

二〇二三年初中学业水平模拟考试

数学参考答案及评分标准

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 3 分,满分 36 分。每小题只有一个正确选项)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	A	B	C	C	C	D	D	D	A	B	B

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 2 分,满分 8 分)

题号	13	14	15	16
答案	$m(m+1)(m-1)$	$(-1,-1)$	$\frac{13}{4}\pi$	2

三、解答题(本大题共 8 个小题,满分 56 分)

17.(本题满分 6 分)

解: $(\frac{x-1}{x}-\frac{x-2}{x+1})\div\frac{2x^2-x}{x^2+2x+1}$   
 $=[\frac{(x-1)(x+1)}{x(x+1)}-\frac{x(x-2)}{x(x+1)}]\div\frac{x(2x-1)}{(x+1)^2}$   
 $=\frac{x^2-1-x^2+2x}{x(x+1)}\cdot\frac{(x+1)^2}{x(2x-1)}$   
 $=\frac{2x-1}{x(x+1)}\cdot\frac{(x+1)^2}{x(2x-1)}$   
 $=\frac{x+1}{x^2},$ .....(4 分)

当  $x=\sqrt{3}$  时,原式  $=\frac{\sqrt{3}+1}{3}$ .....(6 分)

18.(本题满分 6 分)

证明: $\because DE\perp AC,BF\perp AC,$   
 $\therefore \angle DEC=\angle BFA=90^{\circ},$ .....(1 分)  
在  $Rt\triangle DEC$  和  $Rt\triangle BFA$  中,  
 $\begin{cases} AB=DC \\ BF=DE \end{cases}$   
 $\therefore Rt\triangle DEC\cong Rt\triangle BFA,(HL)$ .....(4 分)  
 $\therefore EC=AF,$   
 $\therefore EC-EF=AF-EF$   
即  $AE=FC;$ .....(6 分)

19.(本题满分 7 分)

(1)D.....(2 分)  
(2)16 C.....(4 分)  
(3)解: $\because 400\times\frac{2+4+12}{40}+420\times(35\%+30\%+20\%)=537(人)$ .....(6 分)  
答:估计身高不足 160cm 的学生约有 537 人。.....(7 分)

20.(本题满分7分)

(1)由题意可列表如下:

	1	2	3	4
1	$1 \times 1 = 1$	$2 \times 1 = 2$	$3 \times 1 = 3$	$4 \times 1 = 4$
2	$1 \times 2 = 2$	$2 \times 2 = 4$	$3 \times 2 = 6$	$4 \times 2 = 8$
3	$1 \times 3 = 3$	$2 \times 3 = 6$	$3 \times 3 = 9$	$4 \times 3 = 12$
4	$1 \times 4 = 4$	$2 \times 4 = 8$	$3 \times 4 = 12$	$4 \times 4 = 16$

.....(3分)

由表格可知共有16种等可能的情况,其中两次数字之积为奇数的情况有4种,

$\therefore$ 两次数字之积为奇数的概率为  $P = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ ; .....(4分)

(2)不公平,理由如下, .....(5分)

由(1)表格可知两次数字之积为偶数的情况有12种,

$\therefore$ 两次数字之积为偶数的概率为  $P = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$ . .....(6分)

$\therefore P_{(\text{小颖胜})} = \frac{1}{4}, P_{(\text{小丽胜})} = \frac{3}{4},$

$\therefore \frac{1}{4} \neq \frac{3}{4}$

$\therefore$ 游戏不公平。 .....(7分)

21.(本题满分7分)

(1)  $\because \angle CBA = 50^\circ, OD = OB$

$\therefore \angle CBA = \angle ODB = 50^\circ$

$\therefore \angle DOA = 2\angle CBA = 100^\circ$ ; .....(3分)

(2)证明:连接OE, .....(4分)

在 $\triangle EAO$ 和 $\triangle EDO$ 中,

$AO = DO, EA = ED, EO = EO,$

$\therefore \triangle EAO \cong \triangle EDO, (SSS)$  .....(6分)

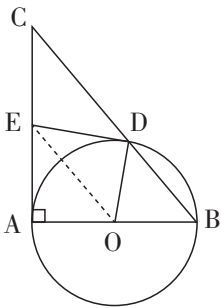
$\therefore \angle EDO = \angle EAO$

$\because \angle EAO = 90^\circ,$

$\therefore \angle EDO = 90^\circ,$

$\therefore OD \perp DE$

$\therefore$ 直线ED与 $\odot O$ 相切。 .....(7分)



22.(本题满分7分)

(1)解:设每台A型净化器的价格为a元,每台B型净化器的价格为b元, .....(1分)

由题意,得: 
$$\begin{cases} 20(a + 200) + 15(b + 200) = 80000 \\ 10(a + 200) - 5(b + 200) = 10000 \end{cases},$$
 .....(2分)

