

# 2022 年北海市初中学业水平第二次模拟考试试卷

## 数学模拟（二）参考答案

### 一、选择题（每小题 3 分，共 36 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	C	D	A	B	A	C	D	D	A	B	B

### 二、填空题（每小题 3 分，共 18 分）

13.  $x \neq -3$     14.  $(1+x)(1-x)$     15. 0.95    16.  $y = -\frac{2}{x}$     17.  $\frac{8}{3}$     18.  $\sqrt{3}-1$

### 三、解答题（本大题共 66 分）

19. （6 分）解：原式  $= 5 \times \frac{1}{5} - 4 + 3 \dots\dots\dots 3$  分  
 $= 1 - 4 + 3 \dots\dots\dots 4$  分  
 $= -3 + 3 \dots\dots\dots 5$  分  
 $= 0 \dots\dots\dots 6$  分

20. （6 分）解方程：  $3x^2 - 27 = 0$

解：  $3(x^2 - 9) = 0 \dots\dots\dots 1$  分  
 $3(x+3)(x-3) = 0 \dots\dots\dots 3$  分  
 $(x+3) = 0$  或  $(x-3) = 0 \dots\dots\dots 4$  分  
 $x_1 = -3$  或  $x_2 = 3 \dots\dots\dots 6$  分

### 21. （8 分）

（1）如右图：  $\dots\dots\dots 5$  分

（2）  $\because AE \perp BE$  于点  $E, \angle ABC = 40^\circ$

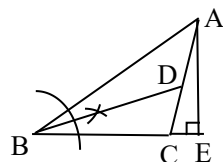
$\therefore \angle BAE = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ \dots\dots\dots 6$  分

$\because \angle BAC = 30^\circ$

$\therefore \angle CAE = \angle BAE - \angle BAC \dots\dots\dots 7$  分

$= 50^\circ - 30^\circ$

$= 20^\circ \dots\dots\dots 8$  分



第 21 题图

22. （8 分）解：（1）  $a=1, b=4, c=85, d=84; \dots\dots\dots 4$  分

（2）小林同学是奋斗班的学生。  $\dots\dots\dots 5$  分

理由：  $\because$  前进班和奋斗班成绩的中位数分别为 85 分和 84 分，小林同学的成绩在班级处于中上水平，必大于中位数，  $\therefore$  他是奋斗班的学生；  $\dots\dots\dots 6$  分

(3) 从平均数看, 两班学习效果相同;

从众数和中位数看, 前进班都比奋斗班高, 可见前进班高分段人数多;

但从方差看, 前进班方差远超奋斗班, 说明前进班虽然高分段学生多, 但成绩差异大, 两极分化明显, 而奋斗班学生成绩分布较为集中. (答案不唯一, 合理即可) .....8分

23. (8分) 证明: (1)  $\because AB=AC, \angle BAD=\angle CAE, AD=AE$ .....2分,

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$  (SAS); .....3分

(2)  $\triangle BOC$  是等腰三角形, .....4分

理由如下:

$\because \triangle ABD \cong \triangle ACE$ ,

$\therefore \angle ABD = \angle ACE$ , .....5分

$\because AB=AC$ ,

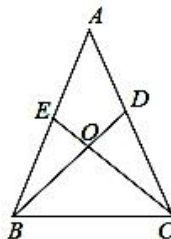
$\therefore \angle ABC = \angle ACB$ , .....6分

$\therefore \angle ABC - \angle ABD = \angle ACB - \angle ACE$ ,

$\therefore \angle OBC = \angle OCB$ , .....7分

$\therefore BO=CO$ ,

$\therefore \triangle BOC$  是等腰三角形. ....8分



第 23 题图

24. (10分) 解: (1) 当  $x=5$  时,  $EF=20-2x=10$ ,  $EH=30-2x=20$ ,

.....1分

$$\text{故 } y = 2 \times \frac{1}{2} (EH + AD) \times 20x + 2 \times \frac{1}{2} (GH + CD) \times x \times 60 + EF \cdot EH \times 40$$

$$= (20 + 30) \times 5 \times 20 + (10 + 20) \times 5 \times 60 + 20 \times 10 \times 40 = 22000 ; \quad \text{.....2分}$$

