

南宁市第二十六中学 2023 年春季学期学情调查

八年级数学

(考试形式: 闭卷 考试时间: 120 分钟 满分: 120 分)

注意事项:

1. 本试卷分试题卷和答题卡两部分. 答案一律填写在答题卡上, 在试题卷上作答无效.
2. 答题前, 请认真阅读答题卡上的注意事项.
3. 不能使用计算器. 考试结束时, 将本试题卷和答题卡一并交回.

第 I 卷

一、选择题(共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分. 每小题给出的四个选项中只有一项是符合要求的, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.)

1. 下列关于天气预报的图标中是轴对称图形的是



2. 在物联网时代的所有芯片中, $0.000\ 000\ 014\ \text{m}$ 芯片已成为需求的焦点. 把它用科学记数法表示正确的是

- A. $1.4 \times 10^{-8}\ \text{m}$ B. $1.4 \times 10^{-9}\ \text{m}$ C. $14 \times 10^{-9}\ \text{m}$ D. $1.4 \times 10^{-10}\ \text{m}$

3. 已知点 $A(-3, 2)$, 点 B 与点 A 关于 x 轴对称, 则 B 点坐标是

- A. $(-3, 2)$ B. $(-3, -2)$ C. $(3, -2)$ D. $(3, 2)$

4. 已知三角形的三边长分别是 4, 8, a , 则 a 的取值可能是

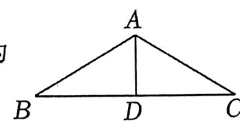
- A. 4 B. 11 C. 12 D. 13

5. 正多边形的每一个内角都是 135° , 则这个正多边形是

- A. 正五边形 B. 正六边形 C. 正七边形 D. 正八边形

6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, AD 为 $\angle BAC$ 的平分线, 若 $BC = 8$, 则 CD 的长为

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5



第 6 题

7. 把分式 $\frac{3ab}{a+b}$ 中的分子与分母都变为原来的 2 倍, 则分式的值

- A. 变为原来的 6 倍 B. 变为原来的 $\frac{1}{2}$ 倍
C. 变为原来的 2 倍 D. 不变

8. 下列计算中, 正确的是

- A. $x^3 \cdot x^2 = x^6$ B. $(ab)^6 = ab^6$
C. $(-a^3)^2 = a^6$ D. $3x^3y^2 \div xy^2 = 3x^3$

9. 若 $x^2 + (k+1)x + 1$ 是一个完全平方式, 则 k 的值是

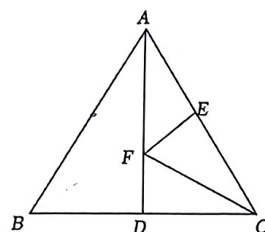
- A. -3 B. 1 C. -3 或 1 D. ± 2

10. 某农场开挖一条长 480 米的渠道, 开工后每天比原计划多挖 30 米, 结果少花 4 天完成任务, 若设原计划每天挖 x 米, 那么下列方程中正确的是

- A. $\frac{480}{x} - \frac{480}{x+30} = 4$ B. $\frac{480}{x+30} - \frac{480}{x} = 4$
C. $\frac{480}{x-4} - \frac{480}{x} = 30$ D. $\frac{480}{x} - \frac{480}{x-4} = 30$

11. 如图, 等边三角形 ABC 的边长为 4, AD 是 BC 边上的中线, F 是线段 AD 上的动点, E 是 AC 边上一点. 若 $AE = 2$, 当 $EF + CF$ 取得最小值时, $\angle ECF$ 的度数为

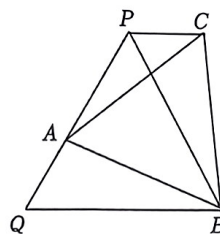
- A. 30° B. 45° C. 25° D. 20°



第 11 题

12. 如图, 在等边 $\triangle PQB$ 中, 点 A 为 PQ 上一动点 (不与 P, Q 重合), 再以 AB 为边作等边 $\triangle ABC$, 连接 PC . 有以下结论: ① PB 平分 $\angle ABC$; ② $AQ = CP$; ③ $PC \parallel QB$; ④ $PB = PA + PC$; ⑤ 当 $BC \perp BQ$ 时, $\triangle ABC$ 的周长最小. 其中一定正确的有

- A. ①②③ B. ②③④ C. ③④⑤ D. ②③④⑤



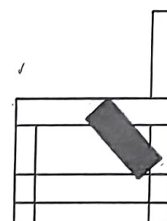
第 12 题

第 II 卷

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 2 分, 共 12 分.)

