\therefore \angle BFC = \angle ECF$ ,  
 $\therefore BF \parallel EC \dots\dots\dots (3 \text{ 分})$   
 $\therefore$  四边形  $BCEF$  是平行四边形,  $\dots\dots\dots (4 \text{ 分})$   
 又 $\because \angle CEF = 90^\circ$ ,  
 $\therefore$  四边形  $BCEF$  是矩形.  $\dots\dots\dots (5 \text{ 分})$

20. 解:(1)  $10 \leq x \leq 24$  时,设  $y$  与  $x$  的函数表达式为: $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ ,

将  $C(10,20)$  代入  $y=\frac{k}{x}$  中, 解得  $k=200$ , ..... (2 分)

$\therefore y$  与  $x$  的函数表达式为:  $y=\frac{200}{x}(10\leq x\leq 24)$ . ..... (3 分)

(2) 把  $y=10$  代入  $y=\frac{200}{x}$  中,

解得:  $x=20$ , ..... (4 分)

$\therefore 20-10=10$ ,

答: 恒温系统最多可以关闭 10 小时, 才能使蔬菜避免受到伤害. .... (5 分)

21. 解: 以①为条件, ②为结论. .... (1 分)

证明:  $\because$  四边形  $ABCD$  是正方形,

$\therefore AB=BC=CD, \angle B=\angle C=90^\circ$ , ..... (2 分)

$\therefore CF=\frac{1}{4}CD, BE=CE$ ,

$\therefore \frac{CF}{BE}=\frac{1}{2}, \frac{CE}{AB}=\frac{1}{2}, \therefore \frac{CF}{BE}=\frac{CE}{AB}$ , ..... (3 分)

又  $\because \angle ABC=\angle ECF=90^\circ$ ,

$\therefore \triangle ABE\sim\triangle ECF$ , ..... (4 分)

$\therefore \angle BAE=\angle CEF$ , ..... (5 分)

$\therefore \angle BAE+\angle AEB=90^\circ$ ,

$\therefore \angle CEF+\angle AEB=90^\circ$ , 即  $\angle AEF=90^\circ$ ,

$\therefore AE\perp EF$ . ..... (6 分)

注: 答案不唯一, 其他解法正确可参照给分.

22. 解: 设票价下调  $x$  元, 每日销售收入为  $w$  元,

由题意得:  $w=(2x+136)(80-x)$  ..... (2 分)

$=-2x^2+24x+10\,880$

$=-2(x-6)^2+10\,952$ . ..... (5 分)

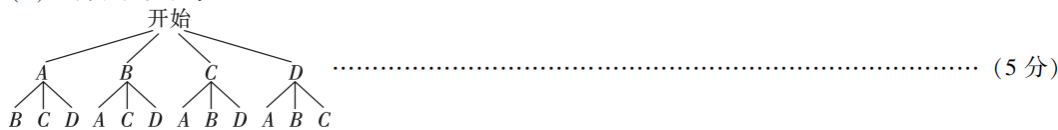
$\therefore$  在  $w=-2(x-6)^2+10\,952$  中,  $-2<0$ ,

$\therefore$  当  $x=6$  时,  $w$  最大,

$\therefore$  票价下调 6 元时, 每日销售收入最大. .... (7 分)

23. 解: (1)  $\frac{1}{4}$ . ..... (2 分)

(2) 画树状图如图:



$\therefore$  他们抽到“AR 探索地球”和“思维训练”类题目的概率为  $\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$ . .... (7 分)

24. 解: 如图, 过点  $C$  作  $CH\perp AB$  于点  $H$ ,

可得四边形  $DCHB$  是矩形,

$\therefore DB=CH, HB=CD=2$ , ..... (1 分)

根据题意可知:

在  $\text{Rt}\triangle ACH$  中,  $\angle ACH=53^\circ$ ,

$\therefore AH=CH\cdot\tan 53^\circ\approx\frac{4}{3}CH$ ,

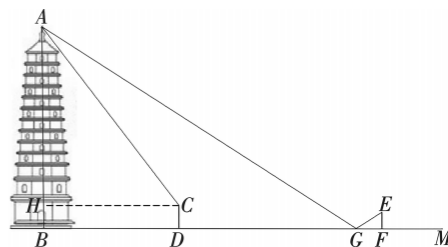
$\therefore AB=AH+BH=\frac{4}{3}CH+2$ ,

$BG=BD+DG=CH+40$ , ..... (3 分)

