2022 学年宁波市第七中学九年级月考数学试卷

一、选择题（每小题 4 分，共 40 分）

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	A	D	B	B	C	C	A	C	C

二、填空题（每小题 5 分，共 30 分）

11. $\underline{\pm 6}$ 12. $\underline{\dfrac{2}{3}}$ 13. $\underline{\dfrac{12\sqrt{5}}{5}\pi cm}$ 14. $\underline{-27}$ 15. $\underline{45°或135°}$ 16. $\underline{2\sqrt{21}-2\sqrt{3}}$

三、解答题（共 8 小题，共 80 分）

17. 解：（1）（4 分）原式$=4\times(\frac{\sqrt{3}}{2})^2+1-8\times(\frac{\sqrt{3}}{2})^2=3+1-6=-2$

（2）（4 分）原式$=\dfrac{\sqrt{3}\times\sqrt{3}-2\times\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}=\dfrac{3-1}{\frac{1}{2}}=\dfrac{2}{\frac{1}{2}}=4$．

18.（1）（3 分）小聪被分配到项目 A 工作的概率为$\frac{1}{3}$

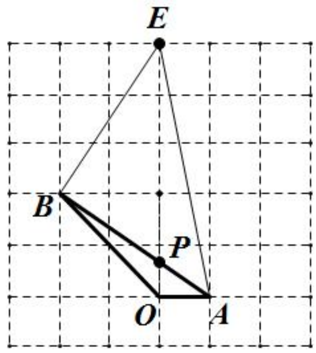
（2）（5 分）列表如下：

	A	B	C
A	(A,A)	(B,A)	(C,A)
B	(A,B)	(B,B)	(C,B)

由表可知，共有 6 种等可能结果，其中小聪和小颖被分配到同一项目工作的结果有 2 种，

$\therefore$小聪和小颖被分配到同一项目工作的概率为$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$．

19.（8 分）



（2+3+3 分）

20.解：（1）（5 分）把$(1,0)$，$(0,\frac{3}{2})$代入抛物线解析式得：$\begin{cases}-\frac{1}{2}+b+c=0\\ c=\frac{3}{2}\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}b=-1\\ c=\frac{3}{2}\end{cases}$，

则抛物线解析式为$y=-\frac{1}{2}x^2-x+\frac{3}{2}$；

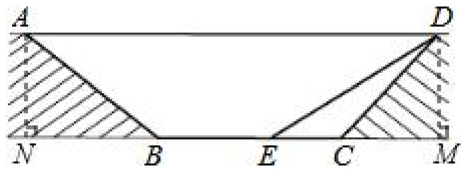
（2）（5 分）抛物线解析式为$y=-\frac{1}{2}x^2-x+\frac{3}{2}=-\frac{1}{2}(x+1)^2+2$，

将抛物线向右平移一个单位，向下平移 2 个单位，解析式变为$y=-\frac{1}{2}x^2$．

21.解：（1）（5 分）过点A作$AN\perp CB$于点N，过点D作$DM\perp BC$于点M，

$\because \angle BCD=135°$，

$\therefore \angle DCM=45°$．



$\because$在RtΔCMD中，$\angle CMD=90°$，$CD=6$，

$\therefore DM=CM=\frac{\sqrt{2}}{2}CD=3\sqrt{2}$，

$\therefore AN=DM=3\sqrt{2}$，

$\because$通道斜面AB的坡度$i=1:\sqrt{2}$，

$\therefore \tan\angle ABN=\frac{AN}{BN}=\frac{1}{\sqrt{2}}$，

$\therefore BN=\sqrt{2}AN=6$，

$\therefore AB=\sqrt{AN^2+BN^2}=3\sqrt{6}\approx 7.4$．

即通道斜面AB的长约为 7.4 米；

（2）（5 分）$\because$在RtΔMED中，$\angle EMD=90°$，$\angle DEM=30°$，$DM=3\sqrt{2}$，

$\therefore EM=\sqrt{3}DM=3\sqrt{6}$，

$\therefore EC=EM-CM=3\sqrt{6}-3\sqrt{2}$，

$\therefore BE=BC-EC=8-(3\sqrt{6}-3\sqrt{2})=8+3\sqrt{2}-3\sqrt{6}\approx 4.9$．

即此时BE的长约为 4.9 米．

22.（1）（2 分）CD 是$\odot O$ 的切线；

（2）（4 分）解：连接 BC，

$\because AB$ 为$\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$.