13. 若分式 $\frac{1}{x-2}$ 有意义, 则 x 的取值范围为 ★.

14. 在日常生活中, 我们通常采用如图的方法 (斜钉上一块木条) 来修理一张摇晃的椅子, 请用数学知识说明这样做的依据是: ★.



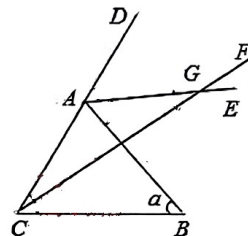
第 14 题

15. 因式分解: $2a^2 - 12a =$ ★.

16. 关于 x 的分式方程 $\frac{2}{x+5} = \frac{1}{x-2}$ 的解是 $x =$ ★.

17. 若实数 x, y 满足 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 5$, 则分式 $\frac{3x - 2xy - 3y}{x + xy - y}$ 的值等于 ★.

18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 60^\circ$, $\angle ABC = \alpha (20^\circ < \alpha < 120^\circ)$, AE 平分 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle BAD$, CF 将 $\angle ACB$ 分成 1:2 两部分, 若 AE, CF 交于点 G , 则 $\angle AGC$ 的度数为 ★ (用含 α 的式子表示).



第 18 题

三、解答题（本大题共 8 小题，共 72 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．）

19. （本题满分 6 分）化简： $(x+y)(x-y) + (2xy^2 - 6xy) \div 2x$.

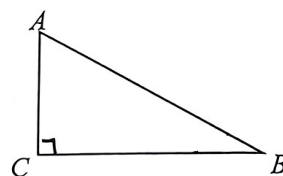
20. （本题满分 6 分）先化简，再求值 $\left(1 - \frac{2}{a-1}\right) \div \frac{a^2 - 6a + 9}{a-1}$ ，其中 $a = 2$.

21. （本题满分 10 分）在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 6$ ， $BC = 8$.

(1) 求线段 AB 的长；

(2) 作边 AB 的垂直平分线分别交 AB ， BC 于点 E 和点 F （利用尺规作图，保留作图痕迹）；

(3) 连接 AF ，若 $\angle B = 25^\circ$ ，求 $\angle CAF$ 的度数.

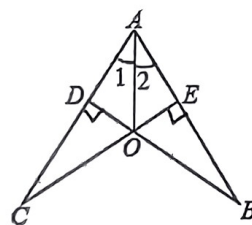


第 21 题

22. （本题满分 10 分）如图， $CE \perp AB$ ， $BD \perp AC$ ，垂足分别为 E ， D ， CE ， BD 相交于 O ，连接 OA .

(1) 若 $AB = AC$ ，求证： $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ ；

(2) 若 $OB = OC$ ，求证： $\angle 1 = \angle 2$.



第 22 题

23. （本题满分 10 分）南宁市以移动互联和大数据技术支持智慧课堂，实现学生的自主、个性和多元学习，全市学生逐步实现上课能使用平板电脑．某商场用 6 万元购进甲种型号的平板，很快销售一空．该商场又用 12.8 万元购进了乙种型号的平板，所购数量是甲型平板购进数量的 2 倍，但单价贵了 40 元，甲型平板和乙型平板售价都是 700 元，但最后剩下的 50 件乙型平板按售价的八折销售，很快售完．

(1) 该商场购进甲型平板和乙型平板的单价各多少元？

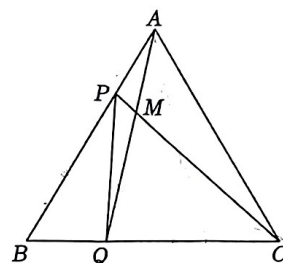
(2) 售完这两种平板，商场共盈利多少元？

24. （本题满分 10 分）如图，点 P ， Q 分别是边长为 4 cm 的等边 $\triangle ABC$ 的边 AB ， BC 上的动点，点 P 从点 A 向点 B 运动，点 Q 从点 B 向点 C 运动，它们同时出发，且速度都为 1 cm/s，运动的时间为 t 秒，连接 AQ ， CP 交于点 M ，则在 P ， Q 运动的过程中，

(1) 求证： $\triangle ABQ \cong \triangle CAP$ ；

(2) $\angle CMQ$ 的大小变化吗？若变化，则说明理由，若不变，则求出它的度数；

(3) 当 t 为何值时， $\triangle PBQ$ 是直角三角形？



第 24 题

25. (本题满分 10 分)

