

# 2022-2023 学年度（上）八年级数学半期考试试题

命题人：杨颖 孙英 审题人：孙英 杨颖

## A 卷（100 分）

### 一、选择题（每小题 4 分，共 32 分）

1. 下列四个实数中，无理数是（ **A** ）

- A.  $-\pi$                       B.  $\sqrt{9}$                       C.  $\frac{2}{3}$                       D. 0.11

2. 下列二次根式中，是最简二次根式的是（ **D** ）

- A.  $\sqrt{8}$                       B.  $\sqrt{12}$                       C.  $\sqrt{18}$                       D.  $\sqrt{22}$

3. 直角三角形的两条直角边的长分别为 4 和 5，则斜边长是（ **C** ）

- A. 3                      B. 41                      C.  $\sqrt{41}$                       D. 9

4. 已知点  $P(4, 3)$ ，则点  $P$  到  $y$  轴的距离为（ **B** ）

- A. 3                      B. 4                      C. 5                      D. 7

5. 下列各式中，正确的是（ **B** ）

- A.  $\sqrt{(-5)^2} = -5$       B.  $(-\sqrt{5})^2 = 5$       C.  $\sqrt{-16} = -4$       D.  $\sqrt{4} = \pm 2$

6. 在平面直角坐标系中，点  $P(a, a-4)$  在第四象限，则  $a$  的取值范围是（ **C** ）

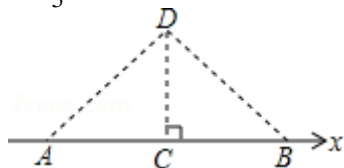
- A.  $a > 4$                       B.  $a < 0$                       C.  $0 < a < 4$                       D.  $-4 < a < 0$

7. 如图，长为  $8\text{cm}$  的橡皮筋放置在  $x$  轴上，固定两端  $A$  和  $B$ ，然后把中点  $C$  向上拉升  $3\text{cm}$  至  $D$  点，则橡皮筋被拉长了（ **A** ）

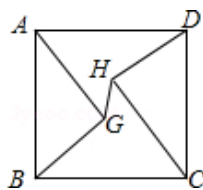
- A.  $2\text{cm}$                       B.  $3\text{cm}$                       C.  $4\text{cm}$                       D.  $5\text{cm}$

8. 如图，正方形  $ABCD$  的边长为 15， $AG = CH = 12$ ， $BG = DH = 9$ ，连接  $GH$ ，则线段  $GH$  的长为（ **D** ）

- A.  $\frac{8\sqrt{3}}{3}$                       B.  $12 - 3\sqrt{2}$                       C.  $\frac{14}{5}$                       D.  $3\sqrt{2}$



第 7 题图



第 8 题图

### 二、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

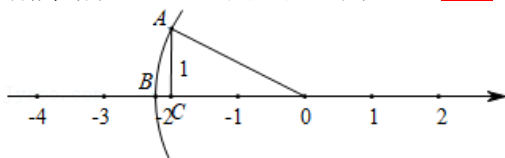
9. 2 的平方根是  $\pm\sqrt{2}$ .

10. 油箱装满 45 升油，油从油箱的管道均匀流出，90 分钟可以流尽．那么油箱中剩油量  $y$ （升）与流出时间  $x$ （分钟）之间的表达式是  $y = 45 - \frac{1}{2}x$ ．

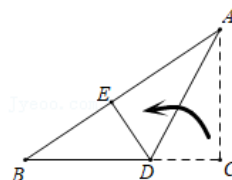
11. 在平面直角坐标系中，已知  $A(-2, 4)$ ， $B(3, 4)$ ，则  $AB$  的长度为  $5$ ．

12. 如图，已知  $OA=OB$ ， $AC \perp OB$  于点  $C$ ，点  $C$  对应的数是  $-2$ ， $AC=1$ ，那么数轴上点  $B$  所表示的数是  $-\sqrt{5}$ ．

