

## 2022-2023 学年第一学期期末自主测试 (2023.01)

### 八年级数学试卷

一. 选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每小题给出的四个选项中, 恰有一项是符合题目要求的, 请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上.)

1. 甲骨文是我国古代的一种文字, 是汉字的早期形式, 反映了我国悠久的历史, 体现了我国古代劳动人民的智慧, 下列甲骨文中, 不是轴对称图形的是( )



2. 华为麒麟 990 芯片采用了最新的 0.000000007 米的工艺制程, 将数字 0.000000007 用科学记数法表示为( )

- A.  $7 \times 10^{-9}$       B.  $7 \times 10^{-8}$       C.  $0.7 \times 10^{-9}$       D.  $0.7 \times 10^{-8}$

3. 下列计算正确的是( )

- A.  $a^3 \cdot a^4 = a^{12}$       B.  $(ab^2)^3 = ab^6$       C.  $a^{10} \div a^2 = a^5$       D.  $(-a^4)^2 = a^8$

4. 若  $x$ 、 $y$  的值均扩大为原来的 3 倍, 则下列分式的值保持不变的是( )

- A.  $\frac{x}{y+1}$       B.  $\frac{x+y}{x+1}$       C.  $\frac{xy}{x+y}$       D.  $\frac{2x}{3x-y}$

5. 已知  $x^a = 3, x^b = 4$ , 则  $x^{3a+2b}$  的值为( )

- A.  $\frac{27}{16}$       B.  $\frac{27}{8}$       C. 432      D. 216

6. 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 分别以点  $A, B$  为圆心, 大于  $\frac{1}{2}AB$  长为半径画弧, 两弧相交于点  $E, F$ , 连接  $AE, BE$ , 作直线  $EF$  交  $AB$  于点  $M$ , 连接  $CM$ , 则下列判断不正确的是( )

- A.  $AB = 2CM$       B.  $EF \perp AB$       C.  $AE = BE$       D.  $AM = BM$

7. 已知  $a + b = 1, ab = -6$ , 则  $a^3b - 2a^2b^2 + ab^3$  的值为( )

- A. 57      B. 120      C.  $-3^9$       D. -150

8. 胜利乡决定对一段长 7000 米的公路进行修建改造. 根据需要, 该工程在实际施工时增加施工人员, 每天修建的公路比原计划增加了 40%, 结果提前 5 天完成任务, 设原计划每天修建  $x$  米, 那么下面所列方程中正确的是( )

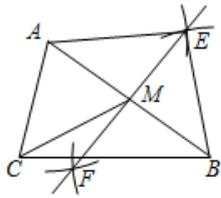
- A.  $\frac{7000}{x} + 5 = \frac{7000}{(1+40\%)x}$       B.  $\frac{7000}{x} = \frac{7000}{(1-40\%)x} - 5$   
 C.  $\frac{7000}{x} - 5 = \frac{7000}{(1+40\%)x}$       D.  $\frac{7000}{x} = \frac{7000}{(1-40\%)x} + 5$

9. 若关于  $x$  的一元一次不等式组  $\begin{cases} x - 2 > \frac{3x-2}{2} \\ 3x - a \leq 2 \end{cases}$  的解集为  $x < -2$ , 且关于  $y$  的分式方程  $\frac{2y}{y+1} = \frac{a}{y+1} - 1$  的解为负整数, 则所有满足条件的整数  $a$  的值之和是( )

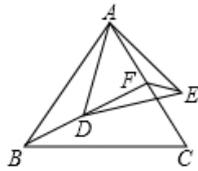
- A. -15                      B. -13                      C. -7                      D. -5

10. 如图, 边长为  $a$  的等边  $\triangle ABC$  中,  $BF$  是  $AC$  上中线且  $BF = b$ , 点  $D$  在  $BF$  上, 连接  $AD$ , 在  $AD$  的右侧作等边  $\triangle ADE$ , 连接  $EF$ , 则  $\triangle AEF$  周长的最小值是( )

- A.  $\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b$                       B.  $\frac{1}{2}a + b$                       C.  $a + \frac{1}{2}b$                       D.  $\frac{3}{2}a$



(第 6 题)



(第 10 题)

二. 填空题 (本大题共 8 小题, 第 11~12 小题每小题 3 分, 第 13~18 小题每小题 4 分, 共 30 分. 不需写出解答过程, 请把最终结果直接填写在答题卡相应位置上)

11. 若二次根式  $\sqrt{1-x}$  在实数范围内有意义, 则  $x$  的取值范围是.

