

数学试题参考答案

一、选择题

1. 【答案】 B

【考点】 实数的大小比较.

【解析】 根据负数 $< 0 <$ 正数, 可知 $-1 < 0 < \sqrt{3} < 2$, 故选 B.

2. 【答案】 D

【考点】 正方体的展开图.

【解析】 由“Z”字型两端处的小正方形是正方体的相对面, 可知“者”与“成”相对, 故选 D.

3. 【答案】 B

【考点】 相交线的性质.

【解析】 $\because EO \perp AB, \therefore \angle EOB = 90^\circ. \therefore \angle EOC = 35^\circ, \therefore \angle BOC = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ. \therefore \angle BOD = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$, 故选 B.

4. 【答案】 D

【考点】 整式的运算.

【解析】 选项 A 中, $2a^2 \cdot a^3 = 2a^5$, 故选项 A 错误; 选项 B 中, $(2a^2)^3 = 8a^6$, 故选项 B 错误; 选项 C 中, $2ab$ 和 b^2 不是同类项, 不能合并, 故选项 C 错误; 选项 D 中, $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$, 故选项 D 正确, 故选 D.

5. 【答案】 C

【考点】 三角形的中位线定理, 等腰三角形的性质, 勾股定理.

【解析】 $\because AB = AC, AD$ 平分 $\angle BAC, \therefore AD \perp BC$, 且 D 为 BC 的中点, 即 $BD = DC = 3. \therefore E$ 为 AC 中点, $\therefore DE$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线. $\therefore DE = \frac{1}{2}AB$. 在 $\text{Rt}\triangle ABD$

中, 由勾股定理, 得 $AB = \sqrt{AD^2 + BD^2} = 5. \therefore DE = 2.5$, 故选 C.

6. 【答案】 A

【考点】 一元二次方程根的判别式.

【解析】 由题意, 可知 $\Delta = (k+1)^2 - 4(k-5) = k^2 + 2k + 1 - 4k + 20 = (k-1)^2 + 20 > 0, \therefore$ 该一元二次方程有两个不相等的实数根, 故选 A.

7. 【答案】 A

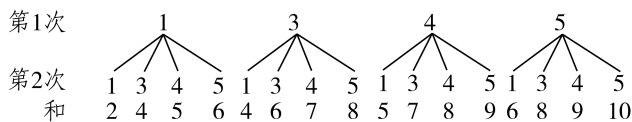
【考点】 二元一次方程组的实际应用.

【解析】 由题意, 可列方程组为 $\begin{cases} x+y=63, \\ x+2y=100, \end{cases}$ 故选 A.

8. 【答案】 B

【考点】 用列举法求简单事件的概率.

【解析】 由题意, 可画树状图如下.



由树状图, 可知共有 16 种等可能的结果, 其中两次所得数字之和为偶数的结果有 10 种, $\therefore P(\text{两次所得数字之和为偶数}) = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$, 故选 B.

9. 【答案】 C

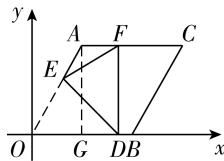
【考点】 函数图象的分析.

【解析】 选项 A 中, $y = \pi x^2$, y 关于 x 的函数图象是过原点且开口向上的抛物线的一部分, 故选项 A 不符合题意; 选项 B 中, y 关于 x 的函数图象是过原点的直线的一部分, 故选项 B 不符合题意; 选项 C 中, y 关于 x 的函数图象是开口向下的抛物线的一段, 且与 y 轴正半轴有交点, 对称轴在 y 轴右侧, 故选项 C 符合题意; 选项 D 中, 设三角形的面积为 S , 则 $y = \frac{2S}{x}. \therefore S$ 是定值, $\therefore y$ 关于 x 的函数图象是双曲线在第一象限的一支, 故选项 D 不符合题意, 故选 C.

10. 【答案】 A

【考点】 菱形的性质, 折叠的性质.