【阅读理解】将完全平方公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ 进行适当的变形，可以解决很多的数学问题，例如：若 $a+b=3$ ， $ab=1$ ，求 a^2+b^2 的值。

解：因为 $a+b=3$ ，所以 $(a+b)^2=9$ ，即 $a^2+2ab+b^2=9$ 。

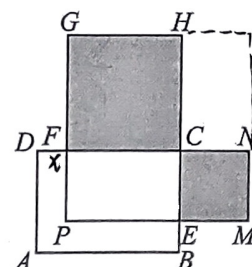
又因为 $ab=1$ ，所以 $a^2+b^2=7$ 。

【解决问题】根据上面的解题思路与方法，解决下列问题。

(1) 若 $x+y=8$ ， $x^2+y^2=40$ ，则 $xy=$ _____；

(2) 若 $x-y=6$ ， $xy=5$ ，求 x^2+y^2 的值；

(3) 如图，在长方形 $ABCD$ 中， $AB=25$ ， $BC=15$ ，点 E, F 是 BC, CD 上的点，且 $BE=DF=x$ ，分别以 FC, CE 为边在长方形 $ABCD$ 外侧作正方形 $CFGH$ 和 $CEMN$ ，在长方形 $ABCD$ 内侧作长方形 $CEPF$ ，若长方形 $CEPF$ 的面积为 200，求图中阴影部分的面积和。



第 25 题

26. (本题满分 10 分)

(1) 如图 1， $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle BAC=90^\circ$ ，点 D 为 BC 的中点， E, F 分别为边 AC, AB 上两点，若满足 $\angle EDF=90^\circ$ ，则 AE, AF, AB 之间满足的数量关系是_____；

(2) 如图 2， $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle BAC=120^\circ$ ，点 D, G 分别为 BC, AB 的中点， E, F 分别为边 AC, AB 上两点，若满足 $\angle EDF=60^\circ$ ，试探究 AE, AF, AG 之间满足的数量关系，并说明理由；

(3) 在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=5$ ， $\angle BAC=120^\circ$ ，点 D 为 BC 的中点， E, F 分别为直线 AC, AB 上两点，若满足 $CE=1$ ， $\angle EDF=60^\circ$ ，请直接写出 AF 的长。

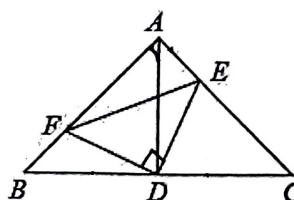


图1

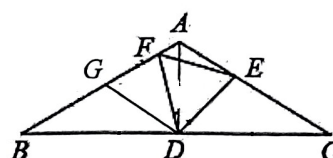
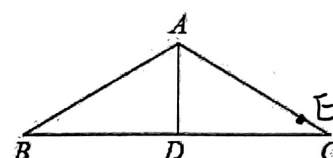


图2



备用图

第 26 题

一、选择题（每小题 3 分，共 36 分）

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	A	B	B	D	C	D	C	C	A	A	D

二、填空题（每小题 2 分，共 12 分）

13. $x \neq 2$ 14. 三角形具有稳定性 15. $2a(a-6)$
 16. 9 17. $\frac{17}{4}$ 18. $\frac{1}{2}\alpha + 10^\circ$ 或 $\frac{1}{2}\alpha - 10^\circ$

三、解答题（共 8 小题，满分 72 分）

19.（本题满分 6 分）

$$\begin{aligned} \text{原式} &= x^2 - y^2 + 2xy^2 \div 2x - 6xy \div 2x && \dots\dots\dots 3 \text{ 分} \\ &= x^2 - y^2 + y^2 - 3y && \dots\dots\dots 5 \text{ 分} \\ &= x^2 - 3y && \dots\dots\dots 6 \text{ 分} \end{aligned}$$

20.（本题满分 6 分）

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \left(\frac{a-1}{a-1} - \frac{2}{a-1} \right) \div \frac{(a-3)^2}{a-1} \\ &= \frac{a-3}{a-1} \cdot \frac{a-1}{(a-3)^2} \\ &= \frac{1}{a-3} && \dots\dots\dots 4 \text{ 分} \\ \text{当 } a=2 \text{ 时, 原式} &= \frac{1}{2-3} = -1 && \dots\dots\dots 6 \text{ 分} \end{aligned}$$

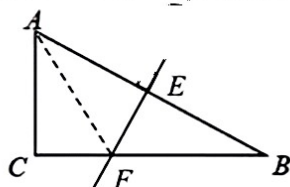
21.（本题满分 10 分）

（1）在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 6$ ， $BC = 8$ ，

$$\begin{aligned} \text{根据勾股定理得: } AB &= \sqrt{AC^2 + BC^2} && \dots\dots\dots 1 \text{ 分} \\ &= \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 && \dots\dots\dots 2 \text{ 分} \end{aligned}$$

即：线段 AB 的长为 10.