(2)  $EF=20-2x$ ,  $EH=30-2x$ , 由题意得:

$$y = (30 + 30 - 2x) \cdot x \cdot 20 + (20 + 20 - 2x) \cdot x \cdot 60 + (30 - 2x)(20 - 2x) \cdot 40$$

$$= -400x + 24000 \quad (0 < x < 10) \text{.....5分}$$

(3)  $S_{\text{甲}} = 2 \times \frac{1}{2} (EH + AD) \times x = (30 - 2x + 30)x = -2x^2 + 60x$ , .....6分

$$\text{同理 } S_{\text{乙}} = -2x^2 + 40x, \quad \text{.....7分}$$

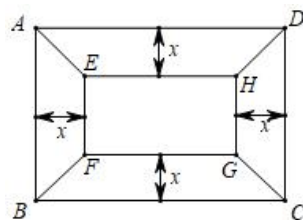
$\therefore$  甲、乙两种花卉的种植面积之差不超过  $120 \text{ 米}^2$ ,

$$\therefore -2x^2 + 60x - (-2x^2 + 40x) \leq 120$$

解得:  $x \leq 6$ , 故  $0 < x \leq 6$  .....8分

而  $y = -400x + 24000$  随  $x$  的增大而减小, 故当  $x=6$  时,  $y$  的最小值为 21600, .....9分

即三种花卉的最低种植总成本为 21600 元. ....10分



25. (10分) (1)解: 令  $y = ax^2 + bx + 2$  ( $a \neq 0$ ) 中  $x=0$ , 则  $y=2$ , 故  $OC=2$ ,

设  $OB=x$  ( $x>0$ ), 则  $OA=4OB=4x$ ,

$\because y = ax^2 + bx + 2$  ( $a \neq 0$ ) 为“黄金”抛物线,  $\therefore OC^2 = OA \cdot OB$ , 代入数据:  $4=4x^2$ , 解得  $x=1$  (负值舍去),

$\therefore OB=1, OA=4, \therefore B(1, 0), A(-4, 0)$  .....1分

代入  $y = ax^2 + bx + 2 (a \neq 0)$  中,

$$\therefore \begin{cases} 0 = a + b + 2 \\ 0 = 16a - 4b + 2 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = -\frac{3}{2} \end{cases},$$

.....2 分

$$\therefore \text{抛物线的解析式 } y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2.$$

.....3 分

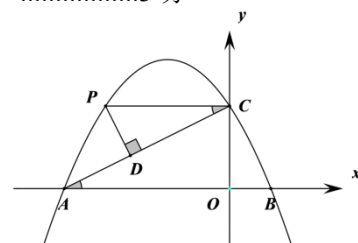
(2)①当  $\triangle ACO \sim \triangle CPD$  时, 此时  $\angle CAO = \angle PCD$ , 如下图所示:

此时  $PC \parallel x$  轴,  $\therefore P$  点与  $C$  点纵坐标相等为 2, .....4.分

将  $y = 2$  代入  $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2$  中

$$\therefore -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2 = 2, \text{解得 } x_1 = -3, x_2 = 0 (\text{舍去}), \text{ .....5 分}$$

$\therefore$  此时  $P$  坐标为  $(-3, 2)$ ; .....6 分



②过  $P$  点作  $PH \perp x$  轴于  $H$  点, 交  $AC$  于  $E$  点, 如右图所示:

则  $\angle PDE = \angle EHA = 90^\circ$ ,  $\angle PED = \angle AEH$ ,  $\therefore \angle P = \angle CAO$ ,

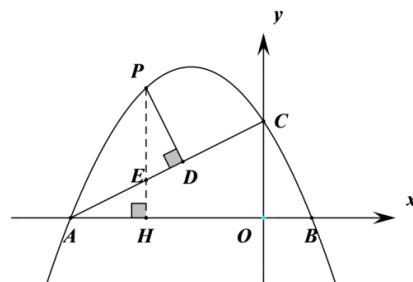
$$\therefore \cos \angle P = \cos \angle CAO = \frac{AO}{AC} = \frac{4}{2\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \therefore \frac{PD}{PE} = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \text{ 即}$$

$$PD = \frac{2\sqrt{5}}{5} PE \text{ .....7 分}$$

故要使得  $PD$  最大, 只要  $PE$  最大即可, 接下来求  $PE$  的最大值,

设直线  $AC$  的解析式为:  $y = mx + n$ , 代入  $A(-4, 0)$ 、 $C(0, 2)$ ,

$$\therefore \begin{cases} 0 = -4m + n \\ 2 = n \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ n = 2 \end{cases}, \therefore \text{直线 } AC \text{ 解析式为: } y = \frac{1}{2}x + 2, \text{ .....8 分}$$



