

2022 ~ 2023 学年度第一学期期末调研测试

初三数学试题

(考试时间: 120 分钟 满分: 150 分)

- 注意: 1. 本试卷分选择题和非选择题两部分;
2. 所有试题答案一律填涂或书写在答题卡上, 在试卷上作答无效;
3. 作图题必须用 2B 铅笔, 且加黑加粗.

第一部分 选择题 (共 18 分)

一. 选择题 (本大题共有 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分. 在每小题所给出的四个选项中, 恰有一项是符合题目要求的, 请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上)

1. 下列方程中, 是一元二次方程的是 (▲)

- A. $2x+y=1$ B. $x^2+3xy=6$ C. $x+\frac{1}{x}=4$ D. $x^2=3x-2$

2. 若 $2x=5y$ ($xy \neq 0$), 则下列式子中错误的是 (▲)

- A. $\frac{y}{x} = \frac{5}{2}$ B. $\frac{y}{x} = \frac{2}{5}$ C. $\frac{x+y}{x} = \frac{7}{5}$ D. $\frac{x-y}{y} = \frac{3}{2}$

3. 在 $\triangle ABC$ 中, 各边都扩大 5 倍, 则锐角 A 的正切函数值 (▲)

- A. 不变 B. 扩大 5 倍 C. 缩小 5 倍 D. 不能确定

4. 已知一组数据 a, b, c, d 的平均数是 3, 在这组数据后再添加数据 3 得到一组新数据 $a, b, c, d, 3$, 则新数据与原数据相比, 方差将 (▲)

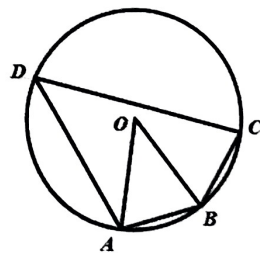
- A. 不变 B. 变大 C. 变小 D. 不能确定

5. 如图, 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, $AB=BC$, $\angle BAO=75^\circ$, 则 $\angle D=$ (▲)

- A. 60° B. 30° C. 45° D. 无法确定

6. 已知二次函数 $y=-x^2+2mx$, 对于其图像和性质, 下列说法错误的是 (▲)

- A. 图像开口向下 B. 图像经过原点
C. 当 $x>2$ 时, y 随 x 的增大而减小, 则 $m<2$
D. 当 $x<m$ 时, y 随 x 的增大而增大



(第 5 题)

第二部分 非选择题 (共 132 分)

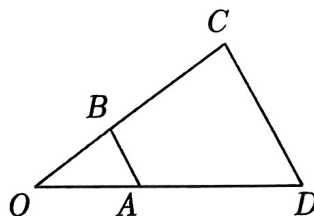
二. 填空题 (本大题共有 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 请把答案直接填写在答题卡相应位置上)

7. 方程 $x^2=2x$ 的解为 ▲ .

8. 大自然巧夺天工，一片树叶也蕴含着“黄金分割”. 如图, P 为 AB 的黄金分割点 ($AP > PB$), 如果 AB 的长度为 8cm , 那么 AP 的长度是 cm (结果保留根号).
9. 将抛物线 $y = -2x^2$ 向上平移 3 个单位长度, 所得抛物线解析式为 .

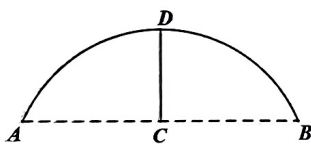


(第 8 题)

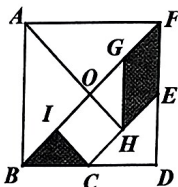


(第 10 题)

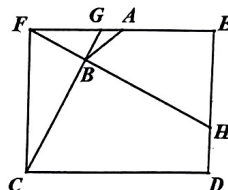
10. 如图, 以点 O 为位似中心, 将 $\triangle OAB$ 放大后得到 $\triangle OCD$, $OA = 2$, $AD = 3$, 则 $\frac{AB}{CD} = \underline{\hspace{1cm}}$.
11. 一个圆锥的底面半径和高都是 2cm , 则圆锥的侧面积为 cm^2 . (结果保留 π)
12. 已知锐角 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 10$, $\tan B = 3$, 则 BC 的长为 .
13. 已知 a 、 b 是方程 $x^2 - 3x - 5 = 0$ 的根, 则式子 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的值为 .
14. 如图是一座圆弧型拱桥的截面示意图, 若桥面跨度 $AB = 48$ 米, 拱高 $CD = 16$ 米 (C 为 AB 的中点, D 为弧 AB 的中点). 则桥拱所在圆的半径为 米.



