

# 2023 年河北省中考适应性模拟检测

## 数学试卷( 导向一) 参考答案

本答案仅供参考,若考生答案与本答案不一致,只要正确,同样得分.

### 一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	B	B	D	D	C	B	C
题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	B	A	A	D	C	D	A	C

### 二、填空题

17.  $\frac{2}{9}$

18. (1) $1+\sqrt{3}$ ; (2) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

19.  $\frac{a+2b+6}{2a+2b}$ ; 22; >

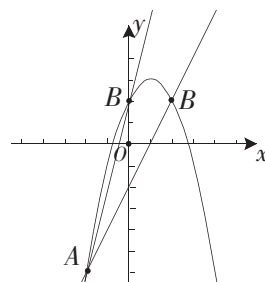
### 三、解答题

20. 解: (1) 根据题意得:  $B=(x-1)(3-x)-(x+2)^2$   
 $=3x-x^2-3+x-(x^2+4x+4)$   
 $=-2x^2-7$ ; ..... 5 分  
 (2) 整式  $B$  的值不能大于 0. .... 6 分  
 理由如下:  
 $\because x^2 \geq 0, \therefore -2x^2 \leq 0, \therefore -2x^2-7 \leq -7 < 0$ , ..... 8 分  
 $\therefore$  整式  $B$  的值不能大于 0. .... 9 分

21. 解: (1) 由题意可知:  $\frac{1}{4} \times (106+102+114+110)=108$ (分),  
 $\therefore$  该员工本年度的平时平均成绩为 108 分; ..... 5 分  
 (2)  $108 \times 10\% + 110 \times 30\% + 107 \times 60\% = 108$ (分).  
 $\therefore$  该员工本年度的总评成绩为 108 分. .... 9 分

22. 解: (1) 9 不是“友好数”, 32 是“友好数”. .... 2 分  
 理由:  $\because 9=5^2-4^2$ , 但是 4 不是奇数,  
 $\therefore 9$  不是“友好数”; ..... 4 分  
 $\because 32=9^2-7^2$ , 是两个连续奇数的平方差,  
 $\therefore 32$  是“友好数”; ..... 6 分  
 (2)  $\because (2k+1)^2 - (2k-1)^2$   
 $= (2k+1+2k-1) \times (2k+1-2k+1)$   
 $= 4k \cdot 2 = 8k$ , ..... 8 分  
 $\therefore$  两个连续奇数  $2k+1$  和  $2k-1$  ( $k$  为正整数) 的平方差是 8 的倍数. .... 9 分

23. 解: (1)  $\because$  抛物线  $y=-x^2+bx+c$  的顶点坐标为  $(1,3)$ ,  
 $\therefore$  顶点式为:  $y=-(x-1)^2+3$ ,  
 $\therefore y=-(x-1)^2+3=-x^2+2x+2$ , ..... 2 分  
 $\therefore b=2, c=2$ ; ..... 4 分  
 (2) 由(1)可知抛物线为:  $y=-x^2+2x+2$ ,  
 $\because$  直线  $l$  交抛物线于点  $A(-2, m), B(n, 2)$ ,  
 将  $x=-2$  代入  $y=-x^2+2x+2$ ,  
 得  $y=-(-2)^2+2 \times (-2)+2=-6$ , 即  $m=-6$ ,  
 $\therefore$  点  $A$  的坐标为  $(-2, -6)$ . .... 5 分  
 将  $y=2$  代入  $y=-x^2+2x+2$ ,  
 得  $2=-x^2+2x+2$ ,  
 解得  $x=0$  或  $2$ , 即  $n=0$  或  $2$ ,  
 $\therefore$  点  $B$  坐标为  $(0, 2)$  或  $(2, 2)$ , ..... 6 分  
 方法一: 如图所示:





在  $\text{Rt}\triangle FOD$  中,  $OF^2 - OD^2 = FD^2$ ,  $DF = 6\sqrt{3}$ ,  $\therefore (2OD)^2 - OD^2 = (6\sqrt{3})^2$ ,  
解得  $OD = 6$ , ..... 8 分

$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形} BOD} + S_{\triangle AOD} = \frac{60\pi \times 6^2}{360} + \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 6\pi + 9\sqrt{3}$ . ..... 10 分

25. 解: (1) 将点  $A(7,0)$  和点  $C(3,4)$  代入  $y_1 = kx + b$ , 得  $\begin{cases} 7k + b = 0, \\ 3k + b = 4, \end{cases}$

解得:  $\begin{cases} k = -1, \\ b = 7, \end{cases} y_1 = -x + 7$ , ..... 2 分

将点  $C(3,4)$  代入  $y_2 = mx$ , 得  $3m = 4$ , 解得  $m = \frac{4}{3}$ , ..... 10 分

$\therefore y_2 = \frac{4}{3}x$ ; ..... 3 分

(2) ① 设点  $D(a,0)$ , 则  $G(a, \frac{4}{3}a)$ ,  $E(2a,0)$ ,

当  $x = 2a$  时,  $y = -2a + 7$ . ..... 5 分

$\therefore$  四边形  $DEFG$  是矩形,  $\therefore GF \parallel DE$ ,

$\therefore$  点  $G$  和  $F$  的纵坐标相等,

$\therefore -2a + 7 = \frac{4}{3}a$ ,  $\therefore a = \frac{21}{10}$ ,  $\therefore OD = \frac{21}{10}$ ; ..... 7 分

② 点  $D(\frac{7}{4}, 0)$  或  $(\frac{21\sqrt{13}}{26}, 0)$  或  $(\frac{63}{13}, 0)$ . ..... 10 分

提示:  $F(2a, \frac{4}{3}a)$ ,  $A(7,0)$ ,

当  $OF = AF$  时,  $4a = 7$ ,  $\therefore a = \frac{7}{4}$ ,  $\therefore D(\frac{7}{4}, 0)$ .

