

2022 年春季学期九年级

数学学科教学质量检测参考答案和评分标准

一、单选题（本大题 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	C	D	C	B	C	B	B	A	C

二、填空题（本大题 7 小题，每小题 4 分，共 28 分）

11. $a(4+a)(4-a)$ 12. -1 13. $x > \frac{1}{2}$ 14. $14\pi + 8$

15. $-\frac{\sqrt{5}}{2}$ 16. $(6+4\sqrt{3})$ 米 17. $\sqrt{5}-1$.

三、解答题（本大题 3 小题，每小题 6 分，共 18 分）

18. 解：原式 $= (\frac{x+2}{x+2} - \frac{3}{x+2}) \cdot \frac{x(x+2)}{x-1}$ 2 分

$= \frac{x-1}{x+2} \cdot \frac{x(x+2)}{x-1}$ 3 分

$= x$ 4 分

$\because x(x+2) \neq 0 \quad x-1 \neq 0$

$\therefore x \neq 0$ 或 -2 或 1 5 分

\therefore 当 $x = 2$ 时原式 $= 2$ 6 分

19. 证明： $\because AB = AC$,

$\therefore \angle B = \angle C$,1 分

$\because DE \perp BC$,

$\therefore \angle DEC = \angle DEB = 90^\circ$,2 分

$\therefore \angle B + \angle BFE = 90^\circ, \quad \angle C + \angle D = 90^\circ$

$\therefore \angle D = \angle BFE$,3 分

$\because \angle BFE = \angle AFD$,

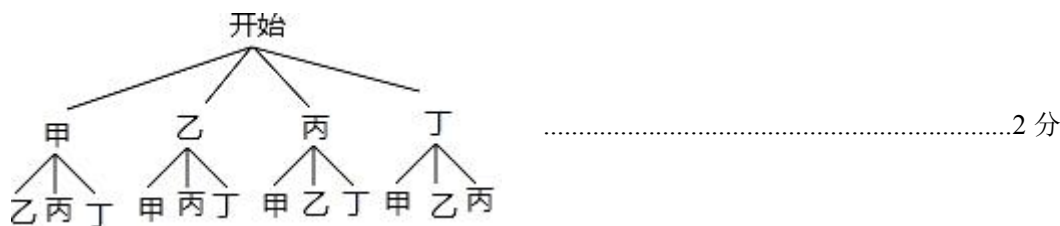
$\therefore \angle D = \angle AFD$,5 分

$\therefore AD = AF$,

$\therefore \triangle ADF$ 是等腰三角形;6 分

20.解：（1） 4， 12， 0.4， 108；2 分

（2）解：获得一等奖的 4 名同学分别用甲、乙、丙、丁来表示，画树状图如下：



∵共有 12 种等可能的情况，恰好选中甲、乙这二人的有 2 种情况，

∴恰好选中这二人的概率是 $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$6 分

四、解答题（本大题 3 小题，每小题 8 分，共 24 分）

21. 解：（1）解：设商家第一次购进冰墩墩 x 个、则第二次购进冰墩墩 $2x$ 个.....1 分

由题意得 $\frac{22000}{x} = \frac{48000}{2x} - 10$,2 分

解得： $x = 200$,3 分

经检验， $x = 200$ 是原分式方程解，4 分

∴商家第一次购进冰墩墩 200 个.5 分

(2)解：设每个冰墩墩的标价至少为 m 元,由（1）知第二次购进冰墩墩 400 个，6 分

由题意得 $(200 + 400) m \geq (1 + 20\%) (22000 + 48000)$ 7 分

解得 $m \geq 140$,

∴每个冰墩墩的标价至少为 140 元.....8 分

22. (1)解：把点 $A(2,1)$ 代入 $y = \frac{k_2}{x}$ 得， $2 = \frac{k_2}{1}$ ，解得 $k_2 = 2$ ，

∴双曲线的解析式为 $y = \frac{2}{x}$;1 分

∵把 $y = -3$ ，代入 $y = \frac{2}{x}$ 得 $x = -\frac{2}{3}$ ，

∴点 B 的坐标为 $(-\frac{2}{3}, -3)$,2 分

把点 $A(2,1)$ ， $B(-\frac{2}{3}, -3)$ 的坐标代入 $y = k_1x + b$ 得：

$$\begin{cases} 1 = 2k_1 + b \\ -3 = -\frac{2}{3}k_1 + b \end{cases}, \quad \text{解得} \begin{cases} k_1 = \frac{3}{2} \\ b = -2 \end{cases}$$

∴ 直线 AB 的解析式为 $y = \frac{3}{2}x - 2$;3 分

(2)解: 直线 AB 沿 y 轴向上平移 m 个单位长度得到 $y = \frac{3}{2}x - 2 + m$,

把点 $F(1, 2)$ 代入 $y = \frac{3}{2}x - 2 + m$ 得, $2 = \frac{3}{2} \times 1 - 2 + m$,

