

**湘教版初中数学九年级下册 第一章 二次函数 单元自测题**

**一、单选题**

1．二次函数y=（x-3）2+1的最小值是（　　）

A．3 B．-3 C．1 D．-1

2．将二次函数  的图象向左平移1个单位长度， 再向上平移2个单位后， 所得图象 的函数解析式是（　　）

A． B．

C． D．

3．抛物线y=2(x-1)2-2的对称轴是（　　）

A．直线  B．直线  C．直线  D．直线 

4．已知二次函数  ，当x≥2时，y的取值范围是（　　）

A．y≥3 B．y≤3 C．y＞3 D．y＜3

5．如果抛物线  开口向下，那么  的取值范围为（　　）

A． B． C． D．

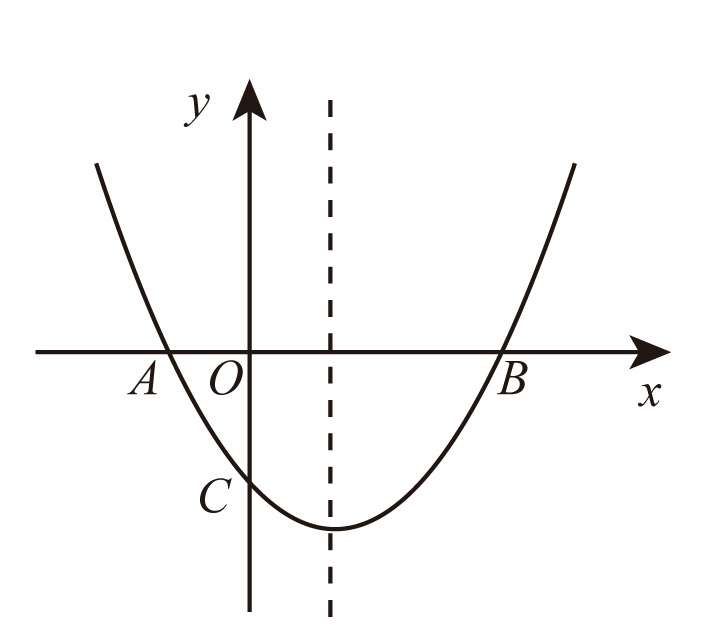
6．二次函数y=x2-2x+2的图象顶点在第（　　）象限.

A．一 B．二 C．三 D．四

7．在下列函数中，其图象与x轴没有交点的是（　　）

A．y=2x B．y=﹣3x+1 C．y=x2 D．y= 

8．如图，已知抛物线的对称轴在y轴右侧，抛物线与x轴交于点和点B，与y轴的负半轴交于点C，且，则下列结论：①；②；③；④．其中正确的有（　　）



A．1个 B．2个 C．3个 D．4个

9．函数  的图象上有三个点分别为  ，  ，  ，则  ，  ，  的大小关系为(　　)

A． B．

C． D． ，  ，  的大小不确定

10．已知a，b是抛物线y＝（x﹣c）（x﹣c﹣d）﹣3与x轴交点的横坐标，a＜b，则|a﹣c|+|c﹣b|化简的结果是（　　）

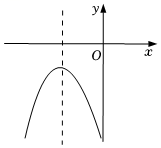
A．b﹣a B．a﹣b C．a+b﹣2c D．2c﹣a﹣b

**二、填空题**

11．二次函数  的对称轴是直线　 　．

12．教练对小明推铅球的录像进行技术分析，发现铅球行进高度  与水平距离  之间的关系为  ，由此可知铅球推出的距离是　 　m．

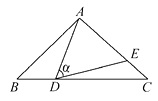
13．二次函数的图象如图所示，则m的取值范围是　 　．



14．如图，在△ABC中，AB=AC=10，点D是边BC上一动点(不与B，C重合)，∠ADE=∠B=α，DE交AC于点E，且cosα=  .下列结论：

①△ADE∽△ACD； ②当BD=6时，△ABD与△DCE全等；

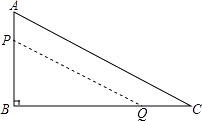
③△DCE为直角三角形时，BD为8； ④0<CE≤6.4.