当  $OF = OA$  时,  $(2a)^2 + (\frac{4}{3}a)^2 = 7^2$ ,

$\therefore a = \frac{21\sqrt{13}}{26}$  ( $a > 0$ ),  $\therefore D(\frac{21\sqrt{13}}{26}, 0)$ .

当  $AF = OA = 7$  时,  $(2a - 7)^2 + (\frac{4}{3}a)^2 = 7^2$ ,  $\therefore a = \frac{63}{13}$  ( $a > 0$ ),

$\therefore D(\frac{63}{13}, 0)$ .

综上所述: 点  $D(\frac{7}{4}, 0)$  或  $(\frac{21\sqrt{13}}{26}, 0)$  或  $(\frac{63}{13}, 0)$ .

26. 解: (1)  $DE' = BF'$ , 且  $DE' \perp BF'$ . ..... 2 分

理由:  $\because$  四边形  $ABCD$  是正方形,

$\therefore AB = BC = CD = DA$ ,  $\angle DAB = \angle ADC = \angle ABC = \angle C = 90^\circ$ .

$\therefore AE' = AF'$ ,  $\angle F'AE' = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle E'AD + \angle F'AD = 90^\circ$ .

又  $\angle F'AD + \angle F'AB = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle E'AD = \angle F'AB$ .

在  $\triangle DE'A$  和  $\triangle BF'A$  中,

$\begin{cases} DA = BA, \\ \angle E'AD = \angle F'AB, \\ E'A = F'A, \end{cases}$

$\therefore \triangle DE'A \cong \triangle BF'A$  (SAS),

$\therefore DE' = BF'$ ,  $\angle ADE' = \angle ABF'$ , ..... 4 分

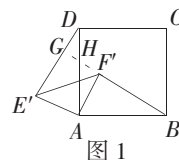
延长  $BF'$  交  $AD$  于  $H$ , 交  $DE'$  于  $G$ , 如图 1,

$\therefore \angle ABH + \angle AHB = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle HDG + \angle DHG = \angle ABH + \angle AHB = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle HGD = \angle HAB = 90^\circ$ ,

$\therefore DE' \perp BF'$ .

综上, 线段  $DE'$  与线段  $BF'$  之间的关系为  $DE' = BF'$ , 且  $DE' \perp BF'$ ; ..... 5 分



(2)根据题意知, $E',F'$ 点在以  $A$  为圆心, $AE'$ 为半径的圆上运动,如图 2,

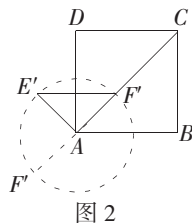


图 2

当  $F'$  在  $AC$  上时, $CF'$  的值最小,

当  $F'$  在  $CA$  的延长线上时, $CF'$  的值最大. .... 6 分

$$\because AB=BC=5, \therefore AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=5\sqrt{2},$$

$$\text{又 } AE'=AF'=2,$$

$$\therefore CF' \text{ 的最小值为 } AC-AF'=5\sqrt{2}-2,$$

$$\text{最大值为 } AC+AF'=5\sqrt{2}+2. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

(3)由(1)知, $BN \perp DE'$ ,连接  $BD$ ,如图 3,

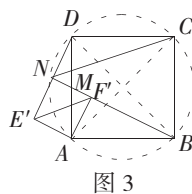


图 3

在  $\text{Rt}\triangle BCD$  中, $CD=BC=5$ ,

$$\therefore BD=\sqrt{CD^2+BC^2}=\sqrt{5^2+5^2}=5\sqrt{2}.$$

$$\because DN \cdot BN=1:3, \therefore BN=3DN.$$

在  $\text{Rt}\triangle DBN$  中, $BD^2=DN^2+BN^2$ ,

$$\therefore 10DN^2=BD^2=50,$$

$$\therefore DN=\sqrt{5}, \therefore BN=3\sqrt{5}. \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\because \angle DNB=90^\circ, \angle DCB=90^\circ, \angle DAB=\angle ADC=\angle ABC=90^\circ,$$

易证得  $A, D, N, B, C$  五点在同圆上,如图 3,设  $AD$  与  $CN$  交于点  $M$ ,

$$\therefore \angle DCN=\angle DBN,$$

$$\text{又 } \angle DNB=\angle ADC=90^\circ,$$

$$\therefore \triangle BND \sim \triangle CDM, \therefore \frac{CD}{BN}=\frac{DM}{DN}=\frac{CM}{BD},$$

$$\therefore \frac{5}{3\sqrt{5}}=\frac{DM}{\sqrt{5}}=\frac{CM}{5\sqrt{2}},$$

$$\therefore DM=\frac{5}{3}, CM=\frac{5 \times 5\sqrt{2}}{3\sqrt{5}}=\frac{5\sqrt{10}}{3},$$

$$\therefore AM=AD-DM=5-\frac{5}{3}=\frac{10}{3}. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

连接  $AC$ ,则  $\angle ADN=\angle ACN, \angle DNC=\angle CAD$ ,

$$\therefore \triangle DNM \sim \triangle CAM,$$

$$\therefore \frac{DM}{CM}=\frac{NM}{AM}, \therefore NM=\frac{DM \cdot AM}{CM}=\frac{\frac{5}{3} \times \frac{10}{3}}{\frac{5\sqrt{10}}{3}}=\frac{\sqrt{10}}{3},$$

$$\therefore CN=CM+NM=\frac{5}{3}\sqrt{10}+\frac{\sqrt{10}}{3}=2\sqrt{10}. \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$