

2022-2023 学年第一学期期末自主测试 (2023.01)

八年级数学试卷

一. 选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每小题给出的四个选项中, 恰有一项是符合题目要求的, 请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上.)

1. 甲骨文是我国古代的一种文字, 是汉字的早期形式, 反映了我国悠久的历史, 体现了我国古代劳动人民的智慧, 下列甲骨文中, 不是轴对称图形的是()



2. 华为麒麟 990 芯片采用了最新的 0.000000007 米的工艺制程, 将数字 0.000000007 用科学记数法表示为()

- A. 7×10^{-9} B. 7×10^{-8} C. 0.7×10^{-9} D. 0.7×10^{-8}

3. 下列计算正确的是()

- A. $a^3 \cdot a^4 = a^{12}$ B. $(ab^2)^3 = ab^6$ C. $a^{10} \div a^2 = a^5$ D. $(-a^4)^2 = a^8$

4. 若 x 、 y 的值均扩大为原来的 3 倍, 则下列分式的值保持不变的是()

- A. $\frac{x}{y+1}$ B. $\frac{x+y}{x+1}$ C. $\frac{xy}{x+y}$ D. $\frac{2x}{3x-y}$

5. 已知 $x^a = 3, x^b = 4$, 则 x^{3a+2b} 的值为()

- A. $\frac{27}{16}$ B. $\frac{27}{8}$ C. 432 D. 216

6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 分别以点 A, B 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AB$ 长为半径画弧, 两弧相交于点 E, F , 连接 AE, BE , 作直线 EF 交 AB 于点 M , 连接 CM , 则下列判断不正确的是()

- A. $AB = 2CM$ B. $EF \perp AB$ C. $AE = BE$ D. $AM = BM$

7. 已知 $a + b = 1, ab = -6$, 则 $a^3b - 2a^2b^2 + ab^3$ 的值为()

- A. 57 B. 120 C. -39 D. -150

8. 胜利乡决定对一段长 7000 米的公路进行修建改造. 根据需要, 该工程在实际施工时增加施工人员, 每天修建的公路比原计划增加了 40%, 结果提前 5 天完成任务, 设原计划每天修建 x 米, 那么下面所列方程中正确的是()

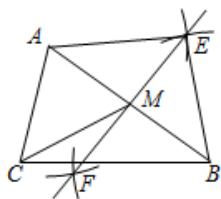
- A. $\frac{7000}{x} + 5 = \frac{7000}{(1+40\%)x}$ B. $\frac{7000}{x} = \frac{7000}{(1-40\%)x} - 5$
C. $\frac{7000}{x} - 5 = \frac{7000}{(1+40\%)x}$ D. $\frac{7000}{x} = \frac{7000}{(1-40\%)x} + 5$

9. 若关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} x - 2 > \frac{3x-2}{2} \\ 3x - a \leq 2 \end{cases}$ 的解集为 $x < -2$ ，且关于 y 的分式方程 $\frac{2y}{y+1} = \frac{a}{y+1} - 1$ 的解为负整数，则所有满足条件的整数 a 的值之和是()

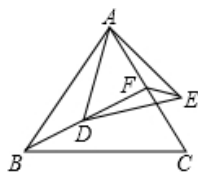
- A. -15 B. -13 C. -7 D. -5

10. 如图，边长为 a 的等边 $\triangle ABC$ 中， BF 是 AC 上中线且 $BF = b$ ，点 D 在 BF 上，连接 AD ，在 AD 的右侧作等边 $\triangle ADE$ ，连接 EF ，则 $\triangle AEF$ 周长的最小值是()

- A. $\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b$ B. $\frac{1}{2}a + b$ C. $a + \frac{1}{2}b$ D. $\frac{3}{2}a$



(第 6 题)



(第 10 题)

二. 填空题 (本大题共 8 小题，第 11~12 小题每小题 3 分，第 13~18 小题每小题 4 分，共 30 分。不需写出解答过程，请把最终结果直接填写在答题卡相应位置上)

11. 若二次根式 $\sqrt{1-x}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是。

12. 2^{33} 、 4^{18} 、 8^{10} 的大小关系是(用 $>$ 号连接)_____.