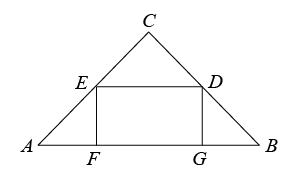
其中正确的结论是　 　.(把你认为正确结论的序号都填上)

**三、解答题**

15．如图，在△ABC中，∠B=90°，AB=12，BC=24，动点P从点A开始沿边AB向终点B以每秒2个单位长度的速度移动，动点Q从点B开始沿边BC以每秒4个单位长度的速度向终点C移动，如果点P、Q分别从点A、B同时出发，那么△PBQ的面积S随出发时间t（s）如何变化？写出函数关系式及t的取值范围．



16．在一块等腰直角三角形铁皮上截一块矩形铁皮，如图，已有的铁皮是等腰直角三角形ABC，它的底边AB长20厘米．要截得的矩形EFGD的边FG在AB上，顶点E、D分别在边CA、CB上，设EF的长为x厘米，矩形EFGD的面积为y平方厘米，试写出y关于x的函数解析式及定义域，并求当EF的长为4厘米时所截得的矩形的面积，

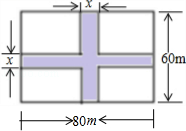


17．在平面直角坐标系中，二次函数的图象经过A（-2，0），B（4，0），C（1，3）三点．求这个二次函数的解析式．

18．如图所示，已知边长为4的正方形钢板有一个角锈蚀，其中AF=2，BF=1。为了合理利用这块钢板．将在五边形EABCD内截取一个矩形块MDNP，使点P在AB上，且要求面积最大，求钢板的最大利用率。



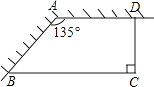
19．如图，一块草地是长80 m，宽60 m的矩形，欲在中间修筑两条互相垂直的宽为xm的小路，这时草坪面积为y m2．求y与x的函数关系式，并写出自变量x的取值．



20．关于x的函数y=（m2﹣1）x2﹣（2m+2）x+2的图象与x轴只有一个公共点，求m的值．

**四、综合题**

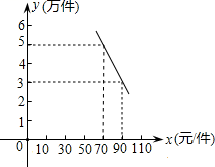
21．如图，校园要建苗圃，其形状如直角梯形，有两边借用夹角为135°的两面墙，另外两边是总长为30m的铁栅栏．



（1）求梯形的面积y与高x的表达式；

（2）求x的取值范围．

22．某环保器材公司销售一种新型产品，已知每件产品的进价为40元，经销过程中测出销售量y（万件）与销售单价x（元/件）存在如图所示的一次函数关系，每年销售该产品的总开支z（万元）（不含进价成本）与年销售y（万件）存在函数关系z＝10y＋42.5

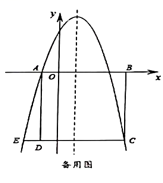
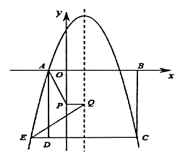


（1）求y与x之间的函数关系式；

（2）试求出该公司销售该产品年获利w（万元）与销售单价x（元/件）的函数关系式（年获利＝年销售总收入金额－年销售产品的总进价－年总开支金额）；当销售单价x为何值时，年获利最大？最大值是多少？

（3）若公司希望该产品一年的销售获利不低于57.5万元，请根据函数图象的性质直接写出x的取值范围.

