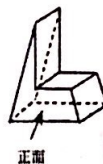


班级: _____ 姓名: _____ 学号: _____ 家长签名: 122 成绩: _____

一、选择题:(每小题3分,共30分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	A	C	B	A	B	B	A	A	D

1. 如图,该几何体的左视图是 ()

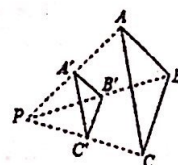


2. 若将方程 $x^2+4x=-1$ 化为 $(x+a)^2=3$, 则 a 的值为 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 8

3. 如图, $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 是位似图形, $PB'=BB'$, $A'B'=2$, 则 AB 的长为 ()

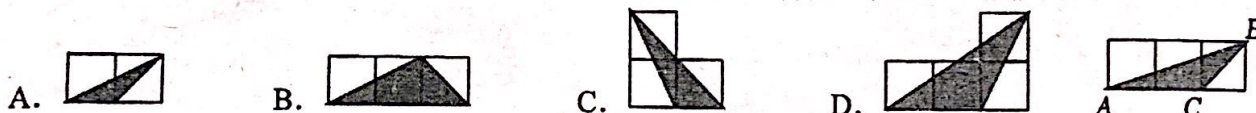
- A. 1 B. 2 C. 4 D. 8



4. 下列命题正确的是 ()

- A. 已知: 线段 $a=1\text{cm}$, $b=2\text{cm}$, $c=3\text{cm}$, $d=4\text{cm}$, 则 a, b, c, d 是比例线段 *注意 线段顺序*
 B. 关于 x 的方程 $(m^2+1)x^2-3=0$ 是一元二次方程
 C. 已知点 $A(-1, y_1)$, $B(-2, y_2)$ 是函数 $y=-\frac{5}{x}$ 图象上的两点, 则 $y_2 > y_1$
 D. 角都对应相等的两个多边形是相似多边形, 边都对应成比例的多边形也是相似多边形 *X*

5. 如图, 小正方形的边长均为1, 则下列图中的三角形(阴影部分)与 $\triangle ABC$ 相似的是 ()

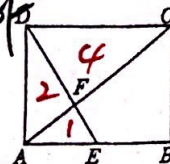


6. 《九章算术》是我国古代数学名著, 有题译文如下: 今有门, 不知其高宽; 有竿, 不知其长短. 横放, 竿比门宽长出4尺; 竖放, 竿比门高长出2尺; 斜放, 竿与门对角线长恰好相等. 问门高、宽和对角线的长各是多少? 设门对角线的长为 x 尺, 下列方程符合题意的是 ()

- A. $(x+2)^2 + (x-4)^2 = x^2$ B. $(x-2)^2 + (x-4)^2 = x^2$
 C. $x^2 + (x-2)^2 = (x-4)^2$ D. $(x-2)^2 + x^2 = (x+4)^2$

7. 某路口的交通信号灯每一轮红灯亮72秒, 绿灯亮25秒, 黄灯亮3秒, 当小明到达该路口时, 遇到绿灯的概率是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{5}{12}$ *14.0 17=06 24=26*



8. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, 点 E 为 AB 边中点, 连接 AC , DE 交于点 F , 若 $\triangle CDF$ 的面积为4, 则 $\triangle AED$ 的面积为 ()

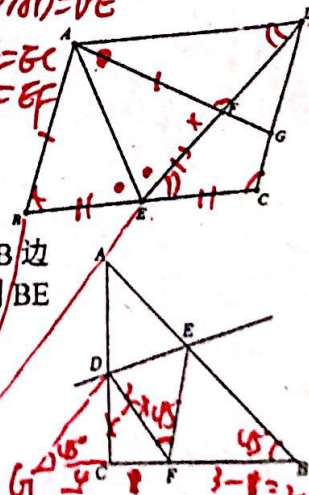
- A. 3 B. 4 C. 6 D. 8 *14.0 17=06 24=26*

9. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 在边 BC 上, 将 $\triangle ABE$ 沿着直线 AE 翻折得到 $\triangle AFE$, 点 B 的对应点 F 恰好落在线段 DE 上, 线段 AF 的延长线交边 CD 于点 G , 如果点 E 为 BC 的中点, 则 $AF:FG$ 的值为 ()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6 *13.0 17=06 24=26*

10. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=BC=3$, 点 D, E 分别在 AC 边和 AB 边上, 沿着直线 DE 翻折 $\triangle ADE$, 点 A 落在 BC 边上, 记为点 F , 如果 $CF=1$, 则 BE 的长为 ()

- A. 3 B. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{7\sqrt{2}}{4}$ *14.0 17=06 24=26*

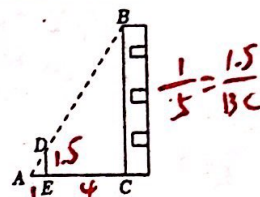


二、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

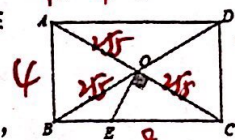
题号	11	12	13	14	15
答案	$\frac{5}{2}$	7.5m	5	6	20

11. 如果 $\frac{x}{x-y} = \frac{5}{3}$, 那么 $\frac{x}{y} =$ $\frac{5}{2}$.

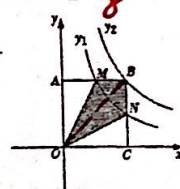
12. 如图, 利用标杆 DE 测量楼高, 点 A, D, B 在同一直线上, $DE \perp AC$, $BC \perp AC$, 垂足分别为 E, C. 若测得 $AE=1m$, $DE=1.5m$, $AC=5m$, 楼高 BC 是 7.5m.



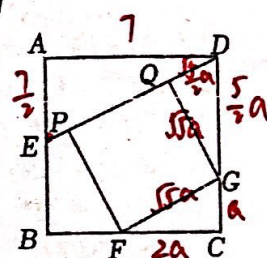
13. 如图, 在矩形 ABCD 中, $AB=4$, $BD=4\sqrt{5}$, 对角线 AC, BD 相交于点 O, 过点 O 作 $OE \perp AC$ 交 BC 于点 E, 则 CE 的长是 4.



14. 如图, 矩形 OABC 与反比例函数 $y_1 = \frac{k_1}{x}$ (k_1 是非零常数, $x > 0$) 的图象交于点 M, N, 反比例函数 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ (k_2 是非零常数, $x > 0$) 的图象交于点 B, 连接 OM, ON. 若四边形 OMBN 的面积为 3, 则 $2k_2 - 2k_1 =$ $2(k_2 - k_1) = 12$.



15. 如图, 点 F, G 分别在正方形 ABCD 的边 BC, CD 上, E 为 AB 中点, 连结 ED, 正方形 FGQP 的边 PQ 恰好在 DE 上, 若正方形 ABCD 边长为 7, 则正方形 FPQG 面积为 $\frac{49}{5}$.



三、解答题 (共 55 分)

16. (6 分) 解方程 (1) $y^2 - 5y + 4 = 0$;

解: $y(y-1)(y-4) = 0$
 $y-1=0$ 或 $y-4=0$
 $\therefore y_1=1, y_2=4$

(2) $x^2 - 2x - 1 = 0$

解: $\Delta = 4$
 $x^2 - 2x = 1$
 $x^2 - 2x + 1 = 2$
 $(x-1)^2 = 2$
 $x-1 = \pm\sqrt{2}$
 $x = 1 \pm \sqrt{2}$

$a + \frac{5}{2}a = 7 \Rightarrow a = 2$
 $S_2 = (\sqrt{5}a)^2 = 5a^2 = 20$

17. (6 分) 数学建模小组在综合实践课上探究面积为 4, 周长为 m 的矩形问题时, 发现矩形的面积与周长存在一定的关系. 他们在解决此问题时通常采用“代数”的方法解决, 但也可以从“图形”的角度来研究它.

构建模型: (1) 当 $m=10$ 时, 设矩形的长和宽分别为 x, y , 则 $xy=4$, $2(x+y)=10$, 满足要求的

的 (x, y) 可以看成反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ ($x > 0$) 的图象与一次函数 $y = -x + 5$ 在第一象限内的交点坐标.

