**2022-2023学年北师大版八年级数学下册《第1章三角形的证明》综合达标测试题（附答案）**

**一．选择题（共7小题，满分28分）**

1．满足下列条件的△*ABC*（*a*、*b*、*c*分别是∠*A*、∠*B*、∠*C*的对边）不是直角三角形的是（　　）

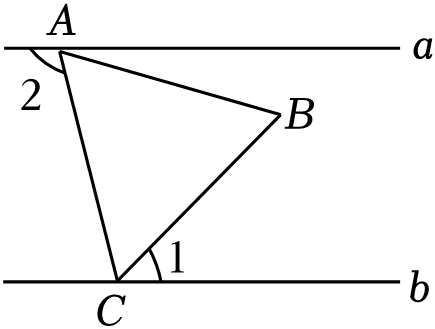
A．*a*2﹣*b*2＝*c*2 B．∠*A*﹣∠*B*＝∠*C*

C．∠*A*：∠*B*：∠*C*＝3：4：5 D．*a*：*b*：*c*＝7：24：25

2．等腰三角形的一个内角等于70°，则它的底角是（　　）

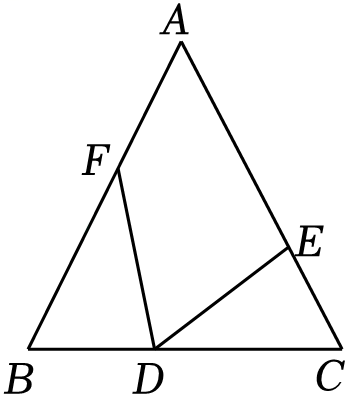
A．70° B．55° C．60° D．70°或55°

3．如图，*a*∥*b*，△*ABC*为等边三角形，若∠1＝45°，则∠2的度数为（　　）



A．75° B．95° C．105° D．120°

4．如图，在△*ABC*中，∠*B*＝∠*C*，*BF*＝*CD*，*BD*＝*CE*，∠*FDE*＝65°，则∠*A*的度数是（　　）

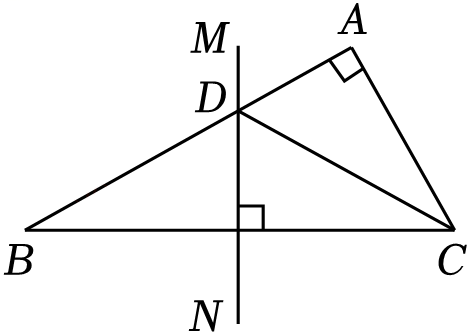


A．45° B．70° C．65° D．50°

5．等腰三角形一腰上的中线把三角形周长分为15和12两部分，则此三解形的底边长为（　　）

A．7 B．11 C．7或11 D．无法确定

6．如图，在Rt△*ABC*中，∠*A*＝90°，边*BC*的垂直平分线*MN*交*AB*于*D*，连结*CD*，下列说法不一定正确的是（　　）



A．∠*BDN*＝∠*CDN* B．∠*ADC*＝2∠*B*

C．∠*ACD*＝∠*DCB* D．2∠*B*+∠*ACD*＝90°

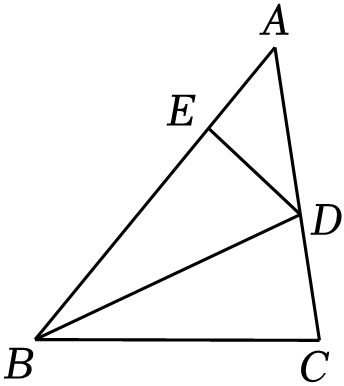
7．如图，在△*ABC*中，*AB*＝*AC*，中线*AD*与角平分线*CE*相交于点*F*，已知∠*ACB*＝40°，则∠*AFC*的度数为（　　）