（2）如图所示，线段 AB 的垂直平分线 EF 、点 E 、 F 为所求.



$\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

（图画对 2 分，标点 1 分，下结论 1 分，共 4 分，不保留作图痕迹不得分）

(3) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 25^\circ$

$$\therefore \angle CAB = 180^\circ - (90^\circ + 25^\circ) = 65^\circ \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$\because EF$ 为线段 AB 的垂直平分线

$$\therefore AF = BF \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle BAF = \angle B = 25^\circ \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle CAF = \angle CAB - \angle BAF = 65^\circ - 25^\circ = 40^\circ \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

22. (本题满分 10 分) 证明: 如图所示:

(1) $\because CE \perp AB$, $BD \perp AC$,

$$\therefore \angle ADB = \angle AEC = 90^\circ, \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中,

$$\begin{cases} \angle ADB = \angle AEC \\ \angle DAB = \angle EAC, \\ AC = AB \end{cases} \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \quad (AAS), \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(2) $\because CE \perp AB$, $BD \perp AC$,

$$\therefore \angle OEB = \angle ODC = 90^\circ, \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

在 $\triangle BOE$ 和 $\triangle COD$ 中,

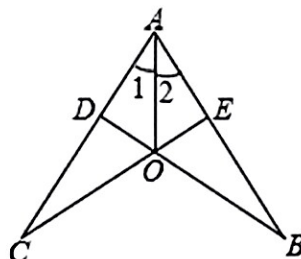
$$\begin{cases} \angle OEB = \angle ODC \\ \angle EOB = \angle DOC, \\ OB = OC \end{cases} \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore \triangle BOE \cong \triangle COD \quad (AAS), \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\therefore OE = OD, \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\therefore AO \text{ 是 } \angle BAC \text{ 的角平分线}, \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2. \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$



23. (本题满分 10 分) 解: (1) 设该商场购进甲型平板的单价为 x 元, 则购进乙型平板的单价为 $(x+40)$ 元, $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

$$\text{由题意得: } \frac{60000}{x} \times 2 = \frac{128000}{x+40}, \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{解得: } x=600, \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{经检验: } x=600 \text{ 是原分式方程的解, 且符合题意}, \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\text{则 } x+40=640,$$

$$\text{答: 该商场购进甲型平板的单价为 } 600 \text{ 元, 乙型平板的单价为 } 640 \text{ 元; } \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$(2) \text{ 该商场共购进甲型平板和乙型平板: } (60000 \div 600) \times 3 = 300 \text{ (件)}, \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