解得 $m = \frac{5}{2}$,

∴ 直线 EF 的表达式是 $y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$,4 分

$$\text{解方程组} \begin{cases} y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} \\ y = \frac{2}{x} \end{cases}, \quad \text{解得} \begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = 2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x_2 = -\frac{4}{3} \\ y_2 = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

∴ 点 E 的坐标为 $(-\frac{4}{3}, -\frac{3}{2})$;5 分

由 $y = \frac{3}{2}x - 2$ 令 $x = 0$ 得 $y = -2$ ∴ $D(0, -2)$

设直线 DE 的表达式为 $y = k_3x + n$, 把点 D 、 E 的坐标分别代入得到

$$\begin{cases} -\frac{3}{2} = -\frac{4}{3}k_3 + n \\ -2 = n \end{cases}, \quad \text{解得} \begin{cases} k_3 = -\frac{3}{8} \\ n = -2 \end{cases}$$

∴ 直线 DE 的表示式是 $y = -\frac{3}{8}x - 2$,6 分

如图, 作 $BH \perp x$ 轴于点 H , 交 DE 于点 G , 作 $EM \perp y$ 轴于点 M , 则 $EM = \frac{4}{3}$,

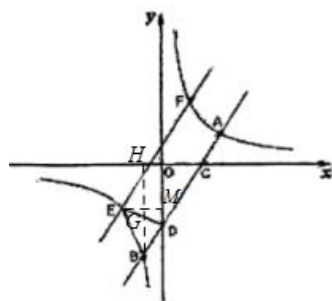
当 $x = -\frac{2}{3}$ 时, $y = -\frac{3}{8} \times (-\frac{2}{3}) - 2 = -\frac{7}{4}$,

∴ 点 G 的坐标是 $(-\frac{2}{3}, -\frac{7}{4})$,

∴ $BG = -\frac{7}{4} - (-3) = \frac{5}{4}$,

∴ $S_{\triangle BDE} = S_{\triangle BGE} + S_{\triangle BGD} = \frac{1}{2}BG \times EM = \frac{5}{6}$,

∴ $\triangle BDE$ 的面积是 $\frac{5}{6}$8 分



23. 解：（1） $EG = AE$ ，且 $EG \perp AE$ 1 分

\because 四边形 $ABCD$ 为正方形，

$\therefore AD = AB$ ， $\angle DAF = \angle ABE = 90^\circ$ ，2 分

在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle BAE$ 中，

$$\begin{cases} AD = BA \\ \angle DAF = \angle ABE, \\ AF = BE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle BAE$ (SAS)，

$\therefore DF = AE$ ， $\angle ADF = \angle BAE$ ，3 分

$\because \angle BAE + \angle EAD = 90^\circ$

$\therefore \angle EAD + \angle ADF = 90^\circ$ ，

$\therefore AE \perp DF$ ，

\because 四边形 $EFDG$ 是平行四边形，

$\therefore DF \parallel EG$ ， $DF = EG$

$\therefore AE \perp EG$ ，且 $AE = EG$ ，4 分

（2）存在，理由如下：

设 $AF = x$ ，

$\because AB = 6$ ，

$\therefore AD = BC = 6$ ，

$\therefore BF = 6 - AF = 6 - x$ ，

\because 点 E 为 BC 中点，

$\therefore BE = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ ，6 分

\because 四边形 $DFEG$ 为菱形，

$\therefore DF = EF$ ，

由勾股定理可得 $AD^2 + AF^2 = BF^2 + BE^2$ ，即 $6^2 + x^2 = (6 - x)^2 + 3^2$

解得 $x = \frac{3}{4}$ 7 分

$\therefore F$ 在 AB 边上存在 $AF = \frac{3}{4}$ 时，使得四边形 $EFDG$ 为菱形；8 分

五、解答题（本大题 2 小题，每小题 10 分，共 20 分）

24.(1) 解：证明：连接 OC ，

\because 四边形 $OBCE$ 为菱形，

$\therefore OB = BC$ ， $OB \parallel CE$ ，

$\therefore OB = OC = BC$ ，

$\therefore \triangle OBC$ 是等边三角形，1 分

$\therefore \angle BOC = \angle COE = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle AOP = \angle COP = 60^\circ$ ，

$\because OA = OC$ ， $OP = OP$ ，

$\therefore \triangle APO \cong \triangle CPO(SAS)$ ，

$\therefore \angle PCO = \angle BAP$ ，2 分

AB 是 $\odot O$ 的直径， PA 是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore \angle PAO = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle PCO = 90^\circ$ ，

