

九年级数学试题 (2023.01)

本试题分试卷和答题卡两部分. 第I卷共 2 页, 满分为 40 分; 第II卷共 6 页, 满分为 110 分. 本试题共 8 页, 满分为 150 分. 考试时间为 120 分钟.

答卷前, 请考生务必将自己的姓名、准考证号、座号、考试科目涂写在答题卡上, 并同时 will 考点、姓名、准考证号、座号填写在试卷规定的位置. 考试结束后, 将试卷、答题卡一并交回. 本考试不允许使用计算器.

第 I 卷 (选择题 共 40 分)

注意事项:

第I卷为选择题, 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑; 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 答案写在试卷上无效.

一、选择题 (本大题共 10 个小题, 每小题 4 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.)

1. 若 $\frac{a}{5} = \frac{b}{8}$, 则 $\frac{a}{b}$ 等于 ()

- A. $\frac{8}{5}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{5}{8}$

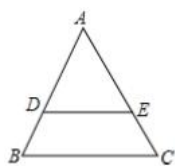
2. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像经过点 $(3, 2)$, 那么下列四个点中, 也在这个函数图像上的是 ().

- A. $(-3, -2)$ B. $(3, -2)$ C. $(1, -6)$ D. $(-6, 1)$

3. 把抛物线 $y = -2x^2$ 先向右平移 1 个单位长度, 再向上平移 2 个单位长度后, 所得函数的表达式为 ()

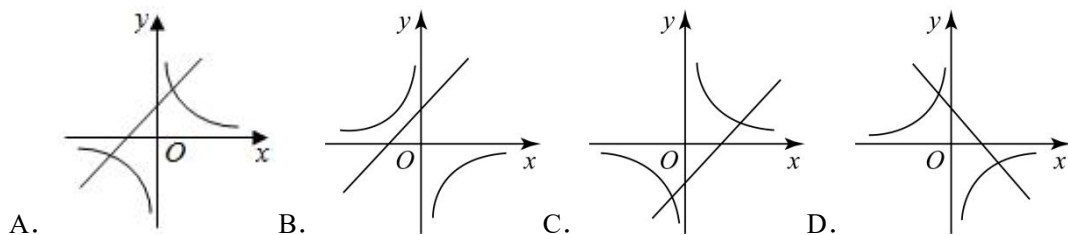
- A. $y = -2(x+1)^2 + 2$ B. $y = -2(x+1)^2 - 2$
C. $y = -2(x-1)^2 + 2$ B. $y = -2(x-1)^2 - 2$

4. 如图, 已知 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 且 $AD:DB = 2:1$, 则 $S_{\triangle ADE}:S_{\triangle ABC} = ()$



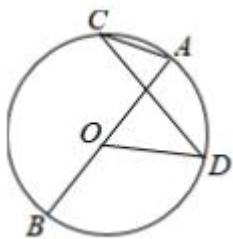
- A. 2:1 B. 4:1 C. 2:3 D. 4:9

5. 在同一平面直角坐标系中, 函数 $y = kx + k$ 与 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象可能是 ()

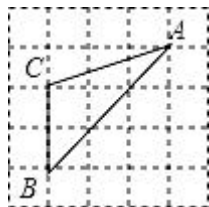


6. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 、 D 在 $\odot O$ 上. 若 $\angle BOD = 130^\circ$, 则 $\angle ACD$ 的度数为 ()

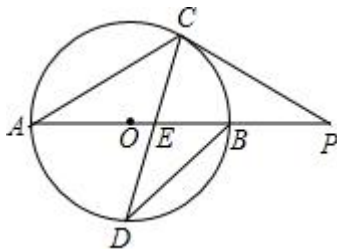
- A. 50° B. 30° C. 25° D. 20°



第 6 题图



第 8 题图



第 9 题图

7. 若点 $A(-6, y_1)$, $B(-1, y_2)$, $C(3, y_3)$ 都在反比例函数 $y = \frac{m}{x} (m > 0)$ 的图象上, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系为 ()