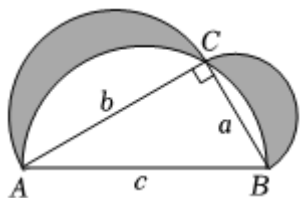
13. 代数式 $4x^2 + 3mx + 9$ 是完全平方式， $m =$ _____.

14. 李老师和“几何小分队”的队员们在学习数学史时，发现了一个著名的“希波克拉蒂月牙问题

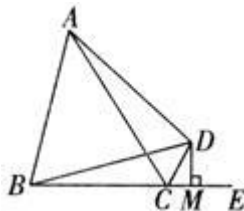
(Hippocrate's Theorem)”: 如图在 $Rt \triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $a = 6$ ， $b = 8$ ， $c = 10$ ，分别以 $Rt \triangle ABC$ 的各边为直径作半圆，则图中两个“月牙”即阴影部分面积为_____.

15. 若等腰三角形的两边长分别为 5 和 11，则这个等腰三角形的周长为_____.

16. 如图， B ， C ， E 三点在同一条直线上， CD 平分 $\angle ACE$ ， $DB = DA$ ， $DM \perp BE$ 于点 M 。若 $AC = 2$ ， $BC = \frac{3}{2}$ ，则 CM 的长为_____.



(第 14 题)



(第 16 题)

17. 若 x ， y 为实数，且 $y < \sqrt{x-1} + \sqrt{1-x} + 3$ ，化简： $|y-3| - \sqrt{y^2 - 8y + 16} =$ _____.

18. 已知实数 m ， n 满足 $n = km + 3$ ， $(m^2 - 2m + 5)(n^2 - 4n + 8) = 16$ ，则 $k =$ _____.

三. 解答题 (本大题共 8 小题，共 90 分。请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (本小题满分 12 分) 计算:

(1) $2^{-2} + \sqrt{2}(\sqrt{2} - 1) - (\pi - 2019)^0 - \sqrt{\frac{1}{16}}$

(2) $(\frac{1}{8}a^2b) \cdot (-2ab^2)^2 \div (-\frac{3}{4}a^2b^4)$;

20. (本小题满分 10 分)

(1) 解方程: $\frac{2+x}{2-x} + \frac{16}{x^2-4} = -1$

(2) 因式分解: $-3ax^2 + 18axy - 27ay^2$

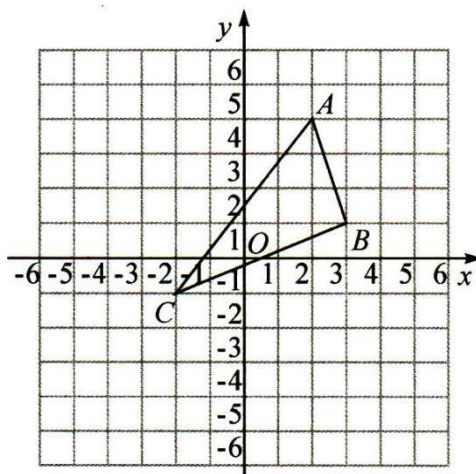
21. (本小题满分 8 分) 先化简, 再求值: $(1 - \frac{m}{m-3}) \div \frac{m^2-3m}{m^2-6m+9}$, 其中 $m = 4\sqrt{3}$.

22. (本小题满分 12 分) 如图, 在平面直角坐标系中, $A(2,4)$, $B(3,1)$, $C(-2,-1)$.

(1) 在图中作出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴的对称图形 $\triangle A_1B_1C_1$, 并直接写出点 C_1 的坐标;

(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积;

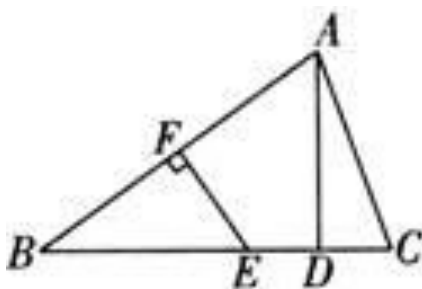
(3) 点 $P(a, a-2)$ 与点 Q 关于 x 轴对称, 若 $PQ = 8$, 直接写出点 P 的坐标.