A．70° B．110° C．40° D．140°

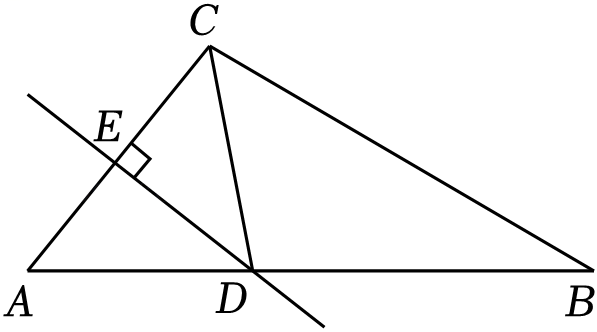
**二．填空题（共7小题，满分28分）**

8．已知等腰三角形的底边长为2，腰长为8，则它的周长为 　 　．

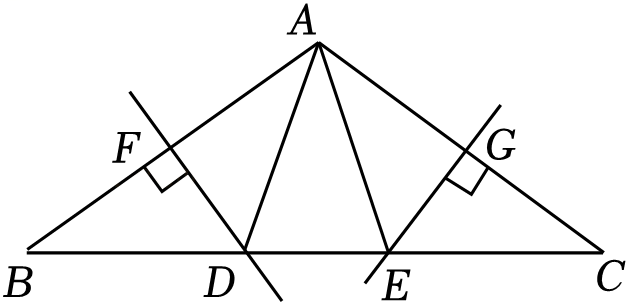
9．如图，*BD*是△*ABC*的角平分线，*DE*⊥*AB*于*E*，△*BDC*的面积为24，*BC*＝12，则*DE*＝　 　．



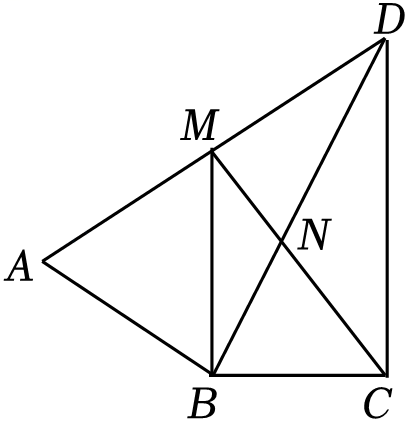
10．如图，在△*ABC*中，*AC*的垂直平分线交*AB*于点*D*，垂足为点*E*，*CD*平分∠*ACB*，若∠*B*＝30°，则∠*A*为 　 　度．



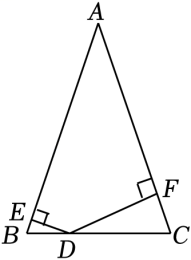
11．如图，*DF*垂直平分*AB*，*EG*垂直平分*AC*，点*D*、*E*在*BC*边上，且点*D*在点*B*和点*E*之间．若∠*BAC*＝100°，则∠*DAE*＝　 　．



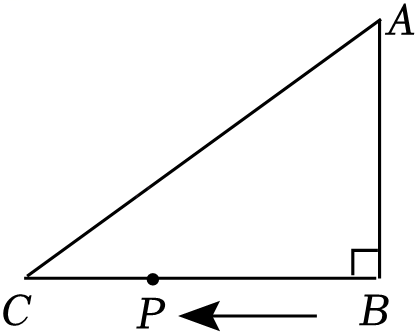
12．如图，∠*ABD*＝∠*BCD*＝90°，*DB*平分∠*ADC*过点*B*作*BM*∥*CD*交*AD*于*M*．连接*CM*交*DB*于*N*．若*CD*＝6，*AD*＝8，则*BD*＝　 　，*MN*＝　 　．



13．如图，△*ABC*是等腰三角形，*AB*＝*AC*＝12*cm*，*S*△*ABC*＝24*cm*2，点*D*是底边*BC*边上的任意一点，*DE*⊥*AB*于点*E*，*DF*⊥*AC*于点*F*．则*DE*+*DF*＝　 　*cm*．



14．如图所示，已知△*ABC*中，*BC*＝16*cm*，*AC*＝20*cm*，*AB*＝12*cm*，点*P*是*BC*边上的一个动点，点*P*从点*B*开始沿*B*→*C*→*A*方向运动，且速度为每秒2*cm*，设运动的时间为*t*（*s*），若△*ABP*是以*AB*为腰的等腰三角形，则运动时间*t*＝　 　．

