



$$S_{\text{矩形}ABCD} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle CBD} = \frac{1}{2}BD \times 2 + \frac{1}{2}BD \times 2 = 4\sqrt{13}. (9 \text{ 分})$$

20. (1) 小亮; (2 分)

(2) 如图,  $\because$  在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle B = 90^\circ$ ,  $\angle C = 45^\circ$ ,

$$\therefore \angle BAC = 45^\circ = \angle C.$$

设  $AB = BC = x$ ,  $DC = 7.5$ , 则  $BD = x - 7.5$ .

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ABD \text{ 中}, \tan \angle ADB = \frac{AB}{BD},$$

$$\text{即 } \tan 50^\circ = \frac{x}{x - 7.5}, \text{ 解得 } x \approx 47 \text{ 米}.$$

$\therefore$  茗阳阁的大致高度 47 米. (9 分)

21. (1) 设购进“冰墩墩” $x$  个, 则购进“雪容融”挂件  $(200 - x)$  个, (1 分)

$$\text{由题意得: } 12x + 10(200 - x) = 2300,$$

解这个方程, 得:  $x = 150$ .

$$\therefore 200 - x = 50.$$

答: 购进“冰墩墩”150 个, “雪容融”挂件 50 个. (4 分)

(2) 设购进“冰墩墩” $m$  个, 购进两种挂件的总费用为  $y$

$$\text{元, 则 } y = 12m + 10(200 - m) = 2m + 2000.$$

由题意, 由  $m \geq 1.5(200 - m)$

$$\text{解得: } m \geq 120. (7 \text{ 分})$$

在  $y = 2m + 2000$  中

$\because 2 > 0, \therefore y$  随  $x$  的增大而增大, 减少而减少.

$\therefore$  当  $m = 120$  时,  $y_{\text{最小}} = 2240$  (元).

即购进“冰墩墩”120 个, “雪容融”挂件 80 个时, 总费用

最低为 2240 元. (9 分)

22. (1)  $\because$  点  $A(4, 0)$  在直线  $y = \frac{1}{2}x + m$  上,

$$\therefore 0 = \frac{1}{2} \times 4 + m \text{ 解得: } m = -2. (1 \text{ 分})$$

又点  $B(-\frac{3}{2}, n)$  在直线  $y = \frac{1}{2}x - 2$  上,

$$\therefore n = \frac{1}{2} \times (-\frac{3}{2}) - 2 \text{ 解得: } n = -\frac{11}{4}. (2 \text{ 分})$$

$\because$  点  $A(4, 0)$  和点  $B(-\frac{3}{2}, -\frac{11}{4})$  在二次函数的图象上,

$$\therefore \text{由题意得: } \begin{cases} 0 = -16 + 4b + c \\ -\frac{11}{4} = -\frac{9}{4} - \frac{3}{2}b + c \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} b = 3 \\ c = 4 \end{cases}. (4 \text{ 分})$$

$\therefore$  二次函数的解析式为:  $y = -x^2 + 3x + 4$ . (5 分)

(2) ① 由  $y = -x^2 + 3x + 4 = -(x + 1)(x - 4)$  可知, 点

$C$  的坐标为  $(-1, 0)$ . (6 分)

分别过点  $B$  和点  $C$  作  $BF \perp x$  轴于点  $F$ ,  $CE \perp AB$  于点  $E$ .

则线段  $CE$  即为尺子的宽度.

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ACE \text{ 和 } \text{Rt}\triangle ABF \text{ 中}, \sin \angle BAF = \frac{CE}{AC} = \frac{BF}{AB}.$$

$$\text{而 } AB = \sqrt{(4 + \frac{3}{2})^2 + (0 + \frac{11}{4})^2} = \frac{11\sqrt{5}}{4}, AC = 5, BF = \frac{11}{4}.$$

$$\text{解得: } CE = \sqrt{5}.$$

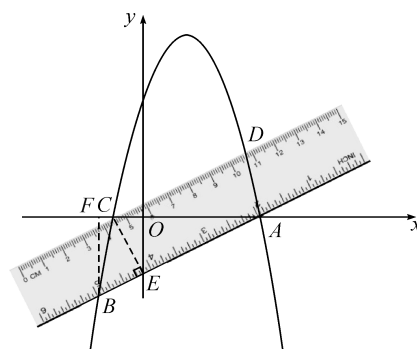
所以直尺的宽度为  $\sqrt{5}$ . (8 分)

$$(2) ② -\frac{11}{4} \leq y_Q \leq \frac{9}{4}. (10 \text{ 分})$$

(提示:  $\because CD \parallel AB$  而直线  $AB$  解析式为  $y = \frac{1}{2}x - 2$ ,

设直线  $CD$  的解析式为  $y = \frac{1}{2}x + t$  而点  $C$  坐标为

$(-1, 0)$ .