12.  $2^{33}$ 、 $4^{18}$ 、 $8^{10}$  的大小关系是(用  $>$  号连接)\_\_\_\_\_.

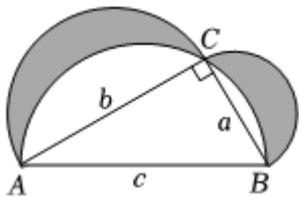
13. 代数式  $4x^2 + 3mx + 9$  是完全平方式,  $m =$ \_\_\_\_\_.

14. 李老师和“几何小分队”的队员们在学习数学史时, 发现了一个著名的“希波克拉蒂月牙问题

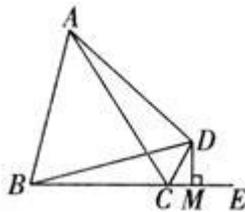
(Hippocrate's Theorem)”: 如图在  $Rt \triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $a = 6$ ,  $b = 8$ ,  $c = 10$ , 分别以  $Rt \triangle ABC$  的各边为直径作半圆, 则图中两个“月牙”即阴影部分面积为\_\_\_\_\_.

15. 若等腰三角形的两边长分别为 5 和 11, 则这个等腰三角形的周长为\_\_\_\_\_.

16. 如图,  $B, C, E$  三点在同一条直线上,  $CD$  平分  $\angle ACE$ ,  $DB = DA$ ,  $DM \perp BE$  于点  $M$ . 若  $AC = 2$ ,  $BC = \frac{3}{2}$ , 则  $CM$  的长为\_\_\_\_\_.



(第 14 题)



(第 16 题)

17. 若  $x, y$  为实数, 且  $y < \sqrt{x-1} + \sqrt{1-x} + 3$ , 化简:  $|y-3| - \sqrt{y^2 - 8y + 16} =$ \_\_\_\_\_.

18. 已知实数  $m, n$  满足  $n = km + 3$ ,  $(m^2 - 2m + 5)(n^2 - 4n + 8) = 16$ , 则  $k =$ \_\_\_\_\_.

三. 解答题 (本大题共 8 小题, 共 90 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (本小题满分 12 分) 计算:

(1)  $2^{-2} + \sqrt{2}(\sqrt{2} - 1) - (\pi - 2019)^0 - \sqrt{\frac{1}{16}}$

(2)  $(\frac{1}{8}a^2b) \cdot (-2ab^2)^2 \div (-\frac{3}{4}a^2b^4)$ ;

20. (本小题满分 10 分)

(1) 解方程:  $\frac{2+x}{2-x} + \frac{16}{x^2-4} = -1$

(2) 因式分解:  $-3ax^2 + 18axy - 27ay^2$

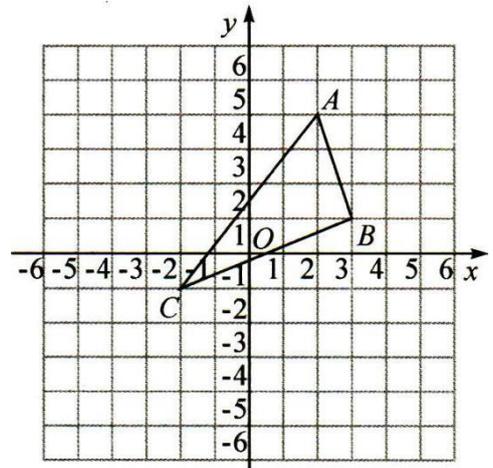
21. (本小题满分 8 分) 先化简, 再求值:  $(1 - \frac{m}{m-3}) \div \frac{m^2-3m}{m^2-6m+9}$ , 其中  $m = 4\sqrt{3}$ .

22. (本小题满分 12 分) 如图, 在平面直角坐标系中,  $A(2,4)$ ,  $B(3,1)$ ,  $C(-2,-1)$ .

(1) 在图中作出  $\triangle ABC$  关于  $x$  轴的对称图形  $\triangle A_1B_1C_1$ , 并直接写出点  $C_1$  的坐标;

(2) 求  $\triangle ABC$  的面积;

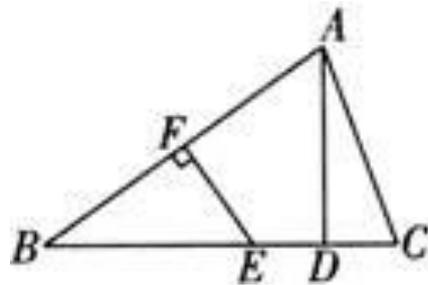
(3) 点  $P(a, a-2)$  与点  $Q$  关于  $x$  轴对称, 若  $PQ = 8$ , 直接写出点  $P$  的坐标.