- A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_2 > y_3 > y_1$ C. $y_3 > y_2 > y_1$ D. $y_3 > y_1 > y_2$

8. 如图, $\triangle ABC$ 的顶点是正方形网格的格点, 则 $\sin A$ 的值为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

9. AB 为 $\odot O$ 的直径, 延长 AB 到点 P , 过点 P 作 $\odot O$ 的切线, 切点为 C , 连接 AC , $\angle P = 40^\circ$, D 为圆上一点, 则 $\angle D$ 的度数为 ()

- A. 20° B. 25° C. 30° D. 40°

10. 在平面直角坐标系中, 若点 P 的横坐标和纵坐标相等, 则称点 P 为雅系点, 已知二次函数

$y = ax^2 - 4x + c (a \neq 0)$ 的图象上有且只有一个雅系点 $\left(-\frac{5}{2}, -\frac{5}{2}\right)$, 且当 $m \leq x \leq 0$ 时, 函数

$y = ax^2 - 4x + c + \frac{1}{4} (a \neq 0)$ 的最小值为 -6 , 最大值为 -2 , 则 m 的取值范围是 ()

- A. $-1 \leq m \leq 0$ B. $-\frac{7}{2} \leq m \leq -2$ C. $-4 \leq m \leq -2$ D. $-\frac{7}{2} \leq m \leq -\frac{9}{4}$

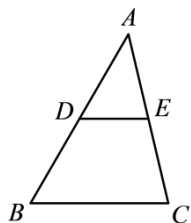
第 II 卷 (非选择题 共 110 分)

注意事项:

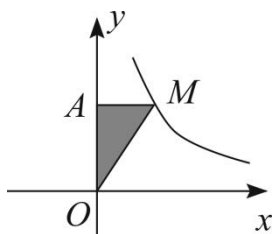
所有答案必须用 0.5 毫米的黑色签字笔(不得使用铅笔和圆珠笔)写在答题卡各题目指定区域内(超出方框无效), 不能写在试卷上, 不能使用涂改液、修正带等. 不按以上要求作答, 答案无效.

二、填空题(本大题共 6 个小题. 每小题 4 分, 共 24 分. 把答案填在答题卡的横线上.)

11. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BC = 4\text{cm}$, 点 D 是 AB 的中点, 过点 D 作 $DE \parallel BC$ 交 AC 于点 E , 则 $DE = \underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$.



第 11 题图

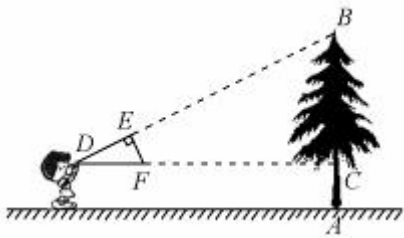


第 12 题图

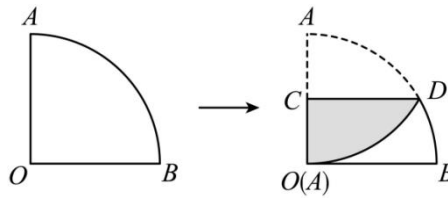
12. 如图, M 为反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上的一点, MA 垂直 y 轴, 垂足为 A , $\triangle MAO$ 的面积为 2, 则 k 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 5$, $BC = 3$, 那么 $\cos A$ 的值是_____.

14. 如图, 小明同学用自制的直角三角形纸板 DEF 测量树的高度 AB , 他调整自己的位置, 设法使斜边 DF 保持水平, 并且边 DE 与点 B 在同一直线上. 已知纸板的两条直角边 $DE = 40\text{cm}$, $EF = 20\text{cm}$, 测得边 DF 离地面的高度 $AC = 1.5\text{m}$, $CD = 8\text{m}$, 则树高 $AB =$ _____ m .