【解析】 过点 A 作 $AG \perp x$ 轴于点 G , 如解图所示. $\because B(4, 0), \therefore OB = 4. \therefore$ 四边形 $AOBC$ 为菱形, $\therefore AO = 4. \therefore \angle AOB = 60^\circ, \therefore \angle OAC = 120^\circ, AG = 2\sqrt{3}. \therefore AE = AF, \therefore \angle AEF = \angle AFE = 30^\circ$. 由折叠的性质, 可知 $DF = DO, \angle EFD = \angle EOD = 60^\circ. \therefore \angle AFD = 90^\circ$. 易得 $FD = AG = 2\sqrt{3}. \therefore OD = 2\sqrt{3}. \therefore$ 点 F 的坐标为 $(2\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$, 故选 A.



二、填空题

11. 【答案】 3 (答案不唯一)

【考点】 二次根式有意义的条件.

【解析】 若二次根式 $\sqrt{5-x}$ 有意义, 则 $5-x \geq 0, \therefore x \leq 5. \therefore x$ 可取 3.

12. 【答案】 $0 \leq x \leq 3$

【考点】 解一元一次不等式组.

【解析】 解不等式 $1+x \geq 1$, 得 $x \geq 0$; 解不等式 $10-3x \geq 1$, 得 $x \leq 3. \therefore$ 该不等式组的解集为 $0 \leq x \leq 3$.

13. 【答案】 89.2

【考点】 加权平均数.

【解析】 根据题意, 可得甲候选人的最终成绩为 $\frac{90 \times 5 + 86 \times 3 + 92 \times 2}{5 + 3 + 2} = 89.2$ (分).

14. 【答案】 $4 - 2\sqrt{2} + \frac{2 + \sqrt{2}}{2}\pi$

【考点】 弧长公式, 等腰直角三角形的判定与性质.

【解析】 $\because \angle BOA = 90^\circ, \angle BCO = 45^\circ, \therefore \angle CBO =$

45° . $\therefore \triangle OBC$ 为等腰直角三角形. $\therefore CO = OB = OA = 2$. $\therefore CB = CD = 2\sqrt{2}$. $\therefore AD = CO + OA - CD = 4 - 2\sqrt{2}$. \therefore 阴影部分的周长 $= AD + \widehat{AB} + \widehat{BD} = 4 - 2\sqrt{2} + \frac{90\pi \times 2}{180} + \frac{45\pi \times 2\sqrt{2}}{180} = 4 - 2\sqrt{2} + \frac{2 + \sqrt{2}}{2}\pi$.

15. 【答案】 2 或 $2\sqrt{7}$

【考点】 矩形的性质, 旋转的性质, 勾股定理.

【解析】 由题意, 可知点 O' 在以点 A 为圆心, AO 长为半径的圆上. 易得 $AO = AO' = 2$. \therefore 矩形 $ABCD$ 有两条对称轴: ① AB 的垂直平分线; ② BC 的垂直平分线, \therefore 需分以下两种情况讨论. ① 当点 O' 落在 AB 的垂直平分线上时, 如解图 1 所示, 则 $BO' = AO' = 2$. ② 当点 O' 落在 BC 的垂直平分线上时, 过点 O' 作 $O'E \perp BA$ 交 BA 的延长线于点 E , 如解图 2 所示. 易得 $EO' = \frac{1}{2}BC = 1$. 在 $\text{Rt}\triangle AO'E$ 中, 由勾股定理, 得 $AE = \sqrt{AO'^2 - EO'^2} = \sqrt{3}$. $\therefore BE = BA + AE = 3\sqrt{3}$. \therefore 在 $\text{Rt}\triangle BO'E$ 中, 由勾股定理, 得 $BO' = \sqrt{BE^2 + EO'^2} = 2\sqrt{7}$. 综上所述, BO' 的长为 2 或 $2\sqrt{7}$.

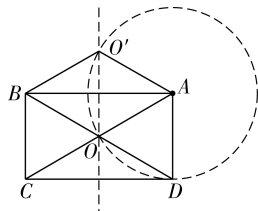


图 1

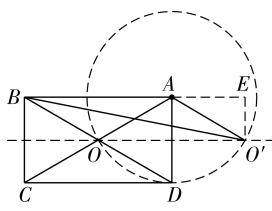


图 2

三、解答题

16. 【考点】 实数的运算, 分式的化简.