$\because \angle DAC = \angle OAC$， $\angle ADC = \angle ACB = 90^\circ$，

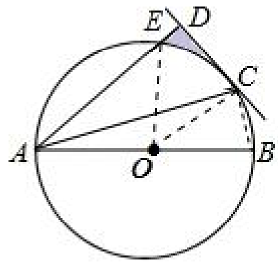
$\therefore \Delta ADC \backsim \Delta ACB$，

$\therefore \dfrac{AD}{AC} = \dfrac{AC}{AB}$，

$\because \odot O$ 的半径为 2， $AC = 2\sqrt{3}$，

$\therefore AD = 3$；

（3）（4 分）解：$\because AD \perp CD$，



$\therefore CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - 3^2} = \sqrt{3}$，

$\because OC // AD$，

$\therefore S_{梯形AOCD} = \dfrac{1}{2}(OC + AD) \cdot CD = \dfrac{1}{2} \times (2+3) \times \sqrt{3} = \dfrac{5\sqrt{3}}{2}$，

在 $Rt\Delta ABC$ 中， $AC = 2\sqrt{3}$， $AB = 4$，

$\therefore \cos \angle BAC = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore \angle BAC = 30^\circ$，

$\therefore \angle BAD = 60^\circ$，

设 AD 交$\odot O$ 于点 E，连接 OE，

$\because OA = OE$，

$\therefore \Delta AOE$ 是等边三角形，

$\therefore \angle AOE = 60^\circ$，

$\because OC // AD$，

$\therefore \angle AOC = 180^\circ - \angle BAD = 120^\circ$，

$\therefore \angle COE = 60^\circ$，

$\therefore S_{阴} = S_{梯形AOCD} - S_{\Delta AOE} - S_{扇形COE} = \dfrac{5\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2} \times 2 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 2 - \dfrac{60\pi \times 2^2}{360} = \dfrac{3\sqrt{3}}{2} - \dfrac{2\pi}{3}$.

23.解：（1）（3 分）$\dfrac{7}{6}$ 秒

（2）（4 分）解：$\because \angle FQC = 90^\circ$， $\angle B = 90^\circ$，

$\therefore \angle FQC = \angle B$，

$\therefore PQ // AB$，

$\therefore \Delta CPQ \backsim \Delta CAB$，

$\therefore \dfrac{PQ}{AB} = \dfrac{QC}{BC}$，

即 $\dfrac{PQ}{6} = \dfrac{t}{8}$，

$\therefore PQ = \dfrac{3}{4}t$，

$\because S_{\Delta EPC} = \dfrac{1}{2} \bullet EC \bullet PQ$，

$\therefore S = \dfrac{1}{2}(8-2t) \bullet \dfrac{3}{4}t = -\dfrac{3}{4}t^2 + 3t$

当 t=2 时，S 最大=3

（3）（5 分）解：分两种情况讨论：

Ⅰ．如图 1 中，点 E 在 Q 的左侧.

①当 $\Delta EPQ \backsim \Delta ACD$ 时，

可得 $\dfrac{PQ}{CD} = \dfrac{EQ}{AD}$，即 $\dfrac{\frac{3}{4}t}{6} = \dfrac{8-3t}{8}$，解得 $t = 2$.

②当 $\Delta EPQ \backsim \Delta CAD$ 时，

可得 $\dfrac{PQ}{CD} = \dfrac{EQ}{CD}$，即 $\dfrac{\frac{3}{4}t}{8} = \dfrac{8-3t}{6}$，解得 $t = \dfrac{128}{57}$.

Ⅱ．如图 2 中，点 E 在 Q 的右侧.