共盈利：(300 - 50) × 700 + 700 × 0.8 × 50 - 60000 - 128000 = 15000 (元)，9 分

答：售完这两种平板，商场共盈利 15000 元。10 分

24. (本题满分 10 分) 证明：∵ △ABC 是等边三角形，

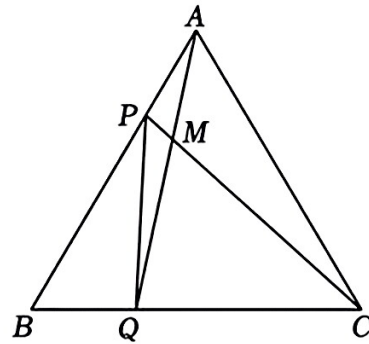
∴ ∠ABQ = ∠CAP = 60°，AB = CA，1 分

∵ 点 P、Q 的速度相同，

∴ AP = BQ，2 分

在 △ABQ 和 △CAP 中

$$\begin{cases} AB = CA \\ \angle ABQ = \angle CAP \\ AP = BQ \end{cases}$$



∴ △ABQ ≌ △CAP (SAS);3 分

(2) 解：∠CMQ 的大小不发生变化，4 分

∵ △ABQ ≌ △CAP，

∴ ∠BAQ = ∠ACP，5 分

∴ ∠QMC = ∠QAC + ∠ACP

= ∠QAC + ∠BAQ

= 60° ;6 分

(3) ∵ 运动时间为 t 秒，则 AP = BQ = t，

∴ PB = 4 - t，7 分

当 ∠PQB = 90° 时，

∵ ∠B = 60° 则 ∠BPQ = 30°

∴ PB = 2BQ，

∴ 4 - t = 2t，解得 $t = \frac{4}{3}$ ，8 分

当 ∠BPQ = 90° 时，

∵ ∠B = 60°，

∴ BQ = 2PB，则 ∠PQB = 30°

∴ t = 2(4 - t)，解得 $t = \frac{8}{3}$ ，9 分

∴ 当 t 为 $\frac{4}{3}s$ 或 $\frac{8}{3}s$ 时，△PBQ 为直角三角形；10 分

25. (本题满分 10 分) 解：(1) 122 分

$$(2) \because x-y=6, \quad xy=5,$$

$$\therefore (x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2 = 36, \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 36 + 2xy = 36 + 10 = 46 \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$(3) \because \text{由题意可得 } CF = 25 - x, CE = 15 - x, \quad CE \cdot CF = (25 - x)(15 - x) = 200, \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\text{而 } CF - CE = 10, \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\therefore CF^2 - 2CE \cdot CF + CE^2 = 100,$$

$$\therefore CE^2 + CF^2 = 100 + 2CE \cdot CF = 500, \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{图中阴影部分的面积和为 } 500. \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$26. (\text{本题满分 } 10 \text{ 分}) \text{ 解: (1) } AB = AF + AE; \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$(2) AE + AF = AG, \text{ 理由是: } \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

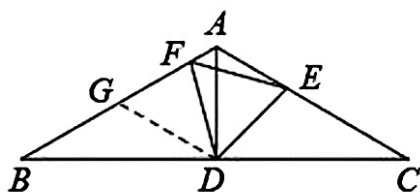


图2

如图 2

\because 点 G 是 $\text{Rt}\triangle ADB$ 斜边中点,

$$\therefore DG = AG = BG = \frac{1}{2} AB,$$

$\because AB = AC, \angle BAC = 120^\circ$, 点 D 为 BC 的中点,

$$\therefore \angle BAD = \angle CAD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle GDA = \angle BAD = 60^\circ, \text{ 即 } \angle GDF + \angle FDA = 60^\circ,$$

$$\text{又 } \because \angle FAD + \angle ADE = \angle FDE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle GDF = \angle ADE, \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\because DG = AG, \angle BAD = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle ADG$ 为等边三角形,

$$\therefore \angle AGD = \angle CAD = 60^\circ, \quad GD = AD,$$

$$\therefore \triangle GDF \cong \triangle ADE \text{ (ASA)}, \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\therefore GF = AE, \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore AG = AF + FG = AE + AF, \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

(3) $\frac{3}{2}$ 或 $\frac{7}{2}$ 10 分

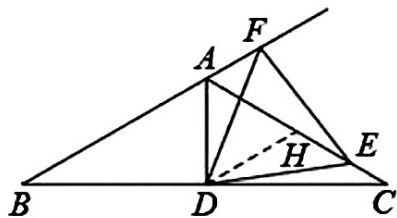


图3

当点 E 在线段 AC 上时, 如图 3, 取 AC 的中点 H , 连接 DH ,

当 $AB=AC=5$, $CE=1$, $\angle EDF=60^\circ$ 时,

$AE=4$, 此时 F 在 BA 的延长线上,

同 (2) 可得: $\triangle ADF \cong \triangle HDE$ (ASA),

$\therefore AF=HE$,

$\because AH=CH=\frac{1}{2}AC=\frac{5}{2}$, $CE=1$,

$\therefore AF=HE=CH-CE=\frac{5}{2}-1=\frac{3}{2}$,

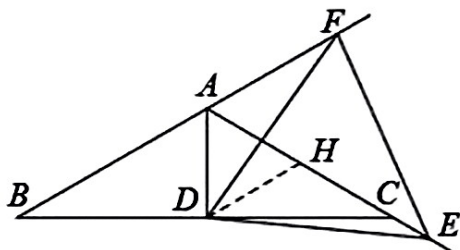


图4

当点 E 在 AC 延长线上时, 如图 4,

同理可得: $AF=HE=CH+CE=\frac{5}{2}+1=\frac{7}{2}$;

综上: AF 的长为 $\frac{3}{2}$ 或 $\frac{7}{2}$.