从图①中观察到, 交点坐标为 $(1, 4)$ 和 $(4, 1)$, 即满足当矩形面积为 4 时, 周长是 10 的矩形是存在的;

问题探究: (2) 根据 (1) 的结论, 当 $xy=4$,

$2(x+y)=m$ 时, 满足要求的 (x, y) , 可以看成

反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ ($x > 0$) 的图象与一次函数

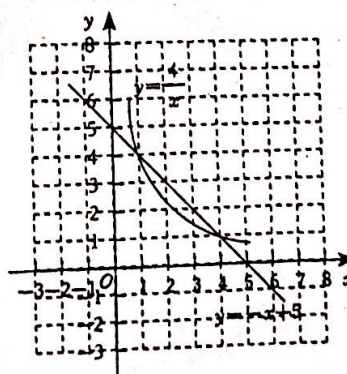
的交点坐标, 而此一次函数图象可由直线 $y = -x$ 平移得到. 请在图②的平面直角坐标系中

直接画出直线 $y = -x$. 当直线平移到与反比例函数的图象有唯一交点时, 周长 m 的值为

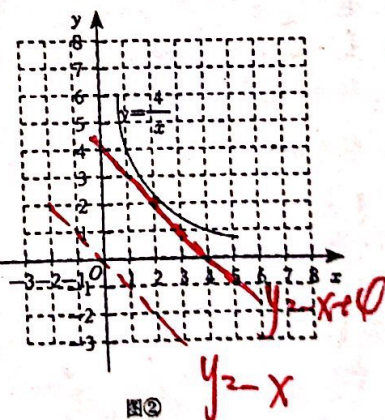
8;

拓展应用: (3) 写出周长 m 的取值范围

$m \geq 8$



图①



图②

$y = -x + b$
 $\Rightarrow x + y = b$
 $\Rightarrow m = 2(x + y)$
 $= 8$

18. (7分) 一个不透明的口袋里装有三个小球, 分别标有汉字“爱”、“祖”、“国”, 除汉字不同之外, 小球没有任何区别, 每次摸球前先摇均匀.

- (1) 若从中任取一个球, 球上的汉字刚好是“爱”的概率是 $\frac{1}{3}$.
 (2) 从中任取一球, 不放回, 再从中任取一球, 请用树状图或列表的方法, 求取出的两个球上的汉字能组成“祖国”的概率.

解: 列表如下: 设爱为A, 祖为B, 国为C.

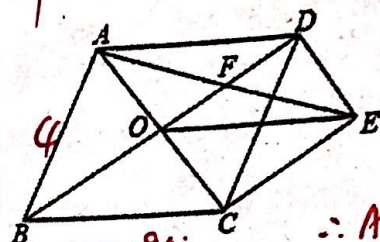
 \therefore 共有6种可能结果 $\therefore P = \frac{1}{3}$
 (组成祖国) = 有2种

19. (8分) 如图, $\square ABCD$ 对角线 AC, BD 相交于点 O , 过点 D 作 $DE \parallel AC$ 且 $DE = OC$, 连接 $CE, OE, OE = CD$.

- (1) 求证: $\square ABCD$ 是菱形;
 (2) 若 $AB = 4, \angle ABC = 60^\circ$, 求 AE 的长.

证: (1) $\because DE \parallel AC, DE = OC$
 \therefore 四边形 $OCED$ 是平行四边形
 $\therefore OE = CD$
 $\because OE = CD$
 \therefore 平行四边形 $OCED$ 是菱形
 $\therefore OC = OD$
 \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形
 $\therefore OA = OB$
 $\therefore AC = BD$
 \therefore 平行四边形 $ABCD$ 是矩形
 \because 矩形 $ABCD$ 是菱形
 $\therefore \square ABCD$ 是菱形

(2) $\because AB = 4, \angle ABC = 60^\circ$
 $\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形
 $\therefore AC = AB = 4$
 $\therefore OC = 2$
 $\because DE \parallel AC, DE = OC = 2$
 $\therefore DE \parallel AC, DE = OC$
 \therefore 四边形 $OCED$ 是平行四边形
 $\therefore OE = CD = 4$
 $\therefore \triangle OCE$ 是等边三角形
 $\therefore \angle COE = 60^\circ$
 $\therefore \angle AOE = 120^\circ$
 $\therefore \triangle AOE$ 是等腰三角形
 $\therefore AE = 4$



20. (8分) 如图, 一个边长为 $8m$ 的正方形花坛由 4 块全等的小正方形组成. 在小正方形 $ABCD$ 中, 点 G, E, F 分别在 CD, AD, AB 上, 且 $DG = 1m$, $AE = AF = x$, 在 $\triangle AEF, \triangle DEG$, 五边形 $EFBCG$ 三个区域上种植不同的花卉, 每平方米的种植成本分别是 20 元、20 元、10 元.