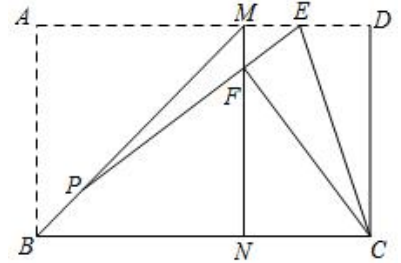
第 14 题图



图①

图②

第 15 题图



第 16 题图

15. 如图①, 一个扇形纸片的圆心角为 90° , 半径为 4. 如图②, 将这张扇形纸片折叠, 使点 A 与点 O 恰好重合, 折痕为 CD , 图中阴影为重合部分, 则阴影部分的面积为_____.

16. 如图, 在矩形纸片 $ABCD$ 中, 将 AB 沿 BM 翻折, 使点 A 落在 BC 上的点 N 处, BM 为折痕, 连接 MN ; 再将 CD 沿 CE 翻折, 使点 D 恰好落在 MN 上的点 F 处, CE 为折痕, 连接 EF 并延长交 BM 于点 P , 若 $AD = 8$, $AB = 5$, 则线段 PE 的长等于_____.

三、解答题(本大题共 10 个小题, 共 86 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.)

17. (本小题满分 6 分) 计算

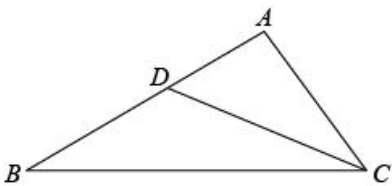
$$2\cos 45^\circ - \frac{3}{2}\tan 30^\circ \cos 30^\circ + \sin^2 60^\circ$$

18. (本小题满分 6 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y = x^2 - 2mx + 5m$ 的图象经过点 $(1, -2)$.

(1) 求二次函数的表达式;

(2) 求二次函数图象的对称轴.

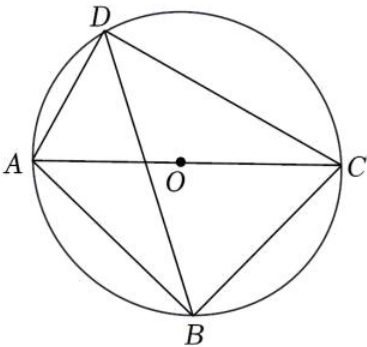
19. (本小题满分 6 分) 如图，已知 $\angle ACD = \angle B$ ， $BD = 5$ ， $AD = 4$ ，求 AC 的长.



20. (本小题满分 8 分) 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ， AC 为 $\odot O$ 的直径， $\angle ADB = \angle CDB$.

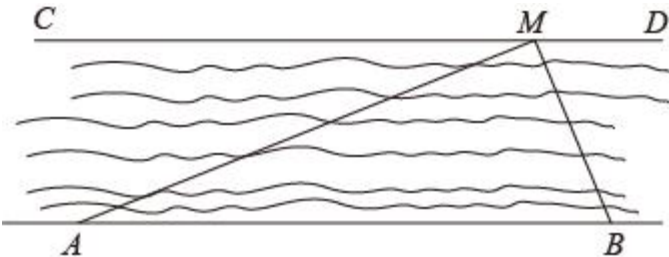
(1)试判断 $\triangle ABC$ 的形状，并给出证明；

(2)若 $AB = 2\sqrt{2}$ ， $AD = 2$ ，求 CD 的长度.



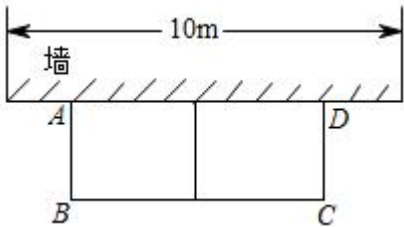
21. (本小题满分 8 分) 小军同学想利用所学的“锐角三角函数”知识测量一段两岸平行的河流宽度. 他先在河岸设立 A ， B 两个观测点，然后选定对岸河边的一棵树记为点 M . 测得 $AB = 50\text{m}$ ， $\angle MAB = 22^\circ$ ， $\angle MBA = 67^\circ$. 请你依据所测数据求出这段河流的宽度（结果精确到 0.1m ）.

