

YZS 2023 年第一次中招模拟考试

数 学

注意事项:

1. 本试卷共 6 页, 三个大题, 满分 120 分, 考试时间 100 分钟。
2. 本试卷上不要答题, 请按答题卡上注意事项的要求直接把答案填写在答题卡上。答在试卷上的答案无效。

题 号	一	二	三	总 分
分 数				

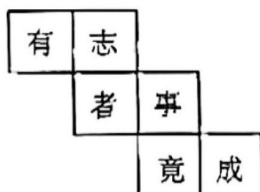
一、选择题(每小题 3 分, 共 30 分)下列各小题均有四个选项, 其中只有一个是正确的。

1. 下列各数中最大的数是 ()

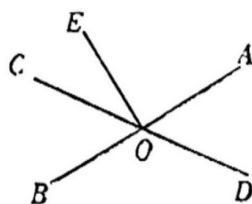
A. -1 B. 2 C. 0 D. $\sqrt{3}$

2. 南朝宋·范晔在《后汉书·耿弇传》中写道:“将军前在南阳, 建此大策, 常以为落落难合, 有志者事竟成也。”将“有”“志”“者”“事”“竟”“成”六个字分别写在某个正方体的表面上, 如图是它的一种展开图, 则在原正方体中, 与“者”字所在面相对的面上的汉字是 ()

A. 有 B. 事 C. 竟 D. 成



第 2 题图



第 3 题图

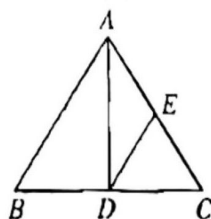
3. 如图, 直线 AB, CD 相交于点 $O, EO \perp AB$ 于点 O . 若 $\angle EOC = 35^\circ$, 则 $\angle BOD$ 的度数为 ()

A. 155° B. 125° C. 115° D. 65°

4. 下列计算正确的是 ()

A. $2a^2 \cdot a^3 = 2a^6$ B. $(2a^2)^3 = 6a^6$
C. $2ab + b^2 = 2ab^2$ D. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC, AD$ 平分 $\angle BAC, E$ 为 AC 中点, 若 $AD = 4, BC = 6$, 则 DE 的值为 ()



A. 3 B. 5 C. 2.5 D. 3.5

6. 一元二次方程 $x^2 + (k+1)x + k - 5 = 0$ 的根的情况是 ()

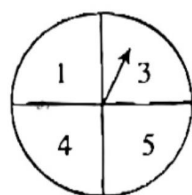
- A. 有两个不相等的实数根
B. 没有实数根
C. 有两个相等的实数根
D. 只有一个实数根

7. 古代劳动人民在实际生活中有这样一个问题：“矜子稊六十三，百根腿地里钻，两者各几何？”其大意为：矜子和稊共有 63 个，共有 100 条腿，问有多少个矜子，多少个稊？（矜子有一条腿，稊有两条腿）设矜子有 x 个，稊有 y 个，则下列方程组正确的是 ()

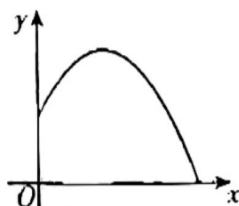
- A. $\begin{cases} x + y = 63, \\ x + 2y = 100 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x + 2y = 63, \\ x + y = 100 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x - y = 63, \\ x + 2y = 100 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x + y = 63, \\ x - 2y = 100 \end{cases}$

8. 如图所示的转盘，被分成面积相等的四个扇形，并分别标有数字 1, 3, 4, 5. 若自由转动转盘两次，每次停止后，记下指针所指区域的数字（指针指向区域分界线时，重新转动），则两次所得数字之和为偶数的概率为 ()

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{5}{8}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{8}$



第 8 题图

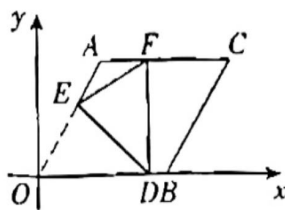


第 9 题图

9. 下列问题中，变量 y 与 x 之间的函数关系可以用如图所示的图象表示的是 ()