23．如图，平面直角坐标系中，正方形ABCD的顶点A，B在x轴上，抛物线经过A，两点，且与直线DC交于另一点E．



（1）求抛物线的解析式：

（2）P为y轴上一点，过点P作抛物线对称轴的垂线，垂足为Q，连接EQ，AP．试求的最小值；

（3）N为平面内一点，在抛物线对称轴上是否存在点M，使得以点M，N，E，A为顶点的四边形是菱形？若存在，请直接写出点M的坐标；若不存在，请说明理由．

**答案解析部分**

1．【答案】C

【解析】【解答】解：∵y=（x-3）2+1中 ，a=1＞0，  
∴图象开口向上，对称轴为x=3，  
∴当x=3时，ymin=1，  
故答案为：C.  
【分析】由二次函数的顶点式y=（x-3）2+1可知，二次项系数为1，对称轴为x=3，顶点坐标的纵坐标即为函数的最小值，据此求解即可.

2．【答案】D

【解析】【解答】解：  向左平移1个单位长度为：，  
再向上平移2个单位为：.  
故答案为：D.  
  
【分析】图象的平移特点是：自变量左加右减，因变量上加下减，据此分步求解即可得出新的函数解析式.

3．【答案】B

【解析】【解答】∵y=2(x-1)2-2是二次函数解析式的顶点式，

∴抛物线y=2(x-1)2-2的对称轴是直线x=1，

故答案为：B．

【分析】根据顶点式二次函数的解析式，可得二次函数的对称轴，即可得答案．

4．【答案】B

【解析】【解答】解：当x=2时，y=﹣4+4+3=3，

∵ =  ，

∴当x＞1时，y随x的增大而减小，

∴当x≥2时，y的取值范围是y≤3，

故答案为：B.

【分析】由题意把x=2代入解析式计算可求得y的值，再将二次函数的解析式配成顶点式，可得抛物线的对称轴为x=1，根据二次函数的性质即可求解.

5．【答案】D

【解析】【解答】解：∵抛物线  开口向下，

∴ ，

∴ .

故答案为：D.

【分析】由抛物线的开口向下可得不等式  ，解不等式即可得出结论.

6．【答案】A

【解析】【解答】解：∵y＝x2−2x＋2＝（x−1）2＋1，

∴抛物线顶点坐标为（1，1），在第一象限，

故答案为：A．

【分析】利用配方法将抛物线的一般式转化为顶点式，求出顶点坐标，然后判断所在象限．

7．【答案】D

【解析】【解答】A．正比例函数y=2x与x轴交于（0，0），不合题意；

B．一次函数y=-3x+1与x轴交于（  ，0），不合题意；

C．二次函数y=x2与x轴交于（0，0），不合题意；

D．反比例函数y=  与x轴没有交点，符合题意；

故答案为：D．

【分析】依据一次函数的图象，二次函数的图象以及反比例函数的图象进行判断即可．

8．【答案】C

【解析】【解答】解：∵抛物线开口向上，对称轴在y轴右侧，与y轴交于负半轴，

∴a＞0，b＜0，c＜0，

∴＜0，

∴①不符合题意．

∵当x=0时，y=c，

∴C（0，c），

∵OB=2OC，

∴B（-2c，0）．

∴0=4ac2-2bc+c=0

∴c（4ac-2b+1）=0，

∵c＜0，

∴4ac-2b+1=0，

∴2b-4ac=1．

∴②符合题意．

∵抛物线过点A（-2，0），B（-2c，0）．

抛物线可以表示为：y=a（x+2）（x+2c）

=ax2+2a（c+2）x+4ac．

∴4ac=c．

∴4a=1，

∴，

∴③符合题意．

∵，2b-4ac=1，

∴c=2b-1，

∴④符合题意．

∴正确的有：②③④，

故答案为：C．

【分析】由抛物线开口向上知a＞0，结合对称轴在y轴右侧可得b＜0，由抛物线与y轴交于负半轴，可得c＜0，据此判断①；先求点C（0，c），由OB=2OC，可得B（-2c，0），将点B坐标代入中，可得4ac2-2bc+c=0，据此判断②；由A、B坐标，利用交点式可得y=a（x+2）（x+2c），从而得出4ac=c，继而求出a值，即可判断③；由②③知，2b-4ac=1，从而得出c=2b-1，即可判断④.