(第 14 题)



(第 15 题)



(第 16 题)

15. 七巧板是我国古代劳动人民的发明之一, 被誉为“东方魔板”, 它是由五块等腰直角三角形、一块正方形和一块平行四边形共七块板组成的. 如图是一个用七巧板拼成的正方形, 如果在此正方形中随机取一点, 那么此点取自黑色部分的概率是 .
16. 如图, 矩形 $CDEF$ 中, $CD = 8\text{cm}$, $CF = 6\text{cm}$, 点 G 在边 FE 上从 F 向点 E 运动, 速度为 3cm/s , 同时点 H 在边 DE 上从 E 向点 D 运动, 速度为 4cm/s . 连接 CG 、 FH , 设 CG 、 FH 交于点 B , 取 EF 的中点 A , 则 AB 的最小值为 cm .

三. 解答题 (本大题共有 10 题, 共 102 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本题满分 12 分)

- (1) 计算: $\sqrt[3]{27} - (\pi - 2023)^0 + \sqrt{3}\cos 30^\circ$ (2) 解方程: $x^2 - 4x - 3 = 0$.

18. (本题满分 8 分)

已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+4x+k=0$ 有两个实数根.

(1) 求 k 的取值范围;

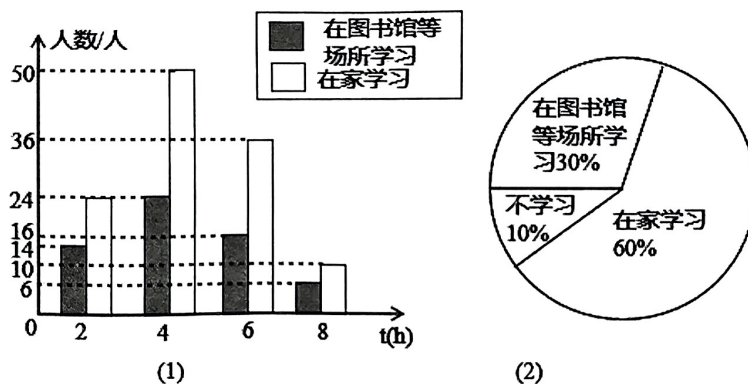
(2) 取一个合适的 k 的值, 使得方程的解为负整数并求出此时方程的解.

19. (本题满分 8 分)

某学校要调查该校学生 (学生总数 1200 人) 双休日的学习状况, 采用下列调查方式: ①从一个年级里选取 200 名学生; ②选取学校里 200 名女学生; ③按照一定比例在三个不同年级里随机选取 200 名学生.

(1) 上述调查方式中最合理的是 ③; (填写序号即可)

(2) 将最合理的方式调查得到的数据制成频数分布直方图 (如图 1) 和扇形统计图 (如图 2), 在这个样本中, 200 名学生双休日在图书馆等场所学习的有 60 人;



(3) 在 (2) 的条件下, 请估计该学校 1200 学生双休日学习时间不少于 4 小时的人数.

20. (本题满分 8 分)

(1) 如图, 将 “二”、“十”、“大” 三个汉字随机填写在三个空格中 (每空填一个汉字, 每空填的汉字不重复), 请你用画树状图或列表的方法求从左往右汉字顺序恰好是 “二十大” 的概率;

(2) 若在如图三个空格的右侧增加一个空格, 将 “祖”、“国”、“你”、“好” 四个汉字任意填写其中 (每空填一个汉字, 每空填的汉字不重复), 从左往右汉字顺序恰好是 “祖国你好” 的概率为 1/24.

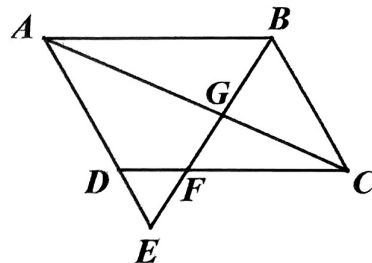
--	--	--	--

21. (本题满分 10 分)

如图, 在 $\square ABCD$ 中, E 是边 AD 的延长线上一点, 连接 BE 交边 CD 于点 F , 交对角线 AC 于点 G .