23. (本小题满分 9 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AB 的垂直平分线 EF 交 BC 于点 E , 交 AB 于点 F , D 为线段 CE 的中点, $BE = AC$.

(1) 求证: $AD \perp BC$;

(2) 若 $\angle BAC = 75^\circ$, 求 $\angle B$ 的度数.



24. (本小题满分 11 分) 春节前夕, 某超市用 6000 元购进了一批箱装饮料, 上市后很快售完, 接着又用 8800 元购进第二批这种箱装饮料. 已知第二批所购箱装饮料的进价比第一批每箱多 20 元, 且数量是第一批箱数的 $\frac{4}{3}$ 倍.

(1) 求第一批箱装饮料每箱的进价是多少元;

(2) 若两批箱装饮料按相同的标价出售, 为加快销售, 商家决定最后的 10 箱饮料按八折出售, 如果两批箱装饮料全部售完利润率不低于 36% (不考虑其他因素), 那么每箱饮料的标价至少多少元?

25. (本小题满分 14 分) 定义: 若分式 M 与分式 N 的差等于它们的积, 即 $M - N = MN$, 则称分式 N 是分式 M 的“关联分式”. 如 $\frac{1}{x+1}$ 与 $\frac{1}{x+2}$, 因为 $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} = \frac{1}{(x+1)(x+2)}$, $\frac{1}{x+1} \times \frac{1}{x+2} = \frac{1}{(x+1)(x+2)}$, 所以 $\frac{1}{x+2}$ 是 $\frac{1}{x+1}$ 的“关联分式”.

(1) 已知分式 $\frac{2}{a^2-1}$, 则 $\frac{2}{a^2+1}$ 的“关联分式”(填“是”或“不是”);

(2) 小明在求分式 $\frac{1}{x^2+y^2}$ 的“关联分式”时, 用了以下方法: 设 $\frac{1}{x^2+y^2}$ 的“关联分式”为 N , 则 $\frac{1}{x^2+y^2} - N =$

$$\frac{1}{x^2+y^2} \times N, \therefore \left(\frac{1}{x^2+y^2} + 1\right)N = \frac{1}{x^2+y^2},$$

$\therefore N = \frac{1}{x^2+y^2+1}$. 请你仿照小明的方法求分式 $\frac{a-b}{2a+3b}$ 的“关联分式”.

(3) ① 观察(1)(2)的结果, 寻找规律, 直接写出分式 $\frac{y}{x}$ 的“关联分式”: ;

② 用发现的规律解决问题: 若 $\frac{4n-2}{mx+m}$ 是 $\frac{4m+2}{mx+n}$ 的“关联分式”, 求实数 m, n 的值.

26. (本小题满分 14 分) 在平面直角坐标系中, 已知点 A 在第一象限, 点 B 在 y 轴的正半轴上, $BO = a$, $AO = b$, $AB = c$, 且有 $a^2 + c^2 + 2b^2 - 2ab - 2bc = 0$.

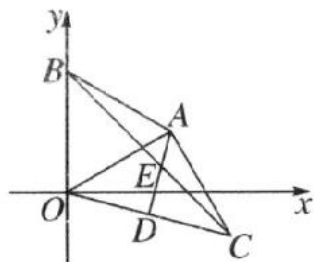


图 ①

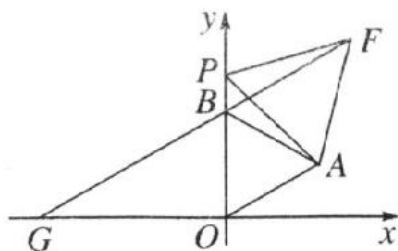


图 ②

(1) 请判断 $\triangle ABO$ 的形状, 并说明理由;

(2) 如图①, $AO \perp AC$, 且 $AO = AC$, 点 D 为 OC 的中点, BC 和 AD 交于点 E , 求证: $BE = AE + EC$;

(3) 如图②, P 点在点 B 的上方运动, 以 AP 为边在第一象限内作一个等边 $\triangle APF$, 延长 FB 交 x 轴于点 G . 问:

BG 与 AO 之间有何数量关系, 试证明你的结论.