23. (本小题满分 9 分) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB$  的垂直平分线  $EF$  交  $BC$  于点  $E$ , 交  $AB$  于点  $F$ ,  $D$  为线段  $CE$  的中点,  $BE = AC$ .

(1) 求证:  $AD \perp BC$ ;

(2) 若  $\angle BAC = 75^\circ$ , 求  $\angle B$  的度数.



24. (本小题满分 11 分) 春节前夕, 某超市用 6000 元购进了一批箱装饮料, 上市后很快售完, 接着又用 8800 元购进第二批这种箱装饮料. 已知第二批所购箱装饮料的进价比第一批每箱多 20 元, 且数量是第一批箱数的  $\frac{4}{3}$  倍.

(1) 求第一批箱装饮料每箱的进价是多少元;

(2) 若两批箱装饮料按相同的标价出售, 为加快销售, 商家决定最后的 10 箱饮料按八折出售, 如果两批箱装饮料全部售完利润率不低于 36% (不考虑其他因素), 那么每箱饮料的标价至少多少元?

25. (本小题满分 14 分) 定义: 若分式  $M$  与分式  $N$  的差等于它们的积, 即  $M - N = MN$ , 则称分式  $N$  是分式  $M$  的“关联分式”. 如  $\frac{1}{x+1}$  与  $\frac{1}{x+2}$ , 因为  $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} = \frac{1}{(x+1)(x+2)}$ ,  $\frac{1}{x+1} \times \frac{1}{x+2} = \frac{1}{(x+1)(x+2)}$ , 所以  $\frac{1}{x+2}$  是  $\frac{1}{x+1}$  的“关联分式”.

(1) 已知分式  $\frac{2}{a^2-1}$ , 则  $\frac{2}{a^2+1} - \frac{2}{a^2-1}$  的“关联分式”(填“是”或“不是”);

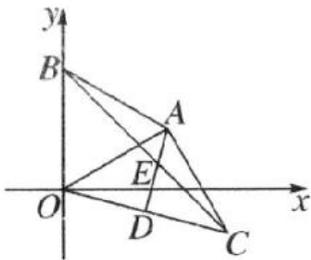
(2) 小明在求分式  $\frac{1}{x^2+y^2}$  的“关联分式”时, 用了以下方法: 设  $\frac{1}{x^2+y^2}$  的“关联分式”为  $N$ , 则  $\frac{1}{x^2+y^2} - N = \frac{1}{x^2+y^2} \times N$ ,  $\therefore (\frac{1}{x^2+y^2} + 1)N = \frac{1}{x^2+y^2}$ ,

$\therefore N = \frac{1}{x^2+y^2+1}$ . 请你仿照小明的方法求分式  $\frac{a-b}{2a+3b}$  的“关联分式”.

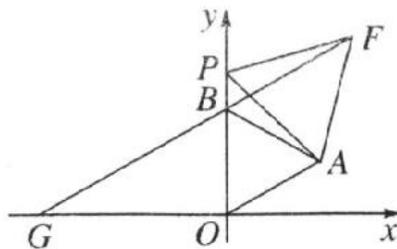
(3) ① 观察(1)(2)的结果, 寻找规律, 直接写出分式  $\frac{y}{x}$  的“关联分式”:     ;

② 用发现的规律解决问题: 若  $\frac{4n-2}{mx+m}$  是  $\frac{4m+2}{mx+n}$  的“关联分式”, 求实数  $m, n$  的值.

26. (本小题满分 14 分) 在平面直角坐标系中, 已知点  $A$  在第一象限, 点  $B$  在  $y$  轴的正半轴上,  $BO = a$ ,  $AO = b$ ,  $AB = c$ , 且有  $a^2 + c^2 + 2b^2 - 2ab - 2bc = 0$ .



图①



图②

(1) 请判断  $\triangle ABO$  的形状, 并说明理由;

(2) 如图①,  $AO \perp AC$ , 且  $AO = AC$ , 点  $D$  为  $OC$  的中点,  $BC$  和  $AD$  交于点  $E$ , 求证:  $BE = AE + EC$ ;

(3) 如图②,  $P$  点在点  $B$  的上方运动, 以  $AP$  为边在第一象限内作一个等边  $\triangle APF$ , 延长  $FB$  交  $x$  轴于点  $G$ . 问:  $BG$  与  $AO$  之间有何数量关系, 试证明你的结论.