13. 如图， $\triangle ABC$  中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=6$ ， $AB=10$ ，点  $D$  是边  $BC$  上一点．若沿  $AD$  将  $\triangle ACD$  翻折，点  $C$  刚好落在  $AB$  边上点  $E$  处，则  $AD=3\sqrt{5}$ ．



第 12 题图



第 13 题图

### 三、解答题（共 54 分）

14.（12 分）计算或化简：

(1)  $\sqrt{18} + \sqrt{8}$ ;

$5\sqrt{2}$

(2)  $\sqrt{12} \div \sqrt{4} - \sqrt{27}$ ;

$-2\sqrt{3}$

(3)  $(\frac{1}{3})^{-1} + (-2)^3 \times (\pi - 2)^0 + (2\sqrt{3})^2$

$7$

(4) 解方程  $(x+1)^2 - 5 = 0$

$x = -1 \pm \sqrt{5}$

15.（8 分）已知  $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ ， $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ ．

(1) 求  $x - y$  与  $xy$  的值；

(2) 求代数式  $x^2 + y^2 - 5xy$  的值．

答案：(1)  $x - y = 2\sqrt{2}$ ， $xy = 1$

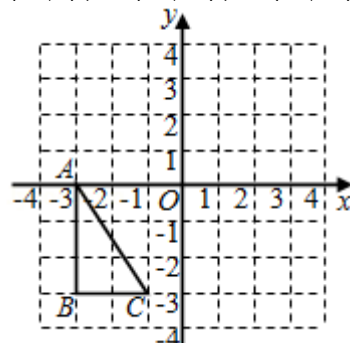
(2)  $x^2 + y^2 - 5xy = (x - y)^2 - 3xy = 5$

16.（8 分）如图，在平面直角坐标系中， $Rt\triangle ABC$  的三个顶点坐标为  $A(-3, 0)$ ， $B(-3, -3)$ ， $C(-1, -3)$ ．

(1) 求  $Rt\triangle ABC$  的面积；

(2) 在图中作出  $\triangle ABC$  关于  $x$  轴对称的图形  $\triangle DEF$ ，并写出点  $D$ 、 $E$ 、 $F$  的坐标．(A、B、C 的对应点分别为 D、E、F)

答案：(1)  $3$  (2)  $D(-3, 0)$   $E(-3, 3)$   $F(-1, 3)$



第 16 题图

17. (10分) 在平面直角坐标系中, 有  $A(0, a)$ ,  $B(b, 0)$  两点, 且  $a, b$  满足  $b = \sqrt{a-2} + \sqrt{2-a} - 3$ .

(1) 求  $A, B$  两点的坐标;

(2) 若点  $P$  在  $x$  轴上, 且  $\triangle PAB$  的面积为 6, 求点  $P$  的坐标.

**答案:** (1)  $a = 2, b = -3$   $A(0, 2)$   $B(-3, 0)$

(2)  $P(3, 0)$  或  $(-9, 0)$

18. (10分) 思维启迪: (1) 如图 1, 点  $P$  是线段  $AB, CD$  的中点, 则  $AC$  与  $BD$  的数量关系为\_\_\_\_\_, 位置关系为\_\_\_\_\_;

思维探索: (2) ①如图 2, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ , 点  $D$  为  $\triangle ABC$  内一点, 连接  $BD, DC$ , 延长  $DC$  到点  $E$ , 使  $CE = CD$ , 连接  $AE$ , 若  $BD \perp AE$ , 请用等式表示  $AB, BD, AE$  之间的数量关系, 并说明理由;

②如图 3, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = BC$ , 点  $D$  为  $AB$  中点, 点  $E$  在线段  $BD$  上 (点  $E$  不与点  $B$ 、点  $D$  重合), 连接  $CE$ , 过点  $A$  作  $AF \perp CE$ , 连接  $FD$ . 若  $AF = 8$ ,  $CF = 3$ , 求  $FD$  的长.