9．【答案】B

【解析】【解答】解：  二次函数的解析式  ，

 该二次函数的抛物线开口向上，且对称轴为  .

 ，  ，  为  的图象上三个点，

且三点横坐标距离对称轴  的距离远近顺序为：

 、  、  ，

 三点纵坐标的大小关系为：  .

故答案为：B.

【分析】根据二次函数的解析式可得开口方向以及对称轴，然后根据距离对称轴水平距离越远的点，对应的函数值越大进行比较.

10．【答案】A

【解析】【解答】解：设函数y′＝（x−c）（x−c−d），该函数与x轴的交点坐标为（c，0）、（c＋d，0），

函数y′向下平移3个单位得到y＝（x−c）（x−c−d）−3，该函数与x轴的交点坐标为（a，0）、（b，0），

则a＜c＜c＋d＜b，

故|a−c|＋|c−b|＝c−a＋b−c＝b−a，故A正确.

故答案为：A.

【分析】设函数y′＝(x−c)(x−c−d)，则该函数图象与x轴的交点坐标为（c，0）、（c＋d，0），根据二次函数图象的几何变换可得函数y与x轴的交点坐标为（a，0）、（b，0），则a＜c＜c＋d＜b，接下来判断出a-c、c-b的符号，然后根据绝对值的性质化简即可.

11．【答案】

【解析】【解答】解：二次函数解析式为  ，

∴对称轴为：直线  ，

故答案为：  ．

【分析】直接根据抛物线的顶点式写出对称轴即可．

12．【答案】11

【解析】【解答】解：根据题意可知  ，

则  ，

解得  ，  ，

∵ ，

∴ ，

故铅球推出的距离是11米．

故答案为：11．

【分析】根据铅球落地时，高度*y*＝0，把实际问题可理解为当*y*＝0时，求*x*的值即可．

13．【答案】

【解析】【解答】解：抛物线的开口向下，①，

对称轴在y轴的左侧，②，

二次函数与y轴交于负半轴，③，

抛物线与x轴无交点，④，

联立①②③④解之得：，

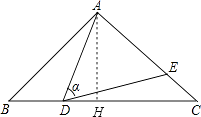
的取值范围是．

故答案为：．

【分析】根据二次函数的图象与系数的关系求解即可。

14．【答案】①②④

【解析】【解答】作*AH*⊥*BC*于*H*，如图，



∵*AB=AC*，

∴∠*B=∠C=α，BH=CH*，

而∠*ADE=∠B=α*，

∴∠*ADE=∠C*，

而∠*DAE=∠CAD*，

∴△*ADE∽△ACD*，所以①正确；

在Rt△*ABH*中，cos*B*=  ，

∴*BH*=10×  =8，

∴*BC*=2*BH*=16，

当*BD*=6，则*CD*=10，

∵∠*ADC=∠B+∠BAD*，

而∠*ADE=∠B=α*，

∴∠*EDC=∠BAD*，

在△*ABD*与△*DCE*中

 ，

∴△*ABD*≌*△DCE*，所以②正确；

∵∠*B=∠C，∠BAD=∠CDE*，

∴△*ABD*∽△*DCE*，

△*DCE*为直角三角形，当∠*DEC*=90°，则∠*ADB*=90°，*BD*为8；

当∠*EDC*=90°，则∠*BAD*=90°，*BD*=  ，所以③错误；

设*BD*=*x*，则*CD*=16-*x*，

由△*ABD*∽△*DCE*得  ，即  ，

∴*CE*=-  ，

∴*CE*的最大值为6.4，

∴0＜*CE*≤6.4，所以④正确．  
故答案为：①②④.

【分析】①利用三个角相等的两个三角形相似来证明；②利用角相等，将所给的余弦函数变为∠B的余弦函数，从而利用角边角证得△*ABD*≌*△DCE*；③利用三角形相似对应边成比例，再结合所求及所给线段的长度求得BD的长度；④由三角形相似对应边成比例用BD的表示出CE的长度，再利用二次函数的图象特征计算出CE的取值范围.