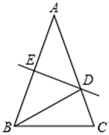


**三．解答题（共6小题，满分64分）**

15．如图，在△*ABC*中，*AB*＝*AC*，*DE*垂直平分*AB*于*E*，交*AC*于*D*，连接*BD*．

（1）如果∠*A*＝40°，求∠*CBD*的度数；

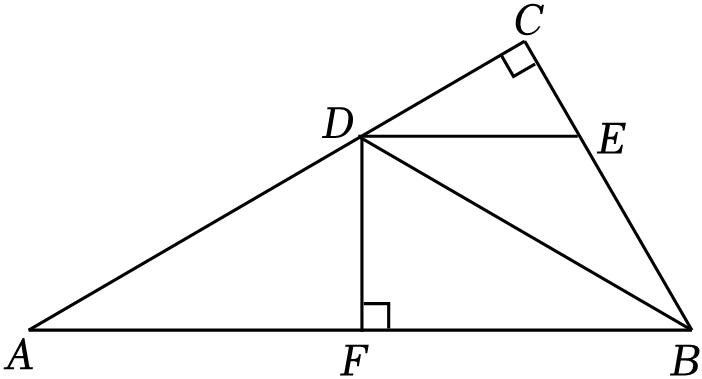
（2）若*AB*＝*AC*＝9*cm*，*BC*＝5*cm*，求△*BCD*的周长．



16．如图，在△*ABC*中，∠*C*＝90°，*BD*分∠*ABC*交*AC*于点*D*，过点*D*作*DE*∥*AB*交*BC*于点*E*，*DF*⊥*AB*，垂足为点*F*．

（1）求证：*BE*＝*DE*；

（2）若*DE*＝2，菁优网-jyeoo，求*BD*的长．



17．如图，在△*ABC*中，∠*ABC*＝2∠*ACB*，*BD*为△*ABC*的角平分线；

（1）若*AB*＝*BD*，则∠*A*的度数为 　 　°（直接写出结果）；

（2）如图1，若*E*为线段*BC*上一点，∠*DEC*＝∠*A*；求证：*AB*＝*EC*．

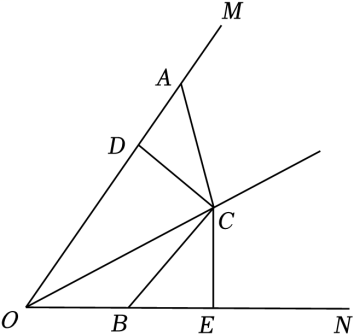
（3）如图2，若*E*为线段*BD*上一点，∠*DEC*＝∠*A*，求证：*AB*＝*EC*．



18．如图，*A*、*B*两点分别在射线*OM*，*ON*上，点*C*在∠*MON*的内部，且*AC*＝*BC*，*CD*⊥*OM*，*CE*⊥*ON*，垂足分别为*D*，*E*，且*AD*＝*BE*．

（1）求证：*OC*平分∠*MON*；

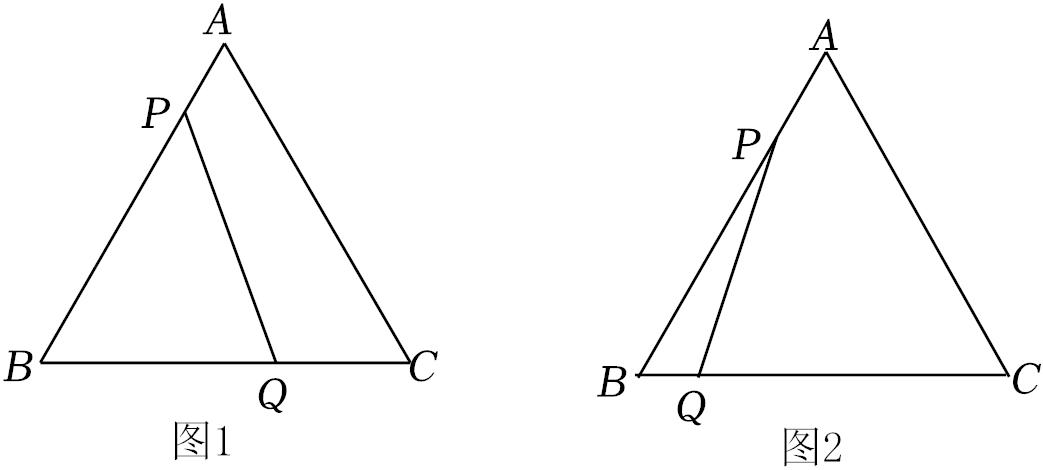
（2）若*AD*＝3，*BO*＝4，求*AO*的长．



19．在边长为9的等边三角形*ABC*中，点*Q*是*BC*上一点，点*P*是*AB*上一动点，以每秒1个单位的速度从点*A*向点*B*移动，设运动时间为*t*秒．