由题意知  $\angle EGF=\angle AGB$ ,

$\therefore AB\perp BM, EF\perp BM, \therefore \angle EFG=\angle ABG=90^\circ$ ,

$\therefore \triangle EFG\sim\triangle ABG$ , ..... (5 分)





$$\therefore \frac{EF}{GF} = \frac{AB}{BG}, \text{ 即 } \frac{1.8}{3} = \frac{\frac{4}{3}CH+2}{CH+40}, \dots\dots\dots (6 \text{ 分})$$

解得  $CH=30$ ,

$$\therefore AB = \frac{4}{3}CH+2=42.$$

答:凌霄塔  $AB$  的高度为 42 米.  $\dots\dots\dots (8 \text{ 分})$

25. 解:(1) 抛物线  $y = -\frac{2}{3}x^2 + bx + c$  交  $y$  轴于点  $C(0,2)$ ,

$$\therefore c=2, \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\text{将 } A(-3,0) \text{ 代入 } y = -\frac{2}{3}x^2 + bx + 2 \text{ 中, 得 } -6 - 3b + 2 = 0, \text{ 解得 } b = -\frac{4}{3}.$$

$$\therefore \text{该抛物线的函数表达式为: } y = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 2. \dots\dots\dots (3 \text{ 分})$$

(2) 存在. 理由如下:

易得  $B(1,0)$ ,  $\therefore AB=4$ , 由条件可设  $P$  点坐标为  $(-1, m)$ ,

$$\text{则 } PB^2 = PA^2 = 4 + m^2, AB^2 = 16,$$

当  $\triangle ABP$  为以  $AB$  为斜边的直角三角形时, 由勾股定理可得  $PB^2 + PA^2 = AB^2$ ,

$$\therefore 2(4 + m^2) = 16, \dots\dots\dots (6 \text{ 分})$$

解得  $m = -2$  或  $m = 2$ ,

即  $P$  点坐标为  $(-1, -2)$  或  $(-1, 2)$ ,

综上所述存在满足条件的  $P$  点, 其坐标为  $(-1, -2)$  或  $(-1, 2)$ .  $\dots\dots\dots (8 \text{ 分})$

26. (1) 证明: ①  $\because AM=AN$ ,

$$\therefore \angle AMN = \angle ANM = \angle CND, \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\because \angle BAC = 90^\circ, AD \perp BC,$$

$$\therefore \angle AMN + \angle ACN = 90^\circ, \angle CND + \angle NCD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACN = \angle MCB,$$

$$\therefore CF \text{ 平分 } \angle ACB. \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$\text{② } \because \angle NAC + \angle BAD = \angle MBC + \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle NAC = \angle MBC,$$

$$\text{又 } \because \angle ACN = \angle MCB,$$

$$\therefore \triangle ACN \sim \triangle BCM, \dots\dots\dots (3 \text{ 分})$$

$$\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{AN}{BM}, \text{ 即 } \frac{AC}{BC} = \frac{AM}{BM}. \dots\dots\dots (4 \text{ 分})$$

(2) 解:  $\because \angle ADC = \angle ADB = 90^\circ, \angle DAC = \angle DBA$ ,

$$\therefore \triangle ADC \sim \triangle BDA,$$

$$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{DC}{AD},$$

$$\therefore AD^2 = BD \cdot DC, \dots\dots\dots (6 \text{ 分})$$

$$\because CF \perp BE,$$

$$\therefore \angle FCB + \angle EBD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle E + \angle EBD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle E = \angle FCB,$$

$$\therefore \angle NDC = \angle EDB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle EBD \sim \triangle CND, \dots\dots\dots (8 \text{ 分})$$

$$\therefore \frac{ED}{CD} = \frac{BD}{DN},$$

$$\therefore BD \cdot DC = ED \cdot DN,$$

$$\therefore AD^2 = ED \cdot DN, \dots\dots\dots (9 \text{ 分})$$

$$\therefore AN = 2, DN = 3, \therefore AD = DN + AN = 5,$$

$$\therefore 5^2 = 3DE,$$

$$\therefore DE = \frac{25}{3}. \dots\dots\dots (10 \text{ 分})$$