【答案】 解: (1) 原式 $= 1 + 2 - \sqrt{2}$ (3 分)

$= 3 - \sqrt{2}$. (4 分)

(2) ②. (1 分)

原式 $= \left(\frac{-2x}{x-1} - \frac{2x^2-2x}{x-1} \right) \div \frac{2x+4}{x-1}$
 $= \frac{-2x-2x^2+2x}{x-1} \cdot \frac{x-1}{2(x+2)}$ (4 分)

$= \frac{-2x^2}{2(x+2)}$
 $= -\frac{x^2}{x+2}$. (6 分)

17. 【考点】 中位数, 众数.

【答案】 解: (1) 88, 92. (4 分)

(2) 不正确.

理由: 因为小明的成绩 87 分低于他所在年级的中位数 89.5 分, 所以小明的成绩不可能高于他们年级

一半学生的成绩. (6 分)

(3) $\frac{9}{20} \times 100\% = 45\%$.

答: 估计七年级学生本次测试成绩的优秀率为 45%. (7 分)

建议: 七年级学生本次测试成绩的优秀率低于 50%, 建议老师在注重学生主课成绩的同时, 也督促学生学习党史知识. (答案不唯一, 合理即可)

(9 分)

18. 【考点】 反比例函数的图象与性质.

【答案】 解: (1) 将点 $C(-2, 2)$ 代入反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 中, 得 $k = -2 \times 2 = -4$.

\therefore 反比例函数的解析式为 $y = -\frac{4}{x} (x < 0)$. (3 分)

(2) \because 点 $C(-2, 2)$ 是 OA 的中点, $\therefore A(-4, 4)$. (4 分)

易得 $AB \perp x$ 轴,

$\therefore x_D = x_A = -4$. (6 分)

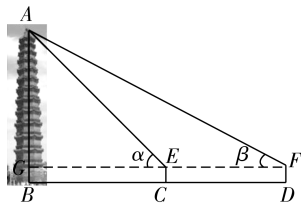
将 $x = -4$ 代入 $y = -\frac{4}{x}$ 中, 得 $y = 1$.

\therefore 点 $D(-4, 1)$. (7 分)

(3) 6. (9 分)

19. 【考点】 解直角三角形的实际应用.

【答案】 解: (1) 过点 E 作 $EG \perp AB$ 于点 G , 如解图所示, 则四边形 $BCEG$, $CDFE$ 均为矩形.



$\therefore BG = CE = DF = 1.5$, $EF = CD = 48$.

设 $AG = x$ m.

在 $\text{Rt}\triangle AGE$ 中, $\because \alpha = 45^\circ$,

$\therefore GE = AG = x$ m.

$\therefore GF = GE + EF = (x + 48)$ m. (3 分)

在 $\text{Rt}\triangle AGF$ 中, $\because \beta = 28^\circ$,

$\therefore AG = GF \cdot \tan \beta \approx 0.53(x + 48)$.

$\therefore x = 0.53(x + 48)$, 解得 $x \approx 54.13$. (5 分)

$\therefore AB = AG + GB \approx 54.13 + 1.5 \approx 55.6$ (m).

答: 开封铁塔的高度 AB 约为 55.6 m. (7 分)

(2) $55.88 - 55.6 = 0.28$ (m).

答: 本次测量结果的误差为 0.28 m. (8 分)

建议: 可多次测量, 取测量数据的平均值. (答案不唯一, 合理即可) (9 分)

20. 【考点】 一次函数的实际应用,一元一次不等式的实际应用.

【答案】 解:(1)由题意,可知 $y_1 = 0.9 \times 20x + 0.6 \times 15(300 - x) = 9x + 2\,700$;
 $y_2 = 0.8 \times 20x + 0.8 \times 15(300 - x) = 4x + 3\,600$.
 (4分)

(2)当 $y_1 > y_2$, 即 $9x + 2\,700 > 4x + 3\,600$ 时,解得 $x > 180$;

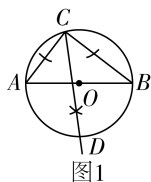
当 $y_1 = y_2$, 即 $9x + 2\,700 = 4x + 3\,600$ 时,解得 $x = 180$;

当 $y_1 < y_2$, 即 $9x + 2\,700 < 4x + 3\,600$ 时,解得 $x < 180$.