$\because 0 < t < 4$，

$\therefore$ 点 E 不能与点 C 重合，

$\therefore$ 只存在 $\Delta EPQ \backsim \Delta CAD$

可得 $\dfrac{PQ}{AD} = \dfrac{EQ}{CD}$，即 $\dfrac{\frac{3}{4}t}{8} = \dfrac{3t-8}{6}$，解得 $t = \dfrac{128}{39}$，

故若ΔEPQ与ΔADC相似，则t的值为2或$\dfrac{128}{57}$或$\dfrac{128}{39}$．

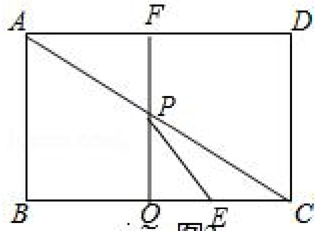


图2

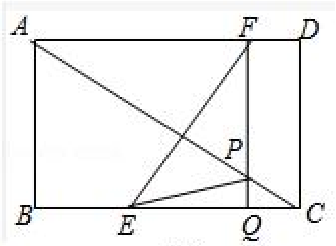


图1

24.解：（1）（3分）ΔABD与ΔACD是邻等三角形，理由如下：

$\because$点D是$\overset{\frown}{BC}$的中点，

$\therefore BD=CD$，$\angle BAD=\angle CAD$，

$\because AD=AD$，

$\therefore \Delta ABD$与ΔACD是邻等三角形．

（2）①如图2，作$AH\perp OB$，连接AO，AB，

$\because OA=OB$，

$\therefore OH=BH$，

$\because$点A的坐标是$(2,2)$，

$\therefore AH=OH=BH=2$，

$\therefore \angle OAB=90^{\circ}$，

$\therefore \angle C=\dfrac{1}{2}\angle OAB=45^{\circ}$，（3分）

作$BK\perp OC$，在RtΔBOK中，$OB=4$，$\angle BOK=30^{\circ}$，

$\therefore BK=2$，$OK=2\sqrt{3}$，

在RtΔBKC中，$\angle C=45^{\circ}$，

$\therefore CK=2$，$BC=2\sqrt{2}$，

$\therefore OC = 2 + 2\sqrt{3}$； （3 分）

（5 分）②第一种情况：如图 3，连接 OA，P_1A，过点 P_1 作 $P_1Q \perp OB$ 于点 Q，$\angle OCP_1 = 30°$，

则 ΔOCP_1 与 ΔOBC 是邻等三角形，且 $\Delta OCP_1 \cong \Delta COB$，

作 $BM \perp OC$，$P_1N \perp OC$，

则 $BM = MC = 2$，$P_1N = ON = 2$，

$\because \angle OAP_1 = 2\angle OCP_1 = 60°$，$AO = AP_1$，

$\therefore \triangle AP_1O$ 是等边三角形，

$\therefore OP_1 = BC = 2\sqrt{2}$，$\angle P_1OB = 15°$，

$\therefore$ 在 OQ 上截取 $OK = P_1K$，则 $\angle KP_1O = \angle P_1OB = 15°$，

$\therefore \angle P_1KQ = \angle KP_1O + \angle P_1OB = 30°$，

$\therefore OK = P_1K = 2P_1Q$，

设 $P_1Q = x$，则 $OK = P_1K = 2x$，$KQ = \sqrt{3}x$，

$\therefore OQ = OK + KQ = (2+\sqrt{3})x$，

在 $Rt\triangle OP_1Q$ 中，$OQ^2 + P_1Q^2 = OP_1^2$，

$\therefore [(2+\sqrt{3})x]^2 + x^2 = (2\sqrt{2})^2$，

$\because x > 0$，

$\therefore x = \sqrt{3} - 1$，

$\therefore P_1(\sqrt{3}+1，1-\sqrt{3})$；

第二种情况，如图 4，过点 P_2 作 $P_2H \perp y$ 轴，$\angle COP_2 = 30°$，

则 ΔOCP_2 与 ΔOBC 是邻等三角形，

$\because \angle OCP_2 = \angle BOC = 30°$，

$\therefore \angle P_2OB = 60°$，$\angle P_2OH = 30°$，

$\because OP_2 = OC = 2 + 2\sqrt{3}$，

$\therefore P_2H = OP_2 \cdot \sin 30° = 1 + \sqrt{3}$， $OH = OP_2 \cdot \cos 30° = \sqrt{3} + 3$，