$\because OC$ 是 $\odot O$ 的半径，

$\therefore PC$ 是 $\odot O$ 的切线；3 分

(2)①证明：由 (1) 知，

$\angle AOP = 60^\circ$ ， $\angle PAO = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle APO = 30^\circ$ ，

$\therefore OA = \frac{1}{2}OP$ ，4 分

$\therefore OE = PE$ ，

$\therefore PE = BC$ ， $\because PO \parallel BC$ ，

$\therefore \angle PEG = \angle BCG$ ， $\angle EPG = \angle CBG$ ，

$\therefore \triangle PEG \cong \triangle BCG(ASA)$ ，5 分

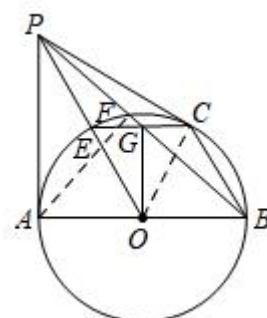
$\therefore EG = CG$ ，

$\therefore OG \perp CG$ ；6 分

② $\because OB = 3$ ，

$\therefore OA = OB = 3$ ，

$\therefore OP = 2OA = 6$ ，7 分



$$\therefore AP = \sqrt{OP^2 - OA^2} = 3\sqrt{3},$$

$$\therefore PB = \sqrt{PA^2 + AB^2} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + 6^2} = 3\sqrt{7}, \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

连接 AF ， AB 是 $\odot O$ 的直径，

$$\therefore AF \perp PB,$$

$$\therefore S_{\triangle APB} = \frac{1}{2} AP \cdot AB = \frac{1}{2} PB \cdot AF,$$

$$\therefore AF = \frac{AP \cdot AB}{PB} = \frac{3\sqrt{3} \times 6}{3\sqrt{7}} = \frac{6\sqrt{21}}{7},$$

$$\therefore BF = \sqrt{AB^2 - AF^2} = \sqrt{6^2 - \left(\frac{6\sqrt{21}}{7}\right)^2} = \frac{12\sqrt{7}}{7}. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

25. 解： $\because BO=3AO=3$,

$$\therefore OA=1, OB=3,$$

$$\therefore \text{点 } A(-1,0), B(3,0) \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

把 A, B 点坐标带入解析式可得 $\begin{cases} a-b-2=0 \\ 9a+3b-2=0 \end{cases}$ ，解得： $\begin{cases} a=\frac{2}{3} \\ b=-\frac{4}{3} \end{cases}$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为：} y = \frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - 2; \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(2)解：将 $x=0$ 代入 $y=-x+1$ ，得 $y=1$ ，

将 $y=0$ 代入 $y=-x+1$ ，得 $x=1$ ，

$$\therefore \text{点 } E \text{ 的坐标为}(0, 1), \text{点 } D \text{ 的坐标为}(1, 0) \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore OE=OD=1$$

$\therefore \triangle DOE$ 为等腰直角三角形，

$$\therefore \angle OED=45^\circ, \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

设点 Q 的坐标为 $(m, -m+1)$

$$\text{则点 } P \text{ 的坐标为} \left(m, \frac{2}{3}m^2 - \frac{4}{3}m - 2\right),$$

$$\therefore PQ = (-m+1) - \left(\frac{2}{3}m^2 - \frac{4}{3}m - 2\right) = -\frac{2}{3}m^2 + \frac{1}{3}m + 3,$$

$\because PQ \perp x$ 轴

$$\therefore \angle PQG = \angle OED = 45^\circ,$$

$$\text{在 } Rt\triangle PQG \text{ 中, } \angle PQG = 45^\circ, PQ = -\frac{2}{3}m^2 + \frac{1}{3}m + 3,$$

$$\therefore PG = PQ \cdot \sin 45^\circ = \left(-\frac{2}{3}m^2 + \frac{1}{3}m + 3 \right) \times \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{2}{3}\left(m - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{73\sqrt{2}}{48},$$

故当 $m = \frac{1}{4}$ 时, PG 有最大值为 $\frac{73\sqrt{2}}{48}$;7 分

(3) 存在, 点 M 的坐标为 $\left(1, \frac{4}{3}\right)$ 或 $\left(1, \frac{16}{3}\right)$ 或 $(1, 0)$ 10 分

解: 存在以 B, C, M, N 为顶点的平行四边形,

当存在平行四边形 $CBNM$ 时, 如图 2, 设点 M 的坐标为 $(1, m_1)$

点 N 的坐标为 $\left(n_1, \frac{2}{3}n_1^2 - \frac{4}{3}n_1 - 2\right)$,

设对角线的交点为 K

\therefore 已知点 B 坐标为 $(3, 0)$, 点 C 的坐标为 $(0, -2)$

\therefore 由中点坐标公式可得 $x_K = \frac{0+n_1}{2} = \frac{1+3}{2}$,

$$y_K = \frac{0+m_1}{2} = \frac{-2+\frac{2}{3}n_1^2 - \frac{4}{3}n_1 - 2}{2},$$

解得 $n_1 = 4$, $m_1 = \frac{4}{3}$,

\therefore 点 M 的坐标为 $\left(1, \frac{4}{3}\right)$;