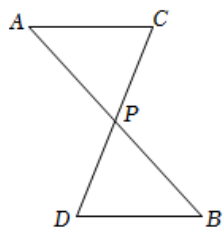


图1

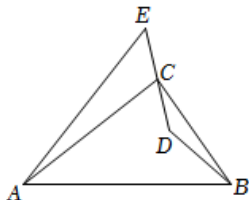


图2

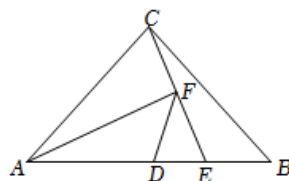


图3

解: (1) 结论:  $AC = BD, AC \parallel BD$ .

理由: 如图1中,  $\because$  点  $P$  是线段  $AB, CD$  的中点,

$\therefore PA = PB, PD = PC$ ,

在  $\triangle PAC$  和  $\triangle PBD$  中,

$$\begin{cases} PA = PB \\ \angle APC = \angle BPD, \\ PC = PD \end{cases}$$

$\therefore \triangle PAC \cong \triangle PBD$  (SAS),

$\therefore AC = BD, \angle A = \angle B$ ,

$\therefore AC \parallel BD$ .

故答案为:  $AC = BD, AC \parallel BD$ .

(2) ①结论:  $AB^2 = AE^2 + BD^2$ .

理由: 延长  $AC$  到  $T$ , 使得  $CT = AC$ , 连接  $ET, DT, BT$ .

$\because CE = CD, AC = CT$ ,

$\therefore$  同法可证  $AE = DT, AE \parallel DT$ ,

$\because BD \perp AE$ ,

$\therefore BD \perp DT$ ,

$\therefore \angle TDB = 90^\circ$ ,

$\therefore BT^2 = DT^2 + BD^2 = AE^2 + BD^2$ ,

$\because CB \perp AC, AC = CT$ ,

$\therefore BT = BA$ ,

$\therefore AB^2 = AE^2 + BD^2$ ;

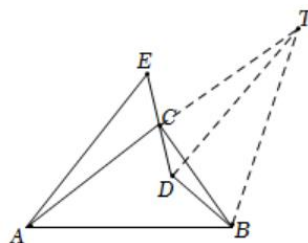


图2

②如图3中, 延长 $FD$ 到 $T$ , 使得 $DT=DF$ , 连接 $BT$ , 延长 $CE$ 交 $BT$ 于点 $J$ .

$\because AD=DB, FD=DT,$   
 $\therefore$ 同法可证 $AF=BT=8, AF \parallel BT,$   
 $\therefore AF \perp CJ,$   
 $\therefore CJ \perp BT,$   
 $\therefore \angle AFC = \angle CJB = \angle ACB = 90^\circ,$   
 $\therefore \angle ACF + \angle BCJ = 90^\circ, \angle BCJ + \angle CBJ = 90^\circ,$   
 $\therefore \angle ACF = \angle CBJ,$   
 $\therefore AC=CB,$   
 $\therefore \triangle AFC \cong \triangle CJB (AAS),$   
 $\therefore CF=BJ=3, AF=CJ,$   
 $\therefore CJ=BT=8,$   
 $\therefore FJ=JT=5,$   
 $\therefore \angle FJT=90^\circ,$   
 $\therefore FT = \sqrt{2}FJ = 5\sqrt{2},$   
 $\therefore DF = \frac{1}{2}FT = \frac{5\sqrt{2}}{2}.$

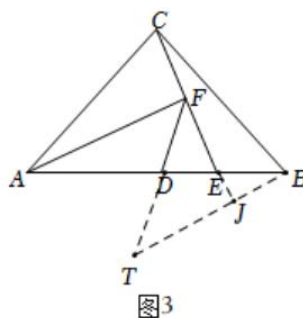


图3

## B 卷 (50 分)

### 一、填空题 (每小题 4 分, 共 20 分)

19. 若 $m = \frac{2021}{\sqrt{2022}-1}$ , 则 $m^2 - 2m - 1 =$ \_\_\_\_\_.