设  $P(x, -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2)$ , 则  $E(x, \frac{1}{2}x + 2)$ ,

$$\therefore PE = (-\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2) - (\frac{1}{2}x + 2) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 2, \text{ .....9 分}$$

$\therefore P$  为  $AC$  上方抛物线上的动点,  $\therefore -4 < x < 0$ ,

$$\therefore \text{当 } x = -2 \text{ 时, } PE \text{ 有最大值为 } 2, \text{ 此时 } PD \text{ 有最大值为 } \frac{2\sqrt{5}}{5} \times 2 = \frac{4\sqrt{5}}{5},$$

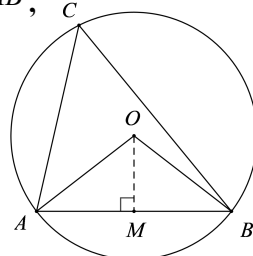
故  $PD$  的最大值为  $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ . .....10 分

26. (10分) (1) 由“定弦定角”模型, 作出图形, 如图, 过  $O$  作  $OM \perp AB$ ,

$\therefore \angle AOB = 2\angle ACB$ ,  $\angle ACB = 60^\circ$ ,

$\therefore \angle AOB = 120^\circ$ ,

$\therefore OA = OB, OM \perp AB$ ,



$$\therefore \angle AOM = \frac{1}{2} \angle AOB = 60^\circ, \quad AM = BM = \frac{1}{2} AB = 3\sqrt{3},$$

$$\therefore \angle OAM = 30^\circ$$

$$\therefore AO = \frac{AM}{\cos \angle OAM} = \frac{3\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 6,$$

故答案为:  $120^\circ, 6$ ; .....2 分

(2) ①  $\because EF \perp AB$ ,

$$\therefore \angle EFA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAF + \angle AEF = 90^\circ, \quad \text{.....3 分}$$

$\because$  点  $P$  是  $\triangle AEF$  的内心,  $\therefore PA, PE$  平分  $\angle EAF, \angle AEF$ ,

$$\therefore \angle PAE = \frac{1}{2} \angle EAF, \angle PEA = \frac{1}{2} \angle AEF,$$

$$\therefore \angle APE = 180^\circ - (\angle PAE + \angle PEA) = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle EAF + \angle AEF) = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ, \quad \text{.....4 分}$$

$$\therefore AE = AB, \angle EAP = \angle BAP, AP = AP,$$

$$\therefore \triangle APE \cong \triangle APB, \quad \text{.....5 分}$$

$$\therefore \angle BPA = \angle APE = 135^\circ; \quad \text{.....6 分}$$

②如图, 作  $\triangle APB$  的外接圆, 圆  $Q$ , 连接  $AQ, BQ, CQ$ , 过  $Q$  作  $QN \perp BC$  交的  $CB$  延长线于点  $N$ , 由题意的由“定弦定角”模型, 可知  $\angle APB = 135^\circ, AB = 6$ , .....7 分

作出  $\triangle APB$  的外接圆, 圆心为  $Q$ , 设圆的半径为  $r$ , 则  $PC$  的最小值即为  $CQ - r$ ,

$$\therefore \angle APB = 135^\circ, \text{ 设优弧 } \widehat{AB} \text{ 所对的圆心角优角为 } \alpha, \text{ 则 } \alpha = 270^\circ,$$

$$\therefore \angle AQB = 90^\circ,$$

$$\therefore QA = QB,$$

$$\therefore \angle ABQ = \angle BAQ = 45^\circ,$$

$$\therefore AB = 6,$$

$$\therefore QA = AB \cdot \sin 45^\circ = 3\sqrt{2}, \quad \text{.....8 分}$$

$\because QN \perp BC$ , 四边形  $ABCD$  是正方形,

$$\therefore AB \perp BC,$$

$$\therefore AB \parallel QN,$$

$$\therefore \angle BQN = \angle ABQ = 45^\circ,$$

$$\therefore QB = 3\sqrt{2},$$

$$\therefore QN = NB = 3,$$

$$\therefore CN = BC + BN = 9,$$

$$\therefore CQ = \sqrt{QN^2 + CN^2} = \sqrt{3^2 + 9^2} = 3\sqrt{10}, \quad \text{.....9 分}$$

$$\therefore PC \geq CQ - PQ = CQ - r = 3\sqrt{10} - 3\sqrt{2}.$$

$$\therefore PC \text{ 的最小值为 } 3\sqrt{10} - 3\sqrt{2}. \quad \text{.....10 分}$$