$$\text{所以 } 0 = \frac{1}{2} \times (-1) + t \text{ 解得: } t = \frac{1}{2}.$$

由直线  $CD$  与抛物线交于点  $C$  和点  $D$

$$\text{则 } \begin{cases} y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \\ y = -x^2 + 3x + 4 \end{cases} \text{ 解得: } \begin{cases} x_1 = -1 \\ y_1 = 0 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = \frac{7}{2} \\ y_2 = \frac{9}{4} \end{cases}. \text{ 所以}$$

点  $D$  的坐标为  $(\frac{7}{2}, \frac{9}{4})$ .

所以点  $Q$  的纵坐标  $y_Q$  的取值范围是:  $-\frac{11}{4} \leq y_Q \leq$

$\frac{9}{4}$ ).

23. 解: (1)  $\frac{\sqrt{2}}{2}, 45^\circ$ ; (2 分)

(2)  $\frac{\sqrt{3}}{2}, 30^\circ$ ; (4 分)

答:  $CF : DG$  的值以及直线  $DG$  与直线  $CF$  相交所夹的锐角度数不发生变化. (5 分)

证明: 连接  $BD$  和  $BG$ ,

在  $Rt\triangle BCD$  中,  $\because BC = 2\sqrt{3}, CD = 2, \therefore BD = 4$ .

在  $Rt\triangle FBC$  中,  $\because BF = \sqrt{3}, FG = 1, \therefore BG = 2$ .

因此  $BC : BD = BF : BG$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

$\because \angle CBD = \angle FBG = 30^\circ$ ,

$\therefore \angle CBD + \angle CBG = \angle FBG + \angle CBG$ .

即  $\angle DBG = \angle CBF$ .

$\therefore \triangle DBG \sim \triangle CBF$ .

$\therefore CF : DG = BC : BD = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

设  $DG$  的延长线交  $CF$  于点  $M$ ,  $BC$  与  $DG$  相交于点  $N$ .

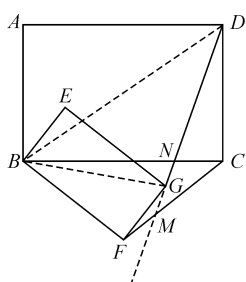


图1

图 1 中, 在  $Rt\triangle DBF$  中,  $\because BD = 4, BF = \sqrt{3}, FG = 1$ ,

$\therefore DF = \sqrt{4^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{13}, DG = \sqrt{13} - 1$ .

$\therefore CF = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (\sqrt{13} - 1)$ . 直线  $DG$  与直线  $CF$  相交所

夹的锐角度数是  $30^\circ$ , 即  $\angle DFC = 30^\circ$ . 点  $C$  到直线  $DF$  的距离为  $\frac{1}{2}CF = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (\sqrt{13} - 1) = \frac{\sqrt{39} - \sqrt{3}}{4}$ .

图 2 中, 在  $Rt\triangle DBF$  中,  $\because BD = 4, BF = \sqrt{3}, FG = 1$ ,

$\therefore DF = \sqrt{4^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{13}, DG = \sqrt{13} + 1, \therefore CF =$

$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (\sqrt{13} + 1)$ . 直线  $DG$  与直线  $CF$  相交所夹的锐

角度数是  $30^\circ$ , 即  $\angle DFC = 30^\circ$ . 点  $C$  到直线  $DF$  的距离

为  $\frac{1}{2}CF = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (\sqrt{13} + 1) = \frac{\sqrt{39} + \sqrt{3}}{4}$ .

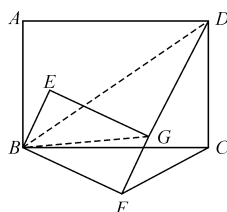


图2