**【考点】**分母有理化; 完全平方公式; 整体思想

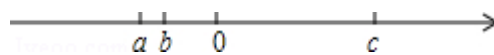
**解:**  $\because m = \frac{2021}{\sqrt{2022}-1} = \frac{2021(\sqrt{2022}+1)}{(\sqrt{2022}-1)(\sqrt{2022}+1)} = \frac{2021(\sqrt{2022}+1)}{(\sqrt{2022})^2-1^2} = \frac{2021(\sqrt{2022}+1)}{2021} = \sqrt{2022} + 1$

$\therefore m^2 - 2m - 1 = m^2 - 2m + 1 - 2 = (m-1)^2 - 2 = (\sqrt{2022})^2 - 2 = 2020$

20. 实数 $a, b, c$ 在数轴上的位置如图所示, 化简代数式 $\sqrt{a^2} + |a+c| + \sqrt{(a-b)^2} - \sqrt[3]{b^3} =$ \_\_\_\_\_.

**【考点】**去绝对值

**解:**  $\because a < 0, a+c > 0, a-b < 0$



第 20 题图

$\therefore \sqrt{a^2} + |a+c| + \sqrt{(a-b)^2} - \sqrt[3]{b^3}$

$= |a| + |a+c| + |a-b| - b$

$= -a + (a+c) + (b-a) - b$

第 22 题图

$= c - a$

21. 在实数的原有运算法则中, 我们定义新运算“ $*$ ”如下: 当 $a < b$ 时,  $a * b = a^2$ ; 当 $a > b$ 时,  $a * b = b$ .

则当 $m = 3$ 时, 代数式 $(-2 * m)m - 4 * m$ 的值为\_\_\_\_\_.

**【考点】**新定义运算；分类思想

**解：**∵当 $a < b$ 时， $a * b = a^2$ ；当 $a > b$ 时， $a * b = b$ 。

$$\therefore \text{当 } m = 3 \text{ 时, } -2 * m = -2 * 3 = (-2)^2 = 4, 4 * m = 4 * 3 = 3$$

$$\therefore (-2 * m) * m - 4 * m = 4 * 3 - 3 = 3 - 3 = 0$$

22. 如图，三角形纸片 ABC 中，点 D 是 BC 边上一点，连接 AD，△ABD 沿着直线 AD 翻折，得到 △AED，DE 交 AC 于点 G，连接 BE 交 AD 于点 F。若 DG=EG，AF=4，AB=5，△AEG 的面积为  $\frac{9}{2}$ ，则 BD 的\_\_\_\_\_。

**【考点】**翻折变换；三角形的面积；勾股定理；全等三角形的判定与性质；等腰三角形性质。

**解：**由折叠得， $AB = AE$ ， $\angle BAF = \angle EAF$ ，

$$\text{在 } \triangle BAF \text{ 和 } \triangle EAF \text{ 中, } \begin{cases} AB = AE \\ \angle BAF = \angle EAF \\ AF = AF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BAF \cong \triangle EAF (\text{SAS}), \quad \therefore BF = EF,$$

$$\therefore AF \perp BE \text{ (三线合一)},$$

$$\text{又 } \because AF = 4, AB = 5, \quad \therefore \text{由勾股定理得, } BF = \sqrt{AB^2 - AF^2} = 3,$$

$$\because DG = EG, S_{\triangle AEG} = \frac{9}{2} \quad \therefore S_{\triangle ADG} = S_{\triangle AEG} = \frac{9}{2}$$

$$\therefore S_{\triangle ADE} = S_{\triangle ADG} + S_{\triangle AEG} = 9,$$

$$\because \text{在 } \triangle ADE \text{ 中, } EF \perp AD,$$

$$\therefore S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} AD \cdot EF, \text{ 即 } 9 = \frac{1}{2} AD \cdot 3, \quad \therefore AD = 6,$$

$$\because AF = 4, \quad \therefore FD = AD - AF = 6 - 4 = 2,$$

$$\because \text{在 Rt} \triangle BDF \text{ 中, } BF = 3, FD = 2, \quad \therefore BD = \sqrt{BF^2 + FD^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13},$$