(1) 求证: $\triangle BGC \sim \triangle EGA$;

(2) 若 $\frac{CG}{AG} = \frac{2}{3}$, 求 $\frac{DF}{CF}$ 的值.



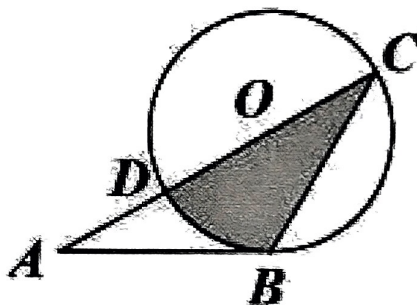
22. (本题满分 10 分)

如图, 点 A 在 $\odot O$ 的直径 CD 的延长线上, 点 B 在 $\odot O$ 上, 连接 AB 、 BC .

(1) 给出下列信息: ① $AB=BC$; ② $\angle A=30^\circ$; ③ AB 与 $\odot O$ 相切.

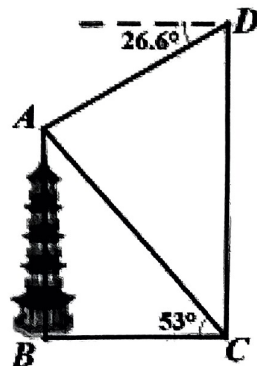
请在上述 3 条信息中选择其中两条作为条件, 第三个作为结论, 组成一个正确的命题并作出证明. 你选择的条件是 _____, 结论是 _____ (填写序号, 只需写出你认为正确的一种情形).

(2) 在 (1) 的条件下, 若 $AB=6$, 求图中阴影部分的面积.



23. (本题满分 10 分)

如图, 小明想要利用无人机测量他家附近一座古塔 (AB) 的高度. 在古塔所在的地平面上选定点 C . 在 C 处测得古塔顶端 A 点的仰角为 53° , 小明遥控无人机悬停在点 C 正上方的 D 处时, 测得古塔顶端 A 点的俯角为 26.6° , 若此时无人机显示屏上显示其离地面的高度 (CD) 为 110m. 求古塔 (AB) 的高度以及观测点到古塔的水平距离 (BC). (参考数据: $\tan 26.6^\circ \approx 0.5$, $\sin 37^\circ = \cos 53^\circ \approx 0.6$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$)



24. (本题满分 10 分)

一水果店售卖一种水果，以 8 元/千克的价格进货，经过往年销售经验可知：以 12 元/千克售卖，每天可卖 60 千克；若每千克涨价 0.5 元，每天要少卖 2 千克；若每千克降价 0.5 元，每天要多卖 2 千克，但不低于成本价. 设该商品的价格为 x 元/千克时，一天销售总质量为 y 千克.

(1) 求 y 与 x 的函数关系式.

(2) 若水果店货源充足，每天以固定价格 x 元/千克销售 ($x \geq 8$)，试求出水果店每天利润 W 与单价 x 的函数关系式，并求出当 x 为何值时，利润达到最大.

25. (本题满分 12 分)

数学兴趣小组在探究圆中图形的性质时，用到了半径是 6 的若干圆形纸片.

(1) 如图 1，一张圆形纸片，圆心为 O ，圆上有一点 A ，折叠圆形纸片使得 A 点落在圆心 O 上，折痕交 $\odot O$ 于 B 、 C 两点，求 $\angle BAC$ 的度数.

(2) 把一张圆形纸片对折再对折后得到如图扇形，点 M 是弧 PQ 上一动点.

① 如图 2，当点 M 是弧 PQ 中点时，在线段 OP 、 OQ 上各找一点 E 、 F ，使得 $\triangle EFM$ 是等边三角形. 试用尺规作出 $\triangle EFM$ ，不证明，但简要说明作法，保留作图痕迹.

② 在①的条件下，取 $\triangle EFM$ 的内心 N ，则 $ON = \underline{\hspace{2cm}}$.