（1）如图1，若*BQ*＝6，*PQ*∥*AC*，求*t*的值；

（2）如图2，若点*P*从点*A*向点*B*运动，同时点*Q*以每秒2个单位的速度从点*B*经点*C*向点*A*运动，当*t*为何值时，△*APQ*为等边三角形？



20．已知，在等边三角形*ABC*中，点*E*在*AB*上，点*D*在*CB*的延长线上，且*ED*＝*EC*．

（1）【特殊情况，探索结论】

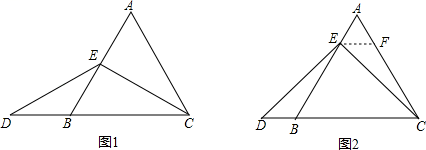
如图1，当点*E*为*AB*的中点时，确定线段*AE*与*DB*的大小关系，请你直接写出结论：*AE*　 　*DB*（填“＞”、“＜”或“＝”）．

（2）【特例启发，解答题目】

如图2，当点*E*为*AB*边上任意一点时，确定线段*AE*与*DB*的大小关系，请你直接写出结论，*AE*　 　*DB*（填“＞”、“＜”或“＝”）；理由如下，过点*E*作*EF*∥*BC*，交*AC*于点*F*．（请你完成以下解答过程）．

（3）【拓展结论，设计新题】

在等边三角形*ABC*中，点*E*在直线*AB*上，点*D*在线段*CB*的延长线上，且*ED*＝*EC*，若△*ABC*的边长为1，*AE*＝2，求*CD*的长（请你画出相应图形，并直接写出结果）．



**参考答案**

**一．选择题（共7小题，，满分28分）**

1．解：*A*、∵*a*2﹣*b*2＝*c*2，

∴*a*2＝*b*2+*c*2，即△*ABC*是直角三角形，故本选项不符合题意；

*B*、∵∠*A*﹣∠*B*＝∠*C*，∠*A*+∠*B*+∠*C*＝180°，

∴∠*A*＝90°，即△*ABC*是直角三角形，故本选项不符合题意；

*C*、∵∠*A*：∠*B*：∠*C*＝3：4：5，∠*A*+∠*B*+∠*C*＝180°，

∴∠*A*＝180°×菁优网-jyeoo＝45°，∠*B*＝180°×菁优网-jyeoo＝60°，∠*C*＝180°×菁优网-jyeoo＝75°，即△*ABC*不是直角三角形，故本选项符合题意；