$\therefore P_2(1 + \sqrt{3}$， $\sqrt{3} + 3)$；

第三种情况，如图 5， $\angle OCP_3 = 30°$，

则 $CP_3 // OB$，

$\because C(\sqrt{3} + 3$， $1 + \sqrt{3})$，

$\therefore$ 根据圆的对称性可得： $P_3(1 - \sqrt{3}$， $1 + \sqrt{3})$；

第四种情况，如图 6， $\angle OCP_4 = \angle OCB = 45°$，

则 ΔOCP_4 与 ΔOBC 是邻等三角形，

此时， $\odot A$ 交 y 轴于点 P_4，

$\therefore P_4(0,4)$；

第五种情况，如图 7， $\angle COP_5 = \angle OCB = 45°$，

则 $\angle OP_5C = 180° - \angle OBC = 75°$，

$\therefore \angle OCP_5 = 60°$，

作 $P_5H \perp OC$ 于 H，

$\because \angle COP_5 = 45°$，

$\therefore OH = P_5H$，

$\because \angle OCP_5 = 60°$，

$\therefore \angle CP_5H = 30°$，

$\therefore 2CH = CP_5$，

由勾股定理可得： $CH^2 + P_5H^2 = P_5C^2$，

$\therefore CH^2 + P_5H^2 = (2CH)^2$，

$\therefore P_5H=\sqrt{3}CH$，

$\because OH+CH=2+2\sqrt{3}$，

$\therefore CH=2$，

$\therefore OH=2\sqrt{3}$，

$\therefore OP_5=2\sqrt{6}$，

过点 P_5 作 $P_5M\perp y$ 轴于 M，在 OM 上取点 N，使 $ON=P_5N$，连接 P_5N，

则 $\angle OP_5N=\angle P_5ON=15^{\circ}$，$\angle P_5NM=30^{\circ}$，

设 $P_5M=a$，则 $P_5N=2a=ON$，

$\therefore MN=\sqrt{3}a$，$OM=ON+MN=(2+\sqrt{3})a$，

在 $Rt\triangle P_5OM$ 中，$OM^2+P_5M^2=OP_5^2$，

$\therefore [(2+\sqrt{3})a]^2+a^2=(2\sqrt{6})^2$，

$\therefore a=3-\sqrt{3}$，

$\therefore P_5(3-\sqrt{3}，3+\sqrt{3})$；

综上所述，ΔOCP 与 ΔOBC 是邻等三角形时，点 P 的坐标分别是：$P_1(\sqrt{3}+1，1-\sqrt{3})$，$P_2(1+\sqrt{3}，\sqrt{3}+3)$，$P_3(1-\sqrt{3}，1+\sqrt{3})$，$P_4(0,4)$，$P_5(3-\sqrt{3}，3+\sqrt{3})$．

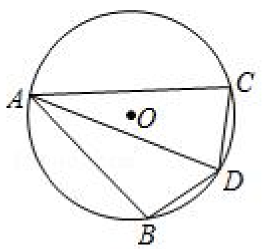


图1

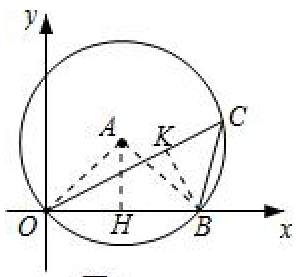


图2

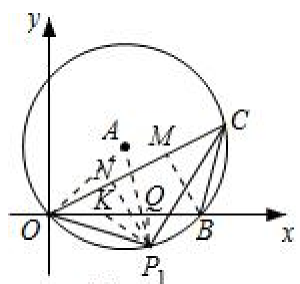


图3

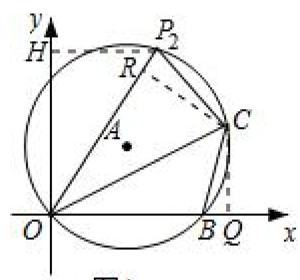


图4

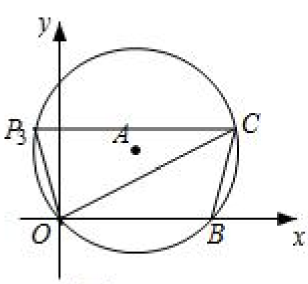


图5

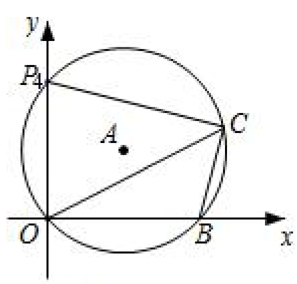


图6