- A. 圆的面积 y 与圆的半径 x
B. 汽车匀速行驶时，行驶的距离 y 与行驶的时间 x
C. 小明打篮球投篮时，篮球离地面的高度 y 与篮球离开手的时间 x
D. 三角形面积一定时，它的底边长 y 与底边上的高 x

10. 如图，在平面直角坐标系中，菱形 $AOBC$ 的边 OB 在 x 轴上， $\angle AOB = 60^\circ$ ， $B(4, 0)$ ，点 D, E 分别是边 OB, OA 上的点. 将 $\triangle OED$ 沿 DE 折叠，使点 O 的对应点 F 落在边 AC 上. 若 $AE = AF$ ，则点 F 的坐标为 ()



- A. $(2\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$ B. $(2\sqrt{3}, 4)$ C. $(3, 4)$ D. $(2\sqrt{3}, 3)$

二、填空题(每小题 3 分，共 15 分)

11. 若二次根式 $\sqrt{5-x}$ 有意义，则 x 可取 _____. (填一个即可)

12. 不等式组 $\begin{cases} 1+x \geq 1, \\ 10-3x \geq 1 \end{cases}$ 的解集为 _____.

13. 我市某电视台招募主持人，甲候选人的综合专业素质、普通话、才艺展示成绩如下表所示.

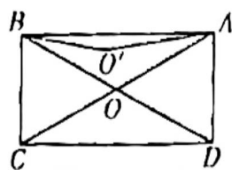
测试项目	综合专业素质	普通话	才艺展示
测试成绩	90	86	92

根据实际需求，该电视台规定综合专业素质、普通话和才艺展示三项测试得分按 5:3:2 的比例确定最终成绩，则甲候选人的最终成绩为 _____ 分.

14. 如图, 扇形 OAB 中, $\angle AOB = 90^\circ$, 点 C 为 AO 延长线上一点, 连接 BC , 以点 C 为圆心, CB 长为半径画弧, 交 OA 于点 D . 若 $\angle BCO = 45^\circ$, $OA = 2$, 则图中阴影部分的周长为_____.



第 14 题图



第 15 题图

15. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 2\sqrt{3}$, $BC = 2$, 点 O 为矩形对角线 AC , BD 的交点, 将 OA 绕点 A 顺时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 360^\circ$), 点 O 的对应点为 O' , 连接 BO' . 当点 O' 落在矩形 $ABCD$ 的对称轴上时, BO' 的长为_____.

三、解答题(本大题共 8 个小题, 共 75 分)

16. (1) (4 分) 计算: $(-1 + \sqrt{2})^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - 2\sin 45^\circ$.

- (2) (6 分) 下面是某同学化简分式 $\left(\frac{-2x}{x-1} - 2x\right) \div \frac{2x+4}{x-1}$ 的运算过程.

$$\begin{aligned}
 \text{解: 原式} &= \left(\frac{-2x}{x-1} - \frac{2x^2 - 2x}{x-1}\right) \div \frac{2x+4}{x-1} && \text{第①步} \\
 &= \frac{-2x - 2x^2 - 2x}{x-1} \cdot \frac{x-1}{2(x+2)} && \text{第②步} \\
 &= \frac{-2x^2 - 4x}{2(x+2)} && \text{第③步} \\
 &= \frac{-2x(x+2)}{2(x+2)} && \text{第④步} \\
 &= -x. && \text{第⑤步}
 \end{aligned}$$

上面的运算过程从第_____步开始出现错误, 请你写出正确完整的解答过程.

17. (9 分) 为庆祝党的二十大胜利召开, 某学校开展了一系列学习党史的活动, 并开展了党史相关的知识测试. 为了解七、八年级学生的测试成绩, 进行了抽样调查, 过程如下, 请补充完整.