*D*、∵*a*：*b*：*c*＝7：24：25，

∴*a*2+*b*2＝*c*2，即△*ABC*是直角三角形，故本选项不符合题意．

故选：*C*．

2．解：①当这个角为顶角时，底角＝（180°﹣70°）÷2＝55°；

②当这个角是底角时，底角＝70°．

故选：*D*．

3．解：∵△*ABC*为等边三角形，

∴∠*ACB*＝60°，

∵∠1＝45°，

∴∠1+∠*ACB*＝105°，

∵*a*∥*b*，

∴∠2＝∠1+∠*ACB*＝105°．

故选：*C*．

4．解：如图，在△*ABC*中，∠*B*＝∠*C*，*BF*＝*CD*，

菁优网-jyeoo，

∴△*BDF*≌△*CED*（*SAS*），

∴∠*BFD*＝∠*CDE*，

∵∠*FDE*+∠*EDC*＝∠*B*+∠*BFD*，

∴∠*B*＝∠*FDE*＝65°，

∴∠*C*＝∠*B*＝65°，

∴∠*A*＝180°﹣∠*B*﹣∠*C*＝180°﹣65°﹣65°＝50°，

故选：*D*．

5．解：根据题意，

①当*AC*+菁优网-jyeoo*AC*＝15，解得*AC*＝10，

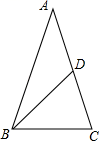
所以底边长＝12﹣菁优网-jyeoo×10＝7；

②当*AC*+菁优网-jyeoo*AC*＝12，解得*AC*＝8，

所以底边长＝15﹣菁优网-jyeoo×8＝11．

所以底边长等于7或11．

故选：*C*．



6．解：∵*MN*垂直平分线段*BC*，

∴*DB*＝*DC*，*MN*⊥*BC*，

∴∠*BDN*＝∠*CDN*，∠*DBC*＝∠*DCB*，

∴∠*ADC*＝∠*B*+∠*DCB*＝2∠*B*，

∵∠*A*＝90°，

∴∠*ADC*+∠*ACD*＝90°，

∴2∠*B*+∠*ACD*＝90°，

故选项*A*，*B*，*D*正确，

故选：*C*．

7．解：在△*ABC*中，*AB*＝*AC*，*AD*是中线，

∴*AD*⊥*BC*，

∴∠*ADC*＝90°，

∵*CE*是角平分线，∠*ACB*＝40°，

∴∠*DCF*＝20°，

∴∠*AFC*＝∠*ADC*+∠*DCF*＝90°+20°＝110°．

故选：*B*．

**二．填空题（共7小题，满分28分）**

8．解：∵等腰三角形的底边长为2，腰长为8，

∴它的周长＝2+8+8＝18，

故答案为：18．

9．解：过点*D*作*DF*⊥*BC*于点*F*，

∵*BD*是△*ABC*的角平分线，*DE*⊥*AB*于*E*，

∴*DE*＝*DF*，

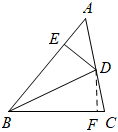
∵菁优网-jyeoo，*BC*＝12，

∴菁优网-jyeoo，

∴*DF*＝4，

∴*DE*＝*DF*＝4．

故答案为：4．



10．解：∵*DE*垂直平分*AC*，

∴*AD*＝*CD*，

∴∠*A*＝∠*ACD*

又∵*CD*平分∠*ACB*，

∴∠*ACD*＝∠*BCD*，

∴3∠*A*+∠*B*＝180°，

∵∠*A*＝菁优网-jyeoo＝50°．

故答案为：50．

11．解：∵∠*BAC*＝100°，

∴∠*B*+∠*C*＝180°﹣100°＝80°，

∵*DF*垂直平分*AB*，*EG*垂直平分*AC*，

∴*DA*＝*DB*，*EA*＝*EC*，

∴∠*DAB*＝∠*B*，∠*EAC*＝∠*C*，

∴∠*DAB*+∠*EAC*＝∠*B*+∠*C*＝80°，

∴∠*DAE*＝100°﹣80°＝20°，

故答案为：20°．

12．解：∵*BM*∥*CD*，∠*BCD*＝90°，

∴∠*MBD*＝∠*CDB*，*BM*⊥*BC*，

又∵*DB*平分∠*ADC*，

∴∠*MDB*＝∠*CDB*，

∴∠*MBD*＝∠*MDB*，

∴*MB*＝*MD*，

∵∠*A*+∠*ADB*＝90°，∠*ABM*+∠*MBD*＝90°，

∴∠*A*＝∠*ABM*，

∴*MA*＝*MB*，

∴*MA*＝*MB*＝*MD*＝菁优网-jyeoo*AD*＝4，

∵*DB*平分∠*ADC*，

∴∠*ADB*＝∠*CDB*，

∵∠*ABD*＝∠*BCD*＝90°，

∴△*ABD*∽△*BCD*，

∴*BD*：*CD*＝*AD*：*BD*，

∴*BD*2＝*AD*•*CD*；

∵*CD*＝6，*AD*＝8，

∴*BD*2＝8×6＝48，

∴*BD*＝4菁优网-jyeoo，

在Rt△*BCD*中，*BC*2＝*BD*2﹣*CD*2＝48﹣62＝12，

在Rt△*BCM*中，*MC*＝菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoo＝2菁优网-jyeoo．