③ 如图 3，当 M 在弧 PQ 上三等分点 S 、 T 之间 (包括 S 、 T 两点) 运动时，经过兴趣小组探究都可以作出一个 $\triangle EFM$ 是等边三角形，取 $\triangle EFM$ 的内心 N ，请问 ON 的长度是否变化. 如变化，请说明理由; 如不变，请求出 ON 的长度.

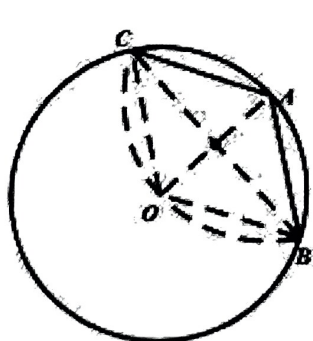


图1

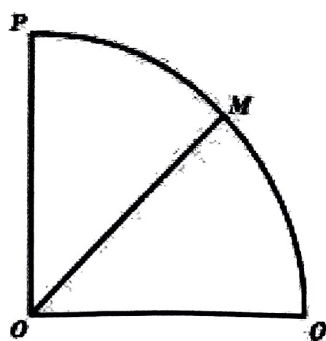


图2

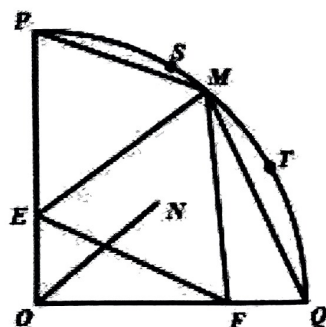


图3

26. (本题满分 14 分)

阅读材料：小明同学在平面直角坐标系中研究中点时，发现了一个有趣的结论：若 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ 是平面直角坐标系内两点， $R(x_0, y_0)$ 是 PQ 的中点，则有结论 $x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$, $y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$.

这其实就是中点坐标公式，有了这个公式可以解决很多坐标系中求中点坐标的问题.

已知：二次函数 $y=x^2$ 的函数图像上分别有 A, B 两点，其中 $B(2, 4)$, A, B 分别在对称轴的异侧， C 是 AB 中点， D 是 BC 中点.利用阅读材料解决如下问题：

概念理解：(1)如图 1，若 $A(-1, 1)$ ，求出 C, D 的坐标.

解决问题：(2)如图 2，点 A 是 B 关于 y 轴的对称点，作 $DE \parallel y$ 轴交抛物线于点 E . 延长 DE 至 F ，使得 $DE=3EF$.试判断 F 是否在 x 轴上，并说明理由.

拓展探究：(3)如图 3， $A(m, n)$ 是一个动点，作 $DE \parallel y$ 轴交抛物线于点 E . 延长 DE 至 F ，使得 $DE=3EF$.

①令 $F(a, b)$ ，试探究 $b - 4a$ 值是否为定值，若是，求出这个定值；若不是，请说明理由.

②在①条件下， y 轴上一点 $G(0, 2)$ ，抛物线上任意一点 H ，连接 GH, HF ，直接写出 $GH+HF$ 的最小值.

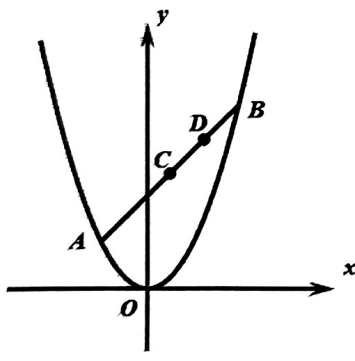


图1

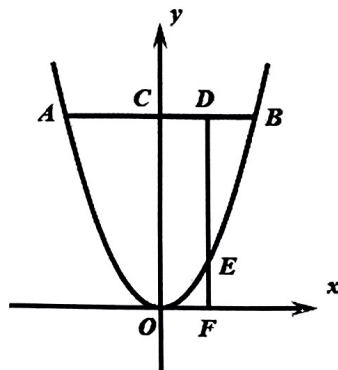


图2

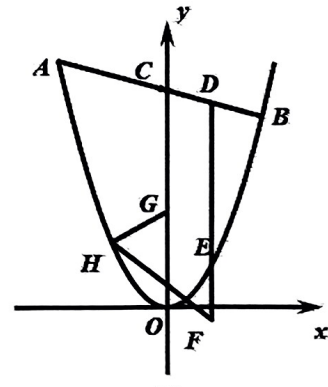


图3