【收集数据】

从七、八两个年级各随机抽取了 20 名学生的测试成绩(百分制)如下:

七年级: 73 82 75 89 93 96 76 84 85 85 90 90 98 77 65 90 87 90
95 98

八年级: 67 88 92 93 99 83 80 75 72 91 92 92 95 94 85 85 92 69
88 96

【整理、描述数据】

对上述数据进行分段整理如下：

人数 成绩 x 年级				
	$60 \leq x < 70$	$70 \leq x < 80$	$80 \leq x < 90$	$90 \leq x \leq 100$
七年级	1	4	6	9
八年级	2	2	6	10

【分析数据】

两个年级测试成绩的平均数、中位数、众数如下：

	平均数	中位数	众数
七年级	85.9	a	90
八年级	86.4	89.5	b

根据以上信息,回答下列问题:

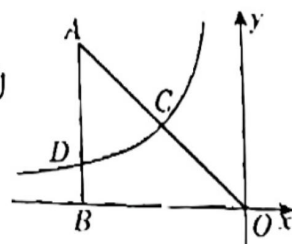
- (1) $a =$ _____, $b =$ _____.
- (2) 小明是该校八年级的学生,他本次测试成绩为 87 分,小明说:“因为我的成绩高于我们年级的平均数,所以我的成绩高于我们年级一半学生的成绩.”请你判断小明的话是否正确,并说明理由.
- (3) 若测试成绩不少于 90 分记为优秀,请你估计七年级学生本次测试成绩的优秀率,并给七年级的老师提出一条建议.

18. (9 分) 如图,在平面直角坐标系 xOy 中, $\triangle OAB$ 是以点 B 为直角顶点的等腰直角三角形,点 A 在第二象限,点 B 在 x 轴负半轴上,点 $C(-2, 2)$ 是 AO 的中点且反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x < 0)$ 的图象经过点 C .

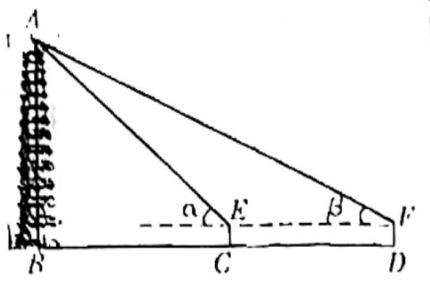
(1) 求反比例函数的解析式.

(2) 若点 D 是反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x < 0)$ 的图象与 AB 的交点,求点 D 的坐标.

(3) 在(2)的条件下,直接写出 $\triangle ADO$ 的面积.



19. (9 分) 开封铁塔位于河南省开封市北门大街铁塔公园的东半部, 始建于公元 1049 年. 某数学兴趣小组想通过所学的解直角三角形的知识测量该铁塔的高度, 他们把“测量开封铁塔的高度”作为一项课题活动, 并制订了测量方案, 进行了实地测量, 测量结果如下表.

课题	测量开封铁塔的高度		
测量工具	测角仪, 皮尺等		
测量示意图	<div>  </div> <div>说明: 在点 C 处用测角仪测得塔的顶端 A 的仰角为 α, 背对塔再向前走一段距离到点 D 处用测角仪测得塔的顶端 A 的仰角为 β (点 A, B, C, D, E, F 在同一竖直平面内, 点 B, C, D 在同一条直线上, CE 与 DF 为测角仪, 测角仪的高度为 1.5 m)</div>		
测量数据	α	β	点 C, D 间的距离
	45°	28°	48 m

- (1) 请你根据以上数据, 帮助该小组求出开封铁塔的高度 AB. (结果保留到 0.1 m. 参考数据: $\sin 28^\circ \approx 0.47$, $\cos 28^\circ \approx 0.88$, $\tan 28^\circ \approx 0.53$)
- (2) 根据景点介绍开封铁塔的高度为 55.88 m, 请计算本次测量结果的误差, 并提出一条减小误差的建议.