**【点睛】**运用三角形的面积求出 AD 的长度是解答本题的关键。

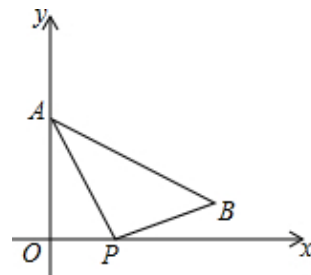
23. 如图，在平面直角坐标系中，点 A (0, 3)、点 B (4, 1)，点 P 是 x 轴正半轴上一动点。给出 4 个结论：

①线段 AB 的长为  $2\sqrt{5}$ ；

②在 △APB 中，若  $AP = \sqrt{13}$ ，则 △APB 的面积是  $\frac{\sqrt{15}}{2}$ ；

③使 △APB 为等腰三角形的点 P 有 3 个；

④设点 P 的坐标为 (x, 0)，则  $\sqrt{9+x^2} + \sqrt{(4-x)^2 + 1}$  的最小值为 7。



第 23 题图

其中正确的结论有\_\_\_\_\_.

**【考点】**轴对称的最短路线问题；坐标与图形性质；等腰三角形的判定；图形与坐标特点；勾股定理.

**【分析】**①利用勾股定理可以计算  $AB$  的长；②如图 2，作辅助线，利用面积差可得  $\triangle APB$  的面积；  
③如图 3，分别以  $AB$  为腰和底边作等腰三角形有三个，分别画图可得；④如图 4，先作垂线段  $BD$ ，由勾股定理可知： $\sqrt{9+x^2}$  就是  $PA$  的长， $\sqrt{1+(4-x)^2}$  就是  $PB$  的长，所以  $\sqrt{9+x^2} + \sqrt{1+(4-x)^2}$  的最小值就是  $PA+PB$  的最小值，根据轴对称的最短路径问题可得结论.

**解：**①如图 1，过  $B$  作  $BC \perp OA$  于  $C$ ，

$\because$  点  $A(0, 3)$ 、点  $B(4, 1)$ ，

$\therefore AC = 3 - 1 = 2$ ， $BC = 4$ ，

在  $Rt\triangle ABC$  中，由勾股定理得： $AB = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$ ，故①结论正确；

②如图 2，在  $Rt\triangle APO$  中， $AO = 3$ ， $AP = \sqrt{13}$ ，

$\therefore OP = \sqrt{(\sqrt{13})^2 - 3^2} = 2$ ，

过  $B$  作  $BD \perp x$  轴于  $D$ ，

$\therefore BD = 1$ ， $PD = 4 - 2 = 2$ ，

$\therefore S_{\triangle APB} = S_{\text{梯形} AODB} - S_{\triangle AOP} - S_{\triangle PDB} = \frac{1}{2} \times OD \times (BD + AO) - \frac{1}{2} AO \cdot OP - \frac{1}{2} PD \cdot BD$ ，

$= \frac{1}{2} \times 4 \times (1 + 3) - \frac{1}{2} \times 3 \times 2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 8 - 3 - 1 = 4$ ，故②结论不正确；

③如图 3，i) 以  $A$  为圆心，以  $AB$  为半径画圆与  $x$  轴的正半轴有一交点  $P_1$ ，得  $\triangle AP_1B$  是等腰三角形；

ii) 作  $AB$  的中垂线，交  $x$  轴的正半轴有一交点  $P_2$ ，得  $\triangle AP_2B$  是等腰三角形；

iii) 以  $B$  为圆心，以  $AB$  为半径画圆与  $x$  轴的正半轴有一交点  $P_3$ ，得  $\triangle AP_3B$  是等腰三角形；