15．【答案】解：△PBQ的面积S随出发时间t（s）成二次函数关系变化，

∵在△ABC中，∠B=90°，AB=12，BC=24，动点P从点A开始沿边AB向终点B以每秒2个单位长度的速度移动，

动点Q从点B开始沿边BC以每秒4个单位长度的速度向终点C移动，

∴BP=12﹣2t，BQ=4t，

∴△PBQ的面积S随出发时间t（s）的解析式为：y=  （12﹣2t）×4t=﹣4t2+24t，（0＜t＜6）

【解析】【分析】根据题意表示出BP，BQ的长进而得出△PBQ的面积S随出发时间t（s）的函数关系式．

16．【答案】解：∵△ABC是等腰直角三角形，四边形EFGD是矩形，

∴△AFE和△DGB都是等腰直角三角形，

∴AF=EF=x，GB=DG=x，FG=AB-AF-GB=20-2x，

∴矩形EFGD的面积y=x(20-2x)=-2x2+20x，

由0<20-2x<20，

解得0<x<10，

∴y关于x的函数关系式是，

定义域是0<x<10，

当x=4时，y=-2×42+20×4=48，

即当EF的长为4厘米时，所截得的矩形的面积为48平方厘米．

【解析】【分析】利用矩形的面积公式可得，再利用二次函数的性质求解即可。

17．【答案】解：∵二次函数的图象经过A(-2，0)，B(4，0)，

∴设二次函数的解析式为  ，

∵图象过点C(1，3)，

∴ ，

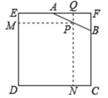
解得：  ，

∴二次函数的解析式为  ，

故二次函数的解析式为：  ．

【解析】【分析】利用抛物线与 x 轴的两交点坐标，可设交点式  ，然后把C点坐标代入求出  即可．

18．【答案】如图所示，为了表达矩形MDNP的面积，设DN=x，



PN=y，

则面积S=xy①，

∵点P在AB上， 由△APQ~△ABF得，



即：x=10-2y，

∴代入①，得S=(10-2y)y=-2y2+10y

即S=  ，

即：x=10-2y，

∴代入①，得S=(10-2y)y=-2y2+10y

即S= 

因为3≤y≤4而y=  ，不在自变量的取值范围内，

所以y=  不是最值点，

当y=3时，S=12；当y=4时，S=8，故面积的最大值是S=12，此时，钢板的最大利用率是80%。

【解析】【分析】设矩形MDNP的两邻边DN=x，PN=y，易证△APQ~△ABF，利用相似三角形的对应边成比例得到x与y的关系，则可表示出矩形MDNP的面积S，然后利用二次函数的性质以及y的取值范围用比较法求出S的最大值，进而可求出钢板的最大利用率。

19．【答案】解：依题意得把两条路分别进行平移，

长为80m的路移动到上方，长为60m的路移动左方，

∴草坪就变成了边长为（80﹣x）和（60﹣x）的长方形，

∴y=（80﹣x）（60﹣x）=x2﹣140x+4800，

自变量的取值应大于等于0，但应小于60，即0＜x＜60．

故填空答案：y=（80﹣x）（60﹣x）=x2﹣140x+4800（0＜x＜60）．

【解析】【分析】由题意可得，除去道路后， 草坪就变成了边长为（80﹣x）和（60﹣x）的长方形，所以可得y=（80﹣x）（60﹣x） ，整理即可求解。

20．【答案】解：①当m2﹣1=0，且2m+2≠0，即m=1时，该函数是一次函数，则其图象与x轴只有一个公共点；

②当m2﹣1≠0，即m≠±1时，该函数是二次函数，则

△=（2m+2）2﹣8（m2﹣1）=0，

解得 m=3，m=﹣1（舍去）．

综上所述，m的值是1或3．

【解析】【分析】抓住已知条件：已知函数的图象与x轴只有一个公共点，因此分两种情况讨论：该函数是一次函数时，则二次项系数为0且一次项系数不为0，建立关于m的方程和不等式，求解即可；当此函数是二次函数时，二次项系数不为0且b2-4ac=0，建立关于m的方程和不等式，求解即可。