- (1) 试用含有 x 的代数式表示五边形 $EFBCG$ 的面积 $16 - \frac{1}{2}(4-x) - \frac{1}{2}x$
 (2) 当 $x = 2$ 时, 请写出小正方形 $ABCD$ 种植花卉所需的费用 190 元;
 (3) 当 x 为何值时, 大正方形花坛种植花卉所需的总费用是 715 元?

解: $(\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 14) \times 10 + \frac{1}{2}(4-x) \times 20 + \frac{1}{2}x^2 \times 20 = 715$

$\therefore 4x^2 - 4x + 120$

$\therefore x_1 = x_2 = \frac{1}{2}$

答: $x = \frac{1}{2}$ 时, 费用为 715 元



21. (8分) 【温故知新】黄金分割是一种最能引起美感的分割比例, 具有严格的比例性、艺术性、和谐性, 蕴藏着丰富的美学价值. 我们知道: 如图 1, 点 C 把线段 AB 分成两部分, 如果 $\frac{BC}{AC} = \frac{AC}{AB}$, 那么称点 C 为线段 AB 的黄金分割点.

【问题发现】如图 1, 点 C 为线段 AB 的黄金分割点, 且 $AC > BC$, 若 $AB = 2$, 请直接写出 CB 的值是 $3 - \sqrt{5}$.

【问题探究】如图 2, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ, AC = 2, BC = 1$, 在 BA 上截取 $BD = BC$, 再在 AC 上截取

$AE = AD$, 则 $\frac{AE}{AC}$ 的值为 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

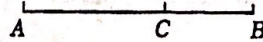


图1

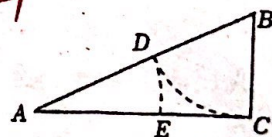


图2

【问题解决】

如图 3, 用边长为 6 的正方形纸片进行如下操作: 对折正方形 $ABDE$ 得折痕 MN , 连接 EN , 将 AE 折叠到 EN 上, 点 A 对应点 H , 得折痕 CE , 试说明: C 是 AB 的黄金分割点.

解: 设 EN 交 AB 于点 G .
 \because 对折正方形 $ABDE$ 得折痕 MN
 $\therefore MN \perp AB, MN = 3$
 $\therefore EN = 3\sqrt{2}$
 $\therefore EG = 3\sqrt{2} - 3$
 $\therefore AG = 3\sqrt{2} - 3$
 $\therefore CG = 3 - (3\sqrt{2} - 3) = 6 - 3\sqrt{2}$
 $\therefore \frac{CG}{AG} = \frac{6 - 3\sqrt{2}}{3\sqrt{2} - 3} = \frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} = \frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} \times \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} + 1} = \frac{2\sqrt{2} - 2 - 2 + \sqrt{2}}{2 - 1} = \frac{3\sqrt{2} - 4}{1} = 3\sqrt{2} - 4$
 $\therefore \frac{CG}{AG} = \frac{AG}{AB} = \frac{3\sqrt{2} - 4}{6}$
 $\therefore C$ 是 AB 的黄金分割点

$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{3\sqrt{2}-4}{6}$
 $= \frac{\sqrt{5}-1}{2}$
 $\therefore C$ 是 AB 的黄金分割点

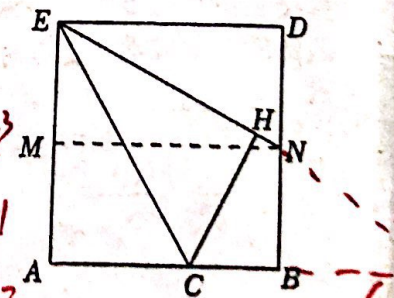


图3

22. (12分) 数学小组在探究题目: 矩形 $ABCD$ 中, $\frac{AB}{BC} = \frac{k}{2}$ ($k > 1$), 点 E 是边 BC 的中点, 连接 AE , 过点 E 作 AE 的垂线 EF , 与矩形的外角平分线 CF 交于点 F . 如图 (1), 当 $k=2$ 时, 求证: $AE=EF$;

【特例证明】

(1) 小明在实验操作过程中发现: 如图, 在 BA 上截取 $BH=BE$, 连接 EH . 构造三角形的全等可以解决问题. 请帮助小明画好辅助线完成证明过程.