综上所述，使  $\triangle APB$  为等腰三角形的点  $P$  有 3 个；故③结论正确；

④如图 4，过  $B$  作  $BD \perp x$  轴于  $D$ ，

$\therefore P(x, 0)$ ， $\therefore OP = x$ ， $PD = 4 - x$ ，

由勾股定理得： $AP = \sqrt{3^2 + x^2} = \sqrt{9 + x^2}$ ， $PB = \sqrt{(4 - x)^2 + 1}$

作  $A$  关于  $x$  轴的对称点  $A'$ ，连接  $A'B$  交  $x$  轴于  $P$ ，则  $PA = PA'$ ，

$\therefore AP + PB = A'P + PB = A'B$ ，此时  $AP + PB$  的值最小，

过  $B$  作  $BC \perp OA$  于  $C$ ，则  $A'C = 3 + 3 - 2 = 4$ ， $BC = 4$ ，

由勾股定理得： $A'B = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$ ，

$\therefore AP + PB$  的最小值是  $4\sqrt{2}$ ，

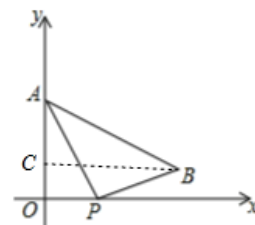


图1

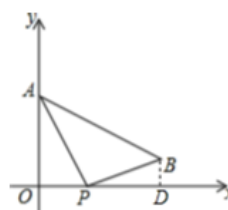


图2

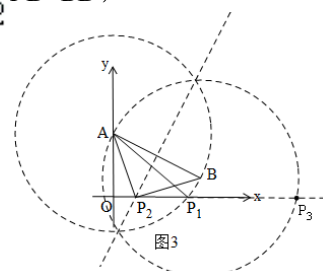


图3

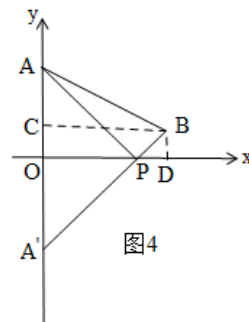


图4

即设点  $P$  的坐标为  $(x, 0)$ , 则  $\sqrt{9+x^2} + \sqrt{(4-x)^2 + 1}$  的最小值为  $4\sqrt{2}$ . 故④结论不正确;

综上所述, 其中正确的结论有: ①③.

**【点睛】** 本题是一个不错的综合题, 难度适中, 有等腰三角形和轴对称的作图问题, 也有求最值问题, 第 4 问中, 熟练掌握并能灵活运用轴对称的最短路径问题是关键.

## 二、解答题 (共 30 分)

24. (8 分) 若实数  $x$  的立方根是 2, 且实数  $y, z$  满足  $(y-z+2)^2 = -\sqrt{y-15}$ .

(1) 分别求  $x, y, z$  的值;

(2) 若  $x, y, z$  是  $\triangle ABC$  的三边长, 试判定  $\triangle ABC$  的形状, 并说明理由.

**【考点】** 完全平方公式; 非负数和为 0; 立方根; 勾股定理的逆定理.

**解:** (1)  $\because$  实数  $x$  的立方根是 2

$$\therefore x = 8$$

$$\because (y-z+2)^2 = -\sqrt{y-15}$$

$$\therefore \sqrt{y-15} + (y-z+2)^2 = 0,$$

$$\text{又} \because \sqrt{y-15} \geq 0, (y-z+2)^2 \geq 0$$

$$\therefore \sqrt{y-15} = 0, (y-z+2)^2 = 0,$$

$$\therefore y-15=0, y-z+2=0$$

$$\therefore y=15, z=17$$

(2)  $\because x=15, z=17, y=8$

$$\therefore x^2 + y^2 = z^2$$

$\therefore \triangle ABC$  是直角三角形

25. (10 分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $A$  的坐标为  $(2, 4)$ , 过  $(3, 0)$  点作  $x$  轴的垂线  $l$ , 点  $A$  与点  $B$  关于直线  $l$  对称; 点  $C$  的坐标为  $(6, 0)$ , 顺次连接  $OABC$ .

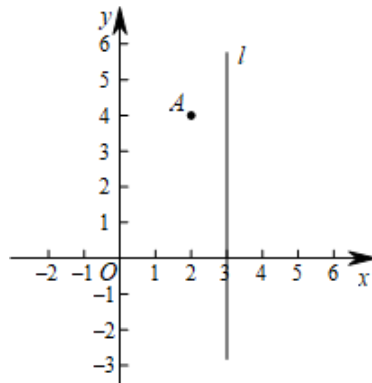
(1) 点  $B$  的坐标为 \_\_\_\_\_;

(2) 若在四边形  $OABC$  内部有一点  $P$ , 满足  $S_{\triangle POA} = S_{\triangle PBC}$ , 且  $S_{\triangle PAB} = S_{\triangle POC}$ , 求点  $P$  的坐标;

(3) 在四边形  $OABC$  外部是否存在点  $Q$ , 满足  $S_{\triangle QOA} = S_{\triangle QBC}$ ,

且  $S_{\triangle QAB} = S_{\triangle QOC}$ , 若存在, 直接写出  $Q$  点坐标, 若不存在请说明理由.

**【考点】** 坐标与图形; 轴对称的性质; 点到坐标轴的距离.



第 25 题图

**【分析】** (1) 根据对称性可知  $A, B$  到  $l$  的距离相等, 且纵坐标相等, 据此即可求解;

(2) 根据对称性可知点  $C$  与点  $O$  关于直线  $l$  对称, 则点  $P$  在  $l$  上, 设点  $P(3, p)$ , 根据三角形的面积公式即可求解;

(3) 方法同 (2) 即可求解.

**解:** (1)  $\because$  点  $A$  的坐标为  $(2, 4)$ , 过  $(3, 0)$  点作  $x$  轴的垂线  $l$ ,

$\therefore A$  到  $x=3$  的距离为 1, 则  $B(4, 4)$

(2) 如图,  $\because C(6, 0), O(0, 0)$ ,

$\therefore$  点  $C$  与点  $O$  关于  $l$  对称,  $OC=6$

$\therefore$  在四边形  $OABC$  内部有一个点  $P$ , 满足  $S_{\triangle POA} = S_{\triangle PBC}$ ,

$\therefore$  则点  $P$  在  $l$  上, 设点  $P(3, p)$ ,

$\because A(2, 4), B(4, 4) \quad \therefore AB \parallel OC, AB=2$ ,

$\because S_{\triangle PAB} = S_{\triangle POC}$

$$\therefore \frac{1}{2} AB \times |y_A - y_P| = \frac{1}{2} OC \times |y_P| \quad \text{即 } |4 - p| = 3|p|$$

解得  $p=1$  或  $p=-2$

$\because P$  在四边形  $OABC$  内部  $\therefore p=1 \quad \therefore P(3, 1)$

(3) 存在, 由 (2) 可知  $y_Q = -2$  时,  $Q$  在四边形  $OABC$  外部, 故  $Q(3, -2)$

**【点睛】** 数形结合是解决本题的关键.

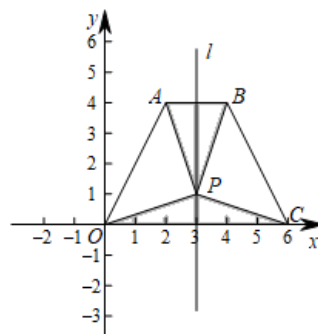
26. (12 分) 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle B = 30^\circ$ ,  $AB=10$ , 点  $D$  是射线  $CB$  上的一个动点,  $\triangle ADE$  是等边三角形, 点  $F$  是  $AB$  的中点, 连接  $EF$ .