参考数据： $\sin 22^\circ \approx \frac{3}{8}$ ， $\cos 22^\circ \approx \frac{15}{16}$ ， $\tan 22^\circ \approx \frac{2}{5}$ ， $\sin 67^\circ \approx \frac{12}{13}$ ， $\cos 67^\circ \approx \frac{5}{13}$ ， $\tan 67^\circ \approx \frac{12}{5}$.



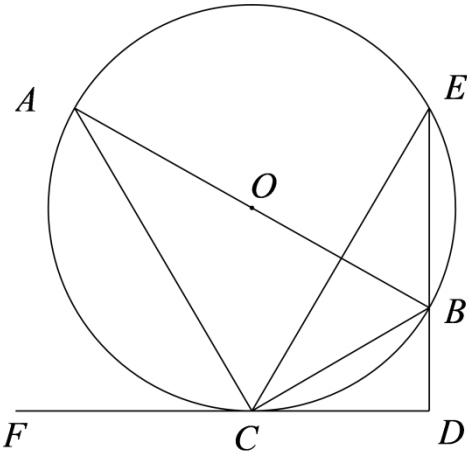
22. (本小题满分 8 分) 如图，有长为 18m 的篱笆，一面利用墙（墙的最大可用长度为 10m）围成中间隔有一道篱笆的长方形养鸡场 ABCD，设养鸡场的宽 AB 为 x m，长为 BC，面积为 y m².

- (1) 求 y 与 x 的函数关系，并写出 x 的取值范围；
- (2) 当长方形的长、宽各为多少时，养鸡场的面积最大，最大面积是多少？



23. (本小题满分 10 分) 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， AB 是直径，过点 C 作 $\odot O$ 的切线 FC ，过点 B 作 $BD \perp FC$ 于点 D ， DB 的延长线交 $\odot O$ 于点 E .

- (1) 求证： $\angle ABC = \angle DBC$ ；
- (2) 若 $\odot O$ 的半径为 5， $BC = 6$ ，求 CE 的长.



24. (本小题满分 10 分) 如图, 函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象过点 $A(n, 2)$ 和 $B\left(\frac{8}{5}, 2n-3\right)$ 两点.

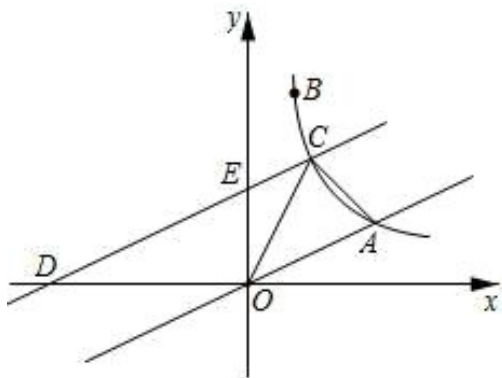


图 1

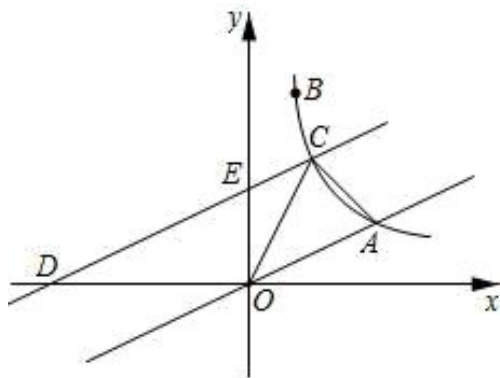


图 2 (备用图)

(1) 求 n 和 k 的值;

(2) 将直线 OA 沿 x 轴向左移动得直线 DE , 交 x 轴于点 D , 交 y 轴于点 E , 交 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 于点 C , 若 $S_{\triangle ACO} = 6$, 求直线 DE 解析式;