【类比探究】

(2) 如图 (2), 当 $k \neq 2$ 时, 求 $\frac{AE}{EF}$ 的值 (用含 k 的式子表示);

【拓展运用】

(3) 如图 (3), 当 $k=3$ 时, P 为边 CD 上一点, 连接 AP , PF , $\angle PAE=45^\circ$, $PF=\sqrt{5}$, 求 BC 的长.

【拓展延伸】

(4) 如图 (4), 当题目变为: 平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle B=60^\circ$, $\frac{AB}{BC} = \frac{k}{2}$ ($k > 1$), 点 E 是边 BC 的中点, 连接 AE , 过点 E 作 $\angle AEF=60^\circ$, 与平行四边形的外角平分线 CF 交于点 F . 则 $\frac{AE}{EF}$ 的值 $= \frac{AH}{EC} = \frac{(k-2)x}{x}$ (用含 k 的式子表示);

(1) 设 $EB=EC=x$

则 $BC=2x$, $AB=kx$

截取 $HB=BE$

$\therefore HB=2x$, $AH=(k-1)x$

$\angle BHE=45^\circ$

$\therefore \angle AHE=135^\circ = \angle ECF$

又 $\angle HBE = \angle CEF$

$\therefore \triangle AHE \sim \triangle ECF$

$\therefore \frac{AE}{EF} = \frac{AH}{EC} = \frac{(k-1)x}{x} = k-1$

(3) 延长 AP 交 EF 延长线于点 Q

作 $QH \perp BC$ 于点 H , 交 AD 于点 M

设 $BE=EC=x$

$\because k=3$

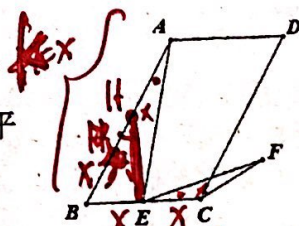
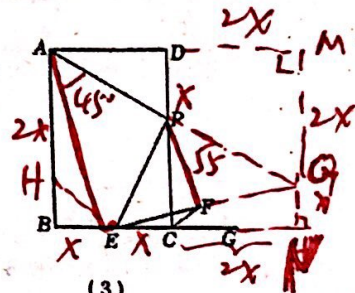
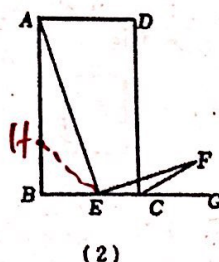
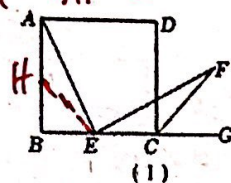
由 (2) 知 $HB=BE=EC=x$, $AB=3x$

$AH=2x$

$\triangle AHE \sim \triangle ECF$

$\therefore \frac{AE}{EF} = \frac{2}{1}$

$\angle AHE = \angle ECF = 135^\circ$
 $\angle HBE = \angle CEF$
 $AH = EC$



作 $\angle HBE = 30^\circ \Rightarrow \angle AHE = 150^\circ$
 $\Rightarrow HB=BE=2x$
 $\Rightarrow AH = kx - 2x = (k-2)x$

$\therefore \angle HBE = 30^\circ$

$\angle HGE = 90^\circ$

$\therefore AG = EG$

$\therefore EF = FQ$

易证 $\triangle ABG \cong \triangle ENQ$

$\therefore QN = BE = x$

$GN = AB = 3x$

$\therefore BN = AN = 2x$

$MQ = 3x - x = 2x$

$DM = CN = 2x$

$\therefore DP = DM = 2x$

$\therefore EP \perp AQ$

$\therefore \angle QEP = 45^\circ$

又 $EF = FQ$

$\therefore PF \perp EQ$

$\therefore EF = PF = \sqrt{5}$

$\therefore PE = \sqrt{10}$

$\therefore EQ = 2\sqrt{5}$

证 $\triangle OEP \cong \triangle PCP$

$\therefore EC = \sqrt{2}$

$\therefore BC = 2\sqrt{2}$

或用 "1.2.3.4.5"

$\therefore \frac{BE}{AB} = \frac{1}{3}$

$\therefore \tan \angle BAG = \frac{1}{3}$

又 $\angle GAP = 45^\circ$

$\therefore \angle BAG + \angle GAP = 90^\circ$

$\therefore \tan \angle OAP = \frac{1}{2}$

此法大是中
不能同时
写这题