\therefore 当 $180 < x < 300$ 时,选择方案二支付的费用较少;
 当 $x = 180$ 时,选择两种方案支付的费用一样;当
 $0 < x < 180$ 时,选择方案一支付的费用较少. (9分)

21. 【考点】 尺规作图,圆周角定理及其推论,切线的性质,相似三角形的判定与性质.

【答案】 解:(1)作出的角平分线 CD 如解图 1 所示.



(2分)

(2)①证明:连接 OD , 如解图 2 所示.

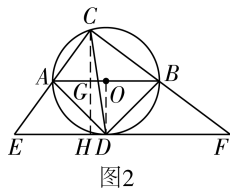


图2

$\therefore EF$ 是 $\odot O$ 的切线, D 为切点,

$\therefore \angle EDO = 90^\circ$.

$\therefore CD$ 平分 $\angle ACB$,

$\therefore \angle ACD = \angle DCB. \therefore \widehat{AD} = \widehat{BD}. \therefore AD = BD$. (4分)

$\therefore AB$ 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ADB = 90^\circ. \therefore \triangle ABD$ 为等腰直角三角形.

又 $\therefore OA = OB$,

$\therefore OD \perp AB$, 即 $\angle BOD = 90^\circ = \angle EDO$.

$\therefore AB \parallel EF$. (6分)

②过点 C 作 $CH \perp EF$ 于点 H 交 AB 于点 G , 如解图 2 所示, 则 $CG \perp AB$.

$\therefore AB$ 是 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle ACB = 90^\circ$. (7分)

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 由勾股定理, 得 $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 10$.

$\therefore AO = OD = 5$.

$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BC = \frac{1}{2}AB \cdot CG, \therefore CG = \frac{24}{5}$.

$\therefore CH = CG + GH = CG + OD = \frac{49}{5}$. (8分)

$\therefore AB \parallel EF, \therefore \triangle ACB \sim \triangle ECF$.

$\therefore \frac{AB}{EF} = \frac{CG}{CH}$, 即 $\frac{10}{EF} = \frac{\frac{24}{5}}{\frac{49}{5}}$, 解得 $EF = \frac{245}{12}$. (9分)

22. 【考点】 二次函数的图象与性质.

【答案】 解:(1)将点 $(1, -2)$, 点 $(0, -7)$ 代入 $y = -x^2 + bx + c$ 中,

得 $\begin{cases} -2 = -1 + b + c, \\ -7 = c, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} b = 6, \\ c = -7. \end{cases}$

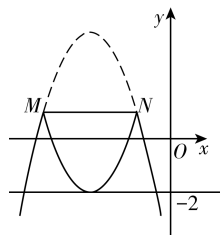
$\therefore L_1$ 的解析式为 $y = -x^2 + 6x - 7$. (3分)

(2)由(1), 可知 $L_1: y = -x^2 + 6x - 7 = -(x-3)^2 + 2$.

将 L_1 向左平移 6 个单位长度, 再向上平移 2 个单位长度得到 L_2 , 根据抛物线的平移规律“上加下减, 左加右减”, 可知 $L_2: y = -(x+3)^2 + 4$. (7分)

(3) $1 < m < 4$ 或 $m = -2$. (10分)