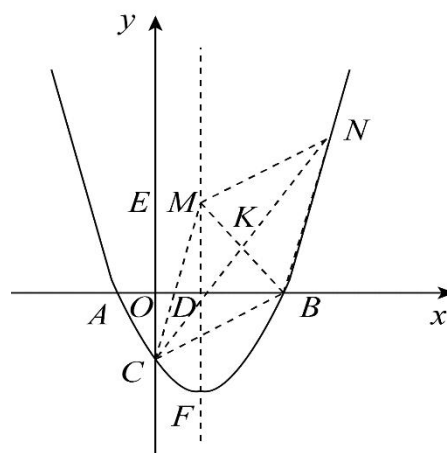


图 2

②当存在平行四边形 $NCBN$ 时, 如图 3,

设点 M 的坐标为 $(1, m_2)$

点 N 的坐标为 $\left(n_2, \frac{2}{3}n_2^2 - \frac{4}{3}n_2 - 2\right)$,

设对角线的交点为 K

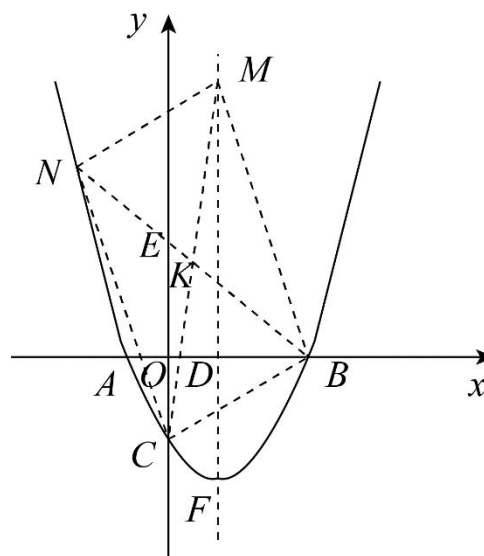
\therefore 已知点 B 坐标为 $(3, 0)$, 点 C 的坐标为 $(0, -2)$

$\therefore x_K = \frac{0+1}{2} = \frac{3+n_2}{2}$,

$$y_K = \frac{-2+m_2}{2} = \frac{0+\frac{2}{3}n_2^2 - \frac{4}{3}n_2 - 2}{2},$$

解得 $n_2 = -2$, $m_2 = \frac{16}{3}$

\therefore 点 M 的坐标为 $\left(1, \frac{16}{3}\right)$;



当存在平行四边形 $CNBM$ 时，如图 4，

设点 M 的 z 坐标为 $(1, m_3)$ ，

点 N 的作坐标为 $\left(n_3, \frac{2}{3}n_3^2 - \frac{4}{3}n_3 - 2\right)$ ，

设对角线的交点为 K

\because 已知点 B 坐标为 $(3, 0)$ ，点 C 坐标为 $(0, -2)$

$$\therefore x_K = \frac{0+3}{2} = \frac{1+n_3}{2},$$

$$y_K = \frac{-2+0}{2} = \frac{m_3 + \frac{2}{3}n_3^2 - \frac{4}{3}n_3 - 2}{2},$$

解得 $n_3 = 2$ ， $m_3 = 0$ ，

点 M 的坐标为 $(1, 0)$.

综上所述，点 M 的坐标为 $\left(1, \frac{4}{3}\right)$ 或 $\left(1, \frac{16}{3}\right)$ 或 $(1, 0)$.

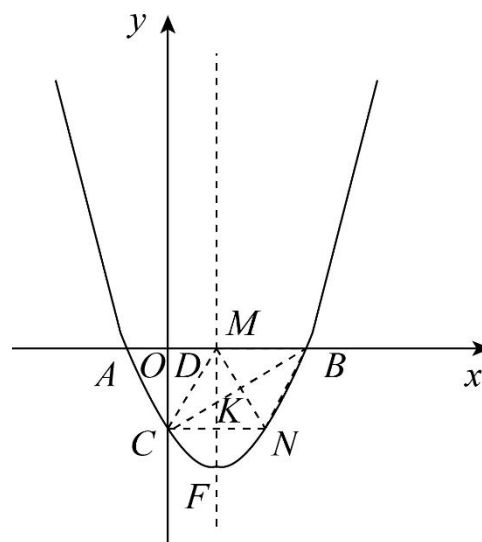


图 4