∵*BM*∥*CD*，

∴菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo，

∴*MN*＝菁优网-jyeoo．

故答案为：4菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo．

13．解：∵*S*△*ABC*＝*S*△*ABD*+*S*△*ACD*，*S*菁优网-jyeoo，*S*菁优网-jyeoo，

∴*S*菁优网-jyeoo，

∵*AB*＝*AC*＝12*cm*，*S*△*ABC*＝24*cm*2，

∴*S*菁优网-jyeoo，即菁优网-jyeoo＝24，

∴*DE*+*DF*＝4*cm*，

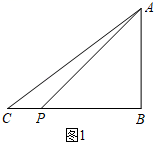
故答案为：4．

14．解：∵*BC*＝16*cm*，*AC*＝20*cm*，*AB*＝12*cm*，

∴*BC*2+*AB*2＝*AC*2，

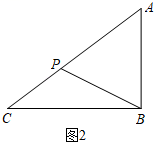
∴∠*B*＝90°，

如图1，*AB*＝*PB*＝12*cm*，



∴*t*＝12÷2＝6*s*；

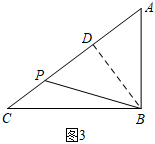
如图2，*AP*＝*AB*＝12*cm*，



∴*BC*+*PC*＝（16+20﹣12）*cm*＝24*cm*，

∴*t*＝24÷2＝12*s*；

如图3，*AB*＝*BP*＝12*cm*，



过点*B*作*BD*⊥*AC*于*D*，则*AD*＝*PD*，

∵*S*△*ABC*＝菁优网-jyeoo×*AB*×*BC*＝菁优网-jyeoo×*AC*×*BD*，

∴12×16＝20*BD*，

∴*BD*＝9.6*cm*，

由勾股定理得：*AD*＝菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoo＝7.2*cm*，

∴*AP*＝2*AD*＝14.4*cm*，

∴*t*＝（12+20﹣14.4）÷2＝8.8*s*，

综上所述，*t*的值是6*s*或12*s*或8.8*s*．

故答案为：6*s*或12*s*或8.8*s*．

**三．解答题（共6小题，满分64分）**

15．解：（1）∵*AB*＝*AC*，∠*A*＝40°，

∴∠*ABC*＝∠*C*＝70°，

∵*DE*垂直平分*AB*，

∴*AD*＝*BD*，

∵∠*DBA*＝∠*A*＝40°，

∴∠*DBC*＝70°﹣40°＝30°；

（2）由（1）得*DA*＝*DB*，

∴△*BCD*的周长＝*BD*+*CD*+*BC*＝*AC*+*BC*＝9+5＝14（*cm*），

答：△*BCD*的周长为14*cm*．

16（1）证明：∵*BD*分∠*ABC*，

∴∠*ABD*＝∠*CBD*．

∵*DE*∥*AB*，

∴∠*EDB*＝∠*ABD*．

∴∠*CBD*＝∠*EDB*．

∴*DE*＝*EB*．

（2）解：∵∠*C*＝90°，

∴*DC*⊥*BC*．

又∵*BD*分∠*ABC*交*AC*于点*D*，*DF*⊥*AB*，

∴*CD*＝*DF*＝菁优网-jyeoo．

在Rt△*CDE*中，

*CE*＝菁优网-jyeoo＝1．

∵*DE*＝*EB*＝2，

∴*BC*＝*CE*+*EB*＝3．

在Rt△*CDB*中，

*BD*＝菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoo＝2菁优网-jyeoo．

17．（1）解：如图1中，设∠*C*＝*x*．

∵∠*ABC*＝2∠*C*，

∴∠*ABC*＝2*x*，

∵*BD*平分∠*ABC*，

∴∠*ABD*＝∠*CBD*＝*x*，

∵*AB*＝*BD*，

∴∠*A*＝∠*ADB*＝∠*DBC*+∠*C*＝2*x*，

∵∠*A*+∠*ABC*+∠*C*＝180°，

∴2*x*+2*x*+*x*＝180°，

∴*x*＝36°，