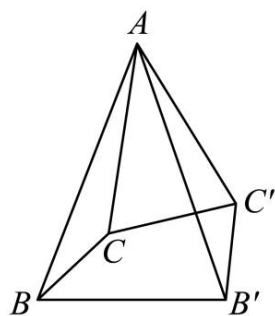
(3) 在 (2) 的条件下, 第二象限内是否存在点 F , 使得 $\triangle DEF$ 是以 DE 为腰的等腰直角三角形, 若存在, 请直接写出点 F 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

25. (本小题满分 12 分)

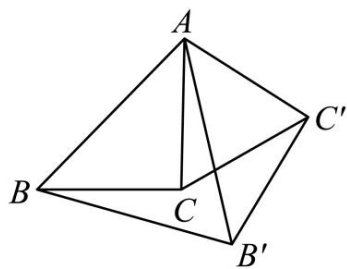
(1) 尝试: 如图①, $\triangle ABC$ 中, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 按逆时针方向旋转一定角度得到 $\triangle AB'C'$, 点 B、C 的对应点分别为 B' 、 C' , 连接 BB' 、 CC' , 图中有哪一对相似三角形 (全等除外), 并给出证明;

(2) 拓展: 如图②, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = BC$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 按逆时针方向旋转一定角度得到 $\triangle AB'C'$, 点 B、C 的对应点分别为 B' 、 C' , 连接 BB' 、 CC' , 若 $BB' = 8$, 求 CC' 的长;

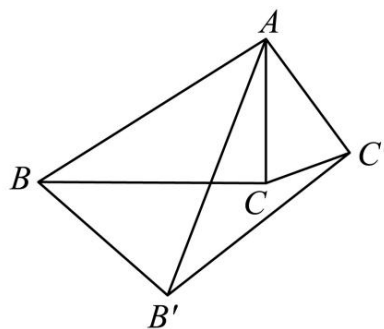
(3) 应用: 如图③, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 2$, $\angle ABC = 30^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 按逆时针方向旋转一周, 在旋转过程中, 当点 B 的对应点 B' 恰好落在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的 BC 边所在的直线上时, 直接写出此时点 C 的运动路径长.



图①

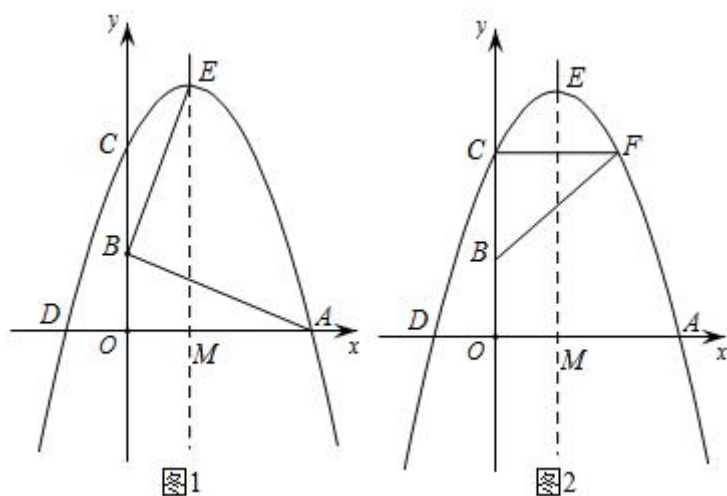


图②



图③

26. (本小题满分 12 分) 如图, 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴的两个交点分别为 $A(3, 0), D(-1, 0)$, 与 y 轴交于点 C , 点 B 在 y 轴正半轴上, 且 $OB = OD$.



- (1) 求抛物线的解析式;
- (2) 如图 1, 抛物线的顶点为点 E , 对称轴交 x 轴于点 M , 连接 BE 、 AB , 请在抛物线的对称轴上找一点 Q , 使 $\angle QBA = \angle BEM$, 求出点 Q 的坐标;
- (3) 如图 2, 过点 C 作 $CF \parallel x$ 轴, 交抛物线于点 F , 连接 BF , 点 G 是 x 轴上一点, 在抛物线上存在点 N , 使以点 B 、 F 、 G 、 N 为顶点的四边形是平行四边形, 请你直接写出点 N 的坐标。