21．【答案】（1）解：如图，连接DE，过点A作AE⊥BC于E，则四边形ADCE为矩形，DC=AE=x，∠DAE=∠AEB=90°，

则∠BAE=∠BAD﹣∠EAD=45°，

在直角△CDE中，

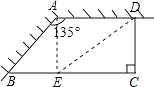
又∵∠AEB=90°，

∴∠B=45°，

∴DC=AE=BE=x，

∴AD=CE=30﹣2x，

∴梯形ABCD面积y=  （AD+BC）•CD=  （30﹣2x+30﹣x）•x=﹣  x2+30x



（2）解：∵ ，

∴0＜x＜15

【解析】【分析】（1）过点A作AE⊥BC于E，则四边形ADCE为矩形，得出DC=AE=BE=x，再证明△ABE是等腰直角三角形，得出AD=CE=30﹣2x，然后根据梯形的面积公式即可求出y与x之间的函数关系式，根据二次函数的性质直接求解；（2）根据AE＞0，AD＞0，即可求出自变量x的取值范围．

22．【答案】（1）解：由题意，设，

图象过点（70，5），（90，3），

则，

解得，

∴y与x之间的函数关系式为：y=－x+12；

（2）解：由题意，得：w=y（x－40）－z=y（x－40）－（10y+42.5）

=（－x+12）×（x－40）－10（－x+12）－42.5

=－x2+17x－642.5=－（x-85）2+80

∴当x=85时，年获利最大值为80万元；

（3）70≤x≤100

【解析】【解答】解：（3）由w=57.5得：－0.1x2+17x－642.5=57.5，

解得：x1=70，x2=100，结合函数图象的性质可知：70≤x≤100.

【分析】（1）设y=kx+b，将（70，5），（90，3）代入求出k、b的值，进而可得y与x之间的函数关系式；  
（2）根据年获利=(售价-进价)×销售量 -总开支可得w与x的关系式，然后根据二次函数的性质进行解答；  
（3）令w=57.5，求出x的值，进而可得x的范围.

23．【答案】（1）解：∵四边形ABCD为正方形，，

∴，，

∴，

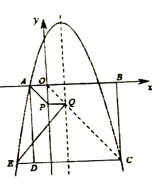
∴，

将点A，C坐标代入得：，

解得：，

∴抛物线的解析式为

（2）解：连接OC，交对称于点Q



∵轴，

∴，

∵，

∴四边形AOQP是平行四边形，

∴，

∴

若使的值为最小，其为量小．

∵E，C关于对称轴对称，

∴，

∴，

此时的值最小，最小值为线段OC长．

∵，

∴，

∴的最小值为，

即的最小值为．

（3）解：存在，，，，，

【解析】【解答】(3)设

∵E，C关于对称轴对称，，

∴，

∵

∴





∵由于N是任意一点，要使得以点M，N，E，A为顶点的四边形是菱形

∴△AME是等腰三角形

当时，，

解得，

此时M点坐标为，

当时，，

解得，

此时M点坐标为，

当时，，

解得，

此时M点坐标为

综上所述，存在点M，，，，

，使得以点M，N，E，A为顶点的四边形是菱形

【分析】（1）根据正方形的性质可求出A的坐标，再利用待定系数法求出抛物线解析式即可；  
（2） 连接OC，交对称于点Q ，易证四边形AOQP是平行四边形，可得，从而得出

，若使的值为最小，其为量小.由E，C关于对称轴对称，可得，即得，此时的值最小，最小值为线段OC长，根据勾股定理求出OC即可；  
（3）由于N是任意一点，要使得以点M，N，E，A为顶点的四边形是菱形，可得△AME是等腰三角形，分三种情况：当时或当时或当时，据此分别解答即可.