20. (9 分) 为弘扬爱国精神, 传承民族文化, 某校组织了“诗词里的中国”主题比赛, 计划去某超市购买 A, B 两种奖品共 300 个, A 种奖品每个 20 元, B 种奖品每个 15 元, 该超市对同时购买这两种奖品的顾客有两种销售方案(只能选择其中一种).

方案一: A 种奖品每个打九折, B 种奖品每个打六折.

方案二: A, B 两种奖品均打八折.

设购买 A 种奖品 x 个, 选择方案一的购买费用为 y_1 元, 选择方案二的购买费用为 y_2 元.

- (1) 请分别写出 y_1, y_2 与 x 之间的函数关系式.
- (2) 请你计算该校选择哪种方案支付的费用较少.

21. (9分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 是 $\odot O$ 上一点(不与点 A, B 重合), 连接 AC, BC .

(1) 请在图 1 中用无刻度的直尺和圆规作出 $\angle ACB$ 的平分线, 交 $\odot O$ 于点 D . (保留作图痕迹, 不写作法)

(2) 如图 2, 在(1)的条件下, 过点 D 作 $\odot O$ 的切线, 分别交 CA, CB 的延长线于点 E, F , 连接 DA, DB .

①求证: $AB \parallel EF$;

②若 $AC = 6, BC = 8$, 请求出 EF 的长. (提示: 过点 C 作 EF 的垂线)

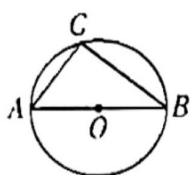


图1

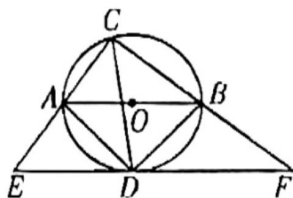


图2

22. (10分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知 $L_1: y = -x^2 + bx + c$ 经过点 $(1, -2)$, 点 $(0, -7)$.

(1) 求 L_1 的解析式.

(2) 将 L_1 向左平移 6 个单位长度, 再向上平移 2 个单位长度得到 L_2 , 求 L_2 的解析式.

(3) 若点 $M(x_1, m), N(x_2, m)$ 在 L_2 上, 且 $x_1 < x_2$, 将 MN 上方抛物线沿 MN 翻折, 翻折后得到一个新图象. 当这个新图象与过点 $(0, -2)$ 且平行于 x 轴的直线恰好只有 2 个公共点时, 请直接写出 m 的取值范围.

23. (10分) 特例感知:

如图 1, 在等边三角形 ABC 中, D 是 BC 延长线上一点, 且 $CD < BC$, 以 CD 为边在上方作等边三角形 CDE , 连接 BE , 过点 B 作 $BF \parallel ED$, 过点 D 作 $DF \parallel BE$, 交于点 F , 连接 AF .

(1) 试判断 AF 和 BE 的数量关系, 并说明理由.

猜想论证:

(2) 将 $\triangle CDE$ 绕点 C 按顺时针方向旋转一定角度, 其余操作不变, 则 AF 和 BE 的数量关系是否仍然成立, 请仅就图 2 的情形说明理由.

拓展延伸:

(3) 将如图 1 所示的 $\triangle CDE$ 绕点 C 按逆时针方向旋转 $\alpha (0^\circ < \alpha < 90^\circ)$, 其余操作不变. 若 $\frac{BC}{CD} = \sqrt{2}$, 当 $\triangle ABF$ 是直角三角形时, 请直接写出 α 的值.

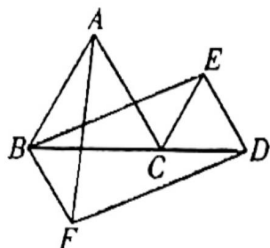


图1

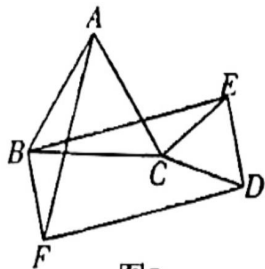
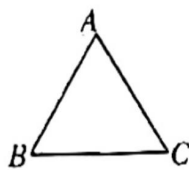


图2



备用图