【提示】由(2), 可知 L_2 的顶点坐标为 $(-3, 4)$, 顶点到直线 $y = -2$ 的距离为 6. 当翻折后抛物线的顶点落在直线 $y = -2$ 上时, 如解图所示, 此时 $m = 1$, 翻折后得到的新图象与直线 $y = -2$ 有 3 个交点. 数形结合, 可知①当 $1 < m < 4$ 时, 翻折后, 抛物线的顶点在直线 $y = -2$ 的上方, 翻折后得到的新图象与直线 $y = -2$ 恰好只有 2 个公共点. ②当 $-2 < m < 1$ 时, 翻折后, 抛物线的顶点在直线 $y = -2$ 的下方, 翻折后得到的新图象与直线 $y = -2$ 恰好有 4 个公共点. ③当 $m = -2$ 时, 翻折后得到的新图象与直线 $y = -2$ 恰好只有 2 个公共点. ④当 $m < -2$ 时, 翻折后得到的新图象与直线 $y = -2$ 没有交点. 综上所述, 当这个新图象与过点 $(0, -2)$ 且平行于 x 轴的直线恰好只有 2 个公共点时, m 的取值范围为 $1 < m < 4$ 或 $m = -2$.



23. 【考点】 旋转的性质, 平行四边形的判定与性质, 等边三角形的性质, 全等三角形的判定与性质.

【答案】 解:(1) $AF = BE$. (1分)

理由: $\because \triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 都是等边三角形,
 $\therefore AB = BC, CE = ED, \angle ABC = \angle ECD = \angle EDC = 60^\circ$.
 $\therefore BF \parallel ED, DF \parallel BE$,
 \therefore 四边形 $BFDE$ 是平行四边形. (2 分)
 $\therefore BF = ED, \angle FBD = \angle EDC = 60^\circ$.
 $\therefore BF = CE$.
 $\therefore \angle ABF = \angle ABC + \angle FBD = 120^\circ, \angle BCE = 180^\circ - \angle ECD = 120^\circ, \therefore \angle ABF = \angle BCE$.
 $\therefore \triangle ABF \cong \triangle BCE$.
 $\therefore AF = BE$. (4 分)
(2) 仍然成立. (5 分)

理由: 延长 BC 交 ED 于点 M , 如解图 1 所示.

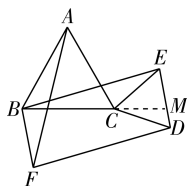


图1

$\because \triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 都是等边三角形,
 $\therefore AB = CB, CE = ED, \angle ACB = \angle ECD = \angle ABC = \angle CED = 60^\circ$.
 $\therefore BF \parallel DE, \therefore \angle FBM = \angle BME$. (6 分)
 $\therefore \angle ABF = \angle ABC + \angle FBM = 60^\circ + \angle FBM, \angle BCE = \angle CEM + \angle CME = 60^\circ + \angle BME$,
 $\therefore \angle ABF = \angle BCE$. (7 分)

同(1), 易得 $BF = CE$.

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle BCE$ (SAS).

$\therefore AF = BE$. (8 分)

(3) 30° 或 75° . (10 分)

【提示】由题意, 可知需分以下三种情况讨论. ① 当 $\angle ABF = 90^\circ$ 时, 如解图 2 所示. 由(2), 可知 $\angle ABF = \angle BCE, \therefore \angle BCE = 90^\circ$. 又 $\because \angle ECD = 60^\circ, \therefore \alpha = 180^\circ - \angle BCE - \angle ECD = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$. ② 当 $\angle AFB = 90^\circ$ 时, 如解图 3 所示. 由(2), 可知 $\triangle ABF \cong \triangle BCE$.
 $\therefore \angle AFB = \angle BEC = 90^\circ$. 又 $\because \frac{BC}{CE} = \sqrt{2}, CD = CE$.
 $\therefore \frac{BC}{CE} = \sqrt{2}. \therefore \angle EBC = \angle ECB = 45^\circ. \therefore \alpha = 180^\circ - \angle ECB - \angle ECD = 180^\circ - 45^\circ - 60^\circ = 75^\circ$. ③ 当 $\angle FAB = 90^\circ$ 时, 该情况不存在. 综上所述, α 的值为 30° 或 75° .

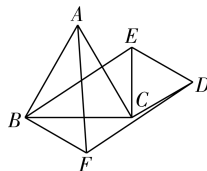


图2

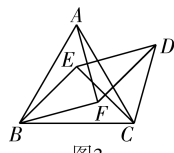


图3