解得 
$$\begin{cases} a = 2000 \\ b = 2200 \end{cases},$$
 .....(3分)

答:每台A型净化器的价格为2000元,每台B型净化器的价格为2200元; .....(4分)

(2) 设购买 A 型净化器  $x$  台, B 型净化器为  $(40 - x)$  台, 总费用为  $y$  元,

由题意, 得  $x \leq 3(40 - x)$ ,

解得  $x \leq 30$ ,

$$y = (2000 + 200)x + (2200 + 200)(40 - x),$$

化简, 得  $y = -200x + 96000$ ,

……(5分)

$$\because -200 < 0,$$

$y$  随  $x$  的增大而减小,

$$\text{当 } x = 30 \text{ 时, } y \text{ 取最小值, } y = -200 \times 30 + 96000 = 90000,$$

……(6分)

$$40 - x = 10,$$

答: 买 A 型净化器 30 台, B 型净化器为 10 台, 最少费用为 90000 元。

……(7分)

23. (本题满分 8 分) 解:

$$(1) \because y = ax^2 + 4ax + b = a(x^2 + 4x + 4 - 4) + b = a(x + 2)^2 + b - 4a,$$

$\therefore$  二次函数图象的顶点坐标为  $(-2, b - 4a)$ ;

……(2分)

(2) 当  $a < 0$  时,  $e = f > c > d$ ;

……(3分)

当  $a > 0$  时,  $\therefore e = f < c < d$ ;

……(4分)

(3)  $\because$  点  $M(m, n)$  是二次函数图象上的一个动点。

① 当  $a < 0$  时,

根据题意: 当  $m = -2$  时, 函数有最大值为 1, 当  $m = 1$  时, 函数值为 -1,

$$\text{即 } \begin{cases} b - 4a = 1 \\ a + 4a + b = -1 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} a = -\frac{2}{9} \\ b = \frac{1}{9} \end{cases},$$

$$\therefore \text{二次函数的表达式为 } y = -\frac{2}{9}x^2 - \frac{8}{9}x + \frac{1}{9}.$$

……(6分)

② 当  $a > 0$  时,

根据题意: 当  $m = -2$  时, 函数有最小值为 -1, 当  $m = 1$  时, 函数值为 1,

$$\text{即 } \begin{cases} b - 4a = -1 \\ a + 4a + b = 1 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} a = \frac{2}{9} \\ b = -\frac{1}{9} \end{cases},$$

$$\therefore \text{二次函数的表达式为 } y = \frac{2}{9}x^2 + \frac{8}{9}x - \frac{1}{9}.$$

$$\text{综上, 二次函数的表达式为 } y = \frac{2}{9}x^2 + \frac{8}{9}x - \frac{1}{9} \text{ 或 } y = -\frac{2}{9}x^2 - \frac{8}{9}x + \frac{1}{9}.$$

……(8分)

24. (本题满分 8 分) 证明:

(1)  $\because$  四边形 ABCD 是正方形,

$\therefore$  点 A 与点 C 关于 BD 对称。

$$\therefore AF = CF$$

$$\because FE = FC$$

$$\therefore AF = EF$$

……(2分)

(2)如图,过点F作直线 $MN \perp CD$ 于N,交AB于M, .....(3分)

$$\therefore AB = BC, \angle ABF = \angle CBF = 45^\circ, BF = BF,$$

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle CBF(SAS),$$

$$\therefore AF = CF, \angle BAF = \angle BCF,$$

$$\because EF = FC, MN \perp CD,$$

$$\therefore AF = EF = FC, CN = EN, \angle CFN = \angle EFN,$$

$$\because MN \perp CD, BC \perp DC,$$

$$\therefore MN \parallel BC,$$

$$\therefore \angle BCF = \angle CFN,$$

$$\therefore \angle BAF = \angle BCF = \angle CFN = \angle EFN,$$

$$\because AB \parallel CD, MN \perp CD,$$

$$\therefore MN \perp AB,$$

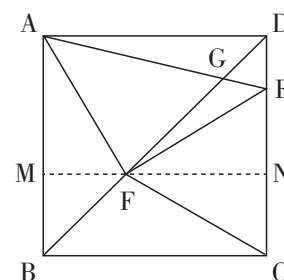
$$\therefore \angle BAF + \angle AFM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EFN + \angle AFM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AFE = 90^\circ,$$

$$\therefore AF \perp EF$$

.....(5分)



.....(4分)

(3)如图,

$$\because AB \parallel CD, MN \perp CD,$$

$$\therefore MN \perp AB,$$

$$\because \angle ABD = 45^\circ, \angle BAF = 30^\circ,$$

$$\therefore AM = \sqrt{3}MF, BM = MF, AF = 2MF,$$

$$\therefore AB = \sqrt{3}MF + MF = 6 + 6\sqrt{3},$$

$$\therefore MF = 6,$$

$$\therