

# 湖南师范大学附属中学 2022-2023 学年度第一学期期末测试卷

## 八年级数学

时量：60 分钟

总分：100 分

### 一、选择题（每题 3 分，共 30 分）

1. 下列长度的三根小木棒能构成三角形的是 ( )

A. 7cm, 4cm, 2cm

B. 5cm, 5cm, 6cm

C. 3cm, 4cm, 8cm

D. 2cm, 3cm, 5cm

2. 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $\angle A=65^\circ$ , 则  $\angle B$  的度数为 ( )

A. 5

B.  $25^\circ$

C.  $35^\circ$

D.  $45^\circ$

3. 要使二次根式  $\sqrt{5x-2}$  在实数范围内有意义, 则  $x$  的取值范围是 ( )

A.  $x = \frac{2}{5}$

B.  $x \neq \frac{2}{5}$

C.  $x \geq \frac{2}{5}$

D.  $x \leq \frac{2}{5}$

4. 一个正多边形的一个外角是  $45^\circ$ , 则该正多边形的边数是 ( )

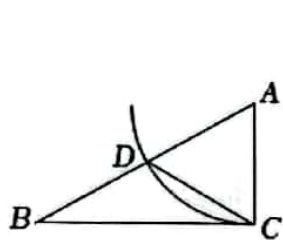
A. 6

B. 7

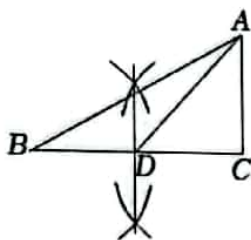
C. 8

D. 9

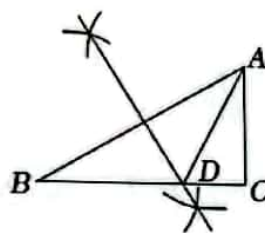
5. 如图,  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $\angle B=30^\circ$ , 要求用圆规和直尺作图, 把它分成两个三角形, 其中一个三角形是等腰三角形. 其作法错误的是 ( )



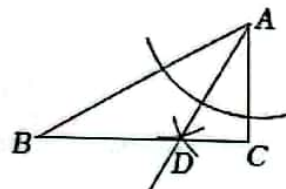
A



B



C



D

6. 将一块边长为  $a$  米的正方形广场进行扩建, 扩建后的正方形边长比原来长 2 米, 则扩建后广场面积增大了 ( )

A. 4 米<sup>2</sup>

B.  $(a^2+4)$  米<sup>2</sup>

C.  $(2a+4)$  米<sup>2</sup>

D.  $(4a+4)$  米<sup>2</sup>

7. 如图, 点  $A, D$  在直线  $BC$  的同侧,  $\angle ABC = \angle DCB$ , 添加一个适当的条件后,

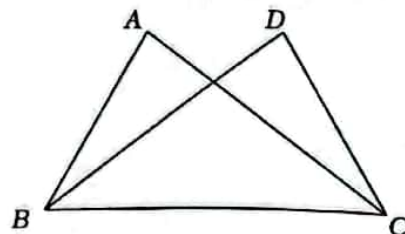
仍不能使得  $\triangle ABC \cong \triangle DCB$  成立的是 ( )

A.  $AB=DC$

B.  $BD=AC$

C.  $\angle A = \angle D$

D.  $\angle ACB = \angle DBC$



8. 若  $\triangle ABC$  的三边  $a, b, c$  满足  $(a-b)(b^2-2bc+c^2)=0$ , 那么  $\triangle ABC$  的形状是 ( )

A. 等腰三角形

B. 直角三角形

C. 等边三角形

D. 锐角三角形

9. 已知  $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3$ , 则分式  $\frac{5x+xy-5y}{x-xy-y}$  的值为 ( )

A. 8

B.  $\frac{7}{2}$

C.  $\frac{2}{7}$

D. 4



扫描全能王 创建

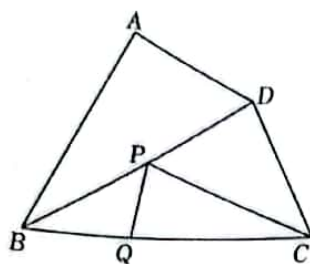
10. 如图, 在四边形  $ABCD$  中,  $\angle ABC = 60^\circ$ ,  $BD$  平分  $\angle ABC$ ,  $\angle BCD > \angle CBD$ ,  $BC = 24$ ,  $P, Q$  分别是  $BD, BC$  上的动点, 当  $CP + PQ$  取得最小值时,  $BQ$  的长是 ( )

A. 8

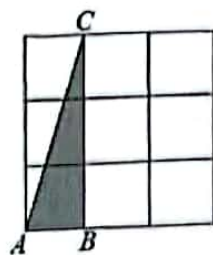
B. 10

C. 12

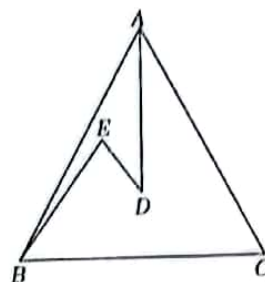
D. 16



第 10 题图



第 15 题图



第 16 题

## 二. 填空题 (每题 3 分, 共 18 分)

11. 已知一个三角形的周长为 15 厘米, 且其中两边都等于第三边的 2 倍, 那么这个三角形的最短边为 \_\_\_\_\_.

12. 分解因式:  $2m^3 - 2mn^2 =$  \_\_\_\_\_.

13. 已知  $x, y$  为实数, 且  $y = \sqrt{x-3} + \sqrt{3-x} - 2$ , 则  $x^y$  的值是 \_\_\_\_\_.

14. 已知关于  $x$  的方程  $\frac{2}{x-3} = 1 - \frac{m}{x-3}$  有增根, 则  $m =$  \_\_\_\_\_.

15. 如图, 在  $3 \times 3$  的正方形网格中, 格线的交点称为格点, 以格点为顶点的三角形称为格点三角形, 图中的  $\triangle ABC$  为格点三角形, 在图中最多能画出 \_\_\_\_\_ 个格点三角形与  $\triangle ABC$  成轴对称.

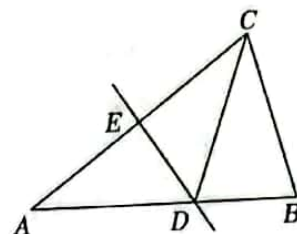
16. 如图, 已知  $AB = AC$ ,  $AD$  平分  $\angle BAC$ ,  $\angle DEB = \angle EBC = 60^\circ$ , 若  $BE = 5$ ,  $DE = 2$ , 则  $BC =$  \_\_\_\_\_.

## 三. 解答题 (17、18、19 题每题 6 分, 20、21 题每题 8 分, 22、23 题每题 9 分, 24、25 题每题 10 分)

17. 计算:  $-1^{2003} - \sqrt{3} \times \sqrt[3]{8} + \sqrt{27} - (\frac{1}{2})^{-2}$ . 18. 计算:  $(x-1)(2x+1) - (x-5)(x+2)$

19. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $\angle A = 36^\circ$ ,  $AC$  的垂直平分线  $DE$  分别交  $AB$ ,  $AC$  于点  $D, E$ .

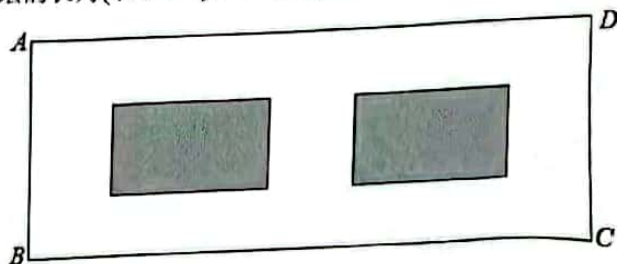
求证:  $\triangle BCD$  是等腰三角形;



20. 某居民小区有块形状为矩形  $ABCD$  的绿地, 长  $BC$  为  $\sqrt{128}$  米, 宽  $AB$  为  $\sqrt{50}$  米, 现在要矩形绿地中修建两个形状大小相同的长方形花坛 (即图中阴影部分), 每个长方形花坛的长为  $(\sqrt{13} + 1)$  米, 宽为  $(\sqrt{13} - 1)$  米.

(1) 求矩形  $ABCD$  的周长. (结果化为最简二次根式)

(2) 除去修建花坛的地方, 其它地方全修建成通道, 通道上要铺上造价为 6 元/平方米的地砖, 要铺完整个通道, 则购买地砖需要花费多少元?



21. 疫情防控形势下, 人们在外出时都应戴上口罩以保护自己免受新型冠状病毒感染. 某药店用 4000 元购进若干包一次性医用口罩, 很快售完, 该店又用 7500 元钱购进第二批这种口罩, 所进的包数比第一批多 50%, 每包口罩的进价比第一批每包口罩的进价多 0.5 元, 请解答下列问题:

- (1) 求购进的第一批医用口罩有多少包?
- (2) 政府采取措施, 在这两批医用口罩的销售中, 售价保持了一致, 若售完这两批口罩的总利润不高于 3500 元钱, 那么药店销售该口罩每包的最高售价是多少元?

22. 小明在解方程  $\sqrt{24-x} - \sqrt{8-x} = 2$  时采用了下面的方法: 由

$$(\sqrt{24-x} - \sqrt{8-x})(\sqrt{24-x} + \sqrt{8-x}) = (\sqrt{24-x})^2 - (\sqrt{8-x})^2 = (24-x) - (8-x) = 16,$$

又有  $\sqrt{24-x} - \sqrt{8-x} = 2$ , 可得  $\sqrt{24-x} + \sqrt{8-x} = 8$ , 将这两式相加可得  $\begin{cases} \sqrt{24-x} = 5 \\ \sqrt{8-x} = 3 \end{cases}$ , 将  $\sqrt{24-x} = 5$  两边平方可解得  $x = -1$ , 经检验  $x = -1$  是原方程的解.

请你学习小明的方法, 解下面的方程:

(1) 解方程  $\sqrt{x^2+42} + \sqrt{x^2+10} = 16$ ;

(2) 解方程  $\sqrt{4x^2+6x-5} + \sqrt{4x^2-2x-5} = 4x$ .

23. (1) 如图 1, 在四边形  $ABCD$  中,  $AB=AD$ ,  $\angle BAD=120^\circ$ ,  $\angle B=\angle ADC=90^\circ$ ,  $E, F$  分别是  $BC, CD$  上的点, 且  $\angle EAF=60^\circ$ , 请猜想图中线段  $BE, EF, FD$  之间的数量关系, 并证明你的猜想.

(2) 如图 2, 在新修的小区中, 有块四边形绿化  $ABCD$ , 四周修有步行小径, 且  $AB=AD$ ,  $\angle B+\angle D=180^\circ$ , 在小径  $BC, CD$  上各修一凉亭  $E, F$ , 在凉亭  $E$  与  $F$  之间有一池塘, 不能直接到达经测量得到  $\angle EAF = \frac{1}{2}\angle BAD$ ,  $BE=10$  米,  $DF=15$  米, 试求两凉亭之间的距离  $EF$ .

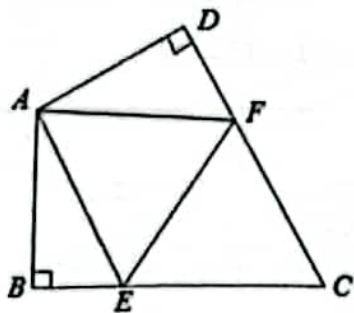


图 1

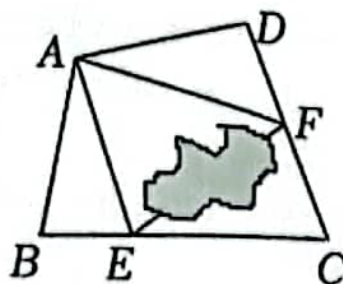


图 2





24. 阅读下列材料，并解答问题：

材料：将分式  $\frac{x^2-x+3}{x+1}$  拆分成一个整式与一个分式（分子为整数）的和的形式。

解：由分母  $x+1$ ，可设  $x^2-x+3 = (x+1)(x+a) + b$ ；

则  $x^2-x+3 = (x+1)(x+a) + b = x^2+ax+x+b = x^2+(a+1)x+a+b$ 。

∵ 对于任意上述等式成立，

$$\therefore \begin{cases} a+1 = -1 \\ a+b = 3 \end{cases} \text{解得：} \begin{cases} a = -2 \\ b = 5 \end{cases}.$$

$$\therefore \frac{x^2-x+3}{x+1} = \frac{(x+1)(x-2)+5}{x+1} = x-2 + \frac{5}{x+1}.$$

这样，分式  $\frac{x^2-x+3}{x+1}$  就拆分成一个整式  $x-2$  与一个分式  $\frac{5}{x+1}$  的和的形式。

(1) 将分式  $\frac{x^2+5x-4}{x-1}$  拆分成一个整式与一个分式（分子为整数）的和的形式；

(2) 已知整数使分式  $\frac{2x^2-x-12}{x-3}$  的值为整数，请求出满足条件的整数  $x$  的值。

(3) 试求  $\frac{-x^4-8x^2+10}{-x^2+1}$  的最小值

25. 已知  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle C=90^\circ$ ， $AD$ 、 $BE$  是角平分线，他们相交于  $P$ ， $PF \perp AD$  于  $P$  交  $BC$  的延长线于  $F$ ，交  $AC$  于  $H$ 。

(1) 求  $\angle APB$  的度数；

(2) 求证： $AH+BD=AB$ ；

(3) 连接  $DE$ ，是否存在数  $m$ ，使得  $S_{\text{四边形} ABDE} = mS_{\triangle ABP}$ ？若存在，求出  $m$ ；若不存在，说明理由。