(1) 如图, 当点  $D$  在线段  $CB$  上时,

① 求证:  $\triangle AEF \cong \triangle ADC$ ; ② 连接  $BE$ , 设线段  $CD = x$ , 线段  $BE = y$ , 求  $y^2 - x^2$  的值;

(2) 当  $\angle DAB = 15^\circ$  时, 求  $\triangle ADE$  的面积.

**【分析】** (1) ① 在直角三角形  $ABC$  中, 由  $30^\circ$  度所对的直角边等于斜边的一半求出  $AC$  的长, 再由  $F$  为  $AB$  中点, 得到  $AC=AF=5$ , 确定出三角形  $ADE$  为等边三角形, 利用等式的性质得到一对角相等, 再由  $AD=AE$ ,





利用 SAS 即可得证；

②由全等三角形对应角相等得到 $\angle AEF$ 为直角， $EF=CD=x$ ，在三角形 AEF 中，利用勾股定理即可求出；

(2) 分两种情况考虑：①当点在线段 CB 上时；②当点在线段 CB 的延长线上时，分别求出三角形 ADE 面积即可。

此题考查了勾股定理，全等三角形的判定与性质，以及等边三角形的性质，熟练掌握勾股定理是解本题的关键。

**解答** (1) ①证明：在  $Rt\triangle ABC$  中，

$$\because \angle B=30^\circ, AB=10, \quad \therefore \angle CAB=60^\circ, AC=\frac{1}{2}AB=5,$$

$$\because \text{点 } F \text{ 是 } AB \text{ 的中点}, \quad \therefore AF=\frac{1}{2}AB=5,$$

$$\therefore AC=AF,$$

$$\because \triangle ADE \text{ 是等边三角形}, \quad \therefore AD=AE, \angle EAD=60^\circ,$$

$$\because \angle CAB=\angle EAD, \text{ 即 } \angle CAD+\angle DAB=\angle FAE+\angle DAB,$$

$$\therefore \angle CAD=\angle FAE,$$

$$\text{在 } \triangle AEF \text{ 和 } \triangle ADC \text{ 中}, AD=AE, \angle CAD=\angle FAE, AC=AF, \quad \therefore \triangle AEF \cong \triangle ADC \text{ (SAS)};$$

② $\because \triangle AEF \cong \triangle ADC$ ,

$$\therefore \angle AEF=\angle C=90^\circ, EF=CD=x,$$

$$\text{又} \because \text{点 } F \text{ 是 } AB \text{ 的中点}, AB=10, \quad \therefore AF=BF=5,$$

$$\text{在 } Rt\triangle EFB \text{ 中}, \text{勾股定理可得: } y^2 = x^2 + 25,$$

$$\therefore y^2 - x^2 = 25;$$

(2) ①当点在线段 CB 上时，

$$\text{由 } \angle DAB=15^\circ, \text{ 可得 } \angle CAD=45^\circ,$$

$$\therefore \triangle ADC \text{ 是等腰直角三角形},$$

$$\therefore AD^2=50,$$

$$\therefore \triangle ADE \text{ 的面积为 } \frac{25\sqrt{3}}{2};$$

②当点在线段 CB 的延长线上时，

$$\text{由 } \angle DAB=15^\circ, \text{ 可得 } \angle ADB=15^\circ, BD=BA=10,$$

$$\therefore \text{在 } Rt\triangle ACD \text{ 中}, \text{勾股定理可得 } AD^2=200+100\sqrt{3},$$

$$\therefore \triangle ADE \text{ 的面积为 } 50\sqrt{3}+75,$$

$$\text{综上所述, } \triangle ADE \text{ 的面积为 } \frac{25\sqrt{3}}{2} \text{ 或 } 50\sqrt{3}+75.$$