∴∠*A*＝2*x*＝72°，

故答案为：72．

（2）证明：如图1中，∵∠*ABD*＝∠*DBC*＝∠*C*，

∴*BD*＝*CD*，

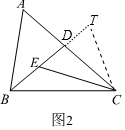
在△*ABD*和△*ECD*中，

菁优网-jyeoo，

∴△*ABD*≌△*ECD*（*AAS*），

∴*AB*＝*EC*．

（3）证明：如图2中，延长*BD*到*T*，使得*CD*＝*CT*．



∵*CD*＝*CT*，

∴∠*T*＝∠*CDT*＝∠*ADB*，

∵*BD*＝*CD*，

∴*BD*＝*CT*，

在△*ABD*和△*ECT*中，

菁优网-jyeoo，

∴△*ABD*≌△*ECT*（*AAS*），

∴*AB*＝*EC*．

18．（1）证明：∵*CD*⊥*OM*，*CE*⊥*ON*，

∴∠*ADC*＝∠*CEB*＝90°，

在Rt△*ADC*和Rt△*BEC*中，

菁优网-jyeoo，

∴Rt△*ADC*≌Rt△*BEC*（*HL*），

∴*CD*＝*CE*，

∵*CD*⊥*OM*，*CE*⊥*ON*，

∴*OC*平分∠*MON*；

（2）解：∵Rt△*ADC*≌Rt△*BEC*，*AD*＝3，

∴*BE*＝*AD*＝3，

∵*BO*＝4，

∴*OE*＝*OB*+*BE*＝4+3＝7，

∵*CD*⊥*OM*，*CE*⊥*ON*，

∴∠*CDO*＝∠*CEO*＝90°，

在Rt△*DOC*和Rt△*EOC*中，

菁优网-jyeoo，

∴Rt△*DOC*≌Rt△*EOC*（*HL*），

∴*OD*＝*OE*＝7，

∵*AD*＝3，

∴*OA*＝*OD*+*AD*＝7+3＝10．

19．解：（1）如图1，∵△*ABC*是等边三角形，*PQ*∥*AC*，

∴∠*BQP*＝∠*C*＝60°，∠*BPQ*＝∠*A*＝60°，

又∠*B*＝60°，

∴∠*B*＝∠*BQP*＝∠*BPQ*，

∴△*BPQ*是等边三角形，

∴*BP*＝*BQ*，

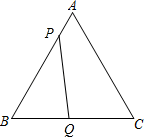
由题意可知：*AP*＝*t*，则*BP*＝9﹣*t*，

∴9﹣*t*＝6，

解得：*t*＝3，

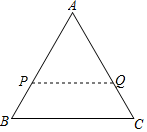
∴当*t*的值为3时，*PQ*∥*AC*；

（2）如图2，①当点*Q*在边*BC*上时，



此时△*APQ*不可能为等边三角形；

②当点*Q*在边*AC*上时，



若△*APQ*为等边三角形，则*AP*＝*AQ*，

由题意可知，*AP*＝*t*，*BC*+*CQ*＝2*t*，

∴*AQ*＝*BC*+*AC*﹣（*BC*+*CQ*）＝9+9﹣2*t*＝18﹣2*t*，

即：18﹣2*t*＝*t*，解得：*t*＝6，

∴当*t*＝6时，△*APQ*为等边三角形．

20．解：（1）当*E*为*AB*的中点时，*AE*＝*DB*；

（2）*AE*＝*DB*，理由如下，过点*E*作*EF*∥*BC*，交*AC*于点*F*，

证明：∵△*ABC*为等边三角形，

∴△*AEF*为等边三角形，

∴*AE*＝*EF*，*BE*＝*CF*，

∵*ED*＝*EC*，

∴∠*D*＝∠*ECD*，

∵∠*DEB*＝60°﹣∠*D*，∠*ECF*＝60°﹣∠*ECD*，

∴∠*DEB*＝∠*ECF*，

在△*DBE*和△*EFC*中，

菁优网-jyeoo，

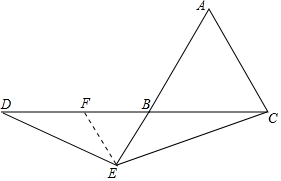
∴△*DBE*≌△*EFC*（*SAS*），

∴*DB*＝*EF*，

则*AE*＝*DB*；

（3）点*E*在*AB*延长线上时，作*EF*∥*AC*，则△*EFB*为等边三角形，

如图所示，同理可得△*DBE*≌△*CFE*，



∵*AB*＝1，*AE*＝2，

∴*BE*＝1，

∵*DB*＝*FC*＝*FB*+*BC*＝2，

则*CD*＝*BC*+*DB*＝3．

故答案为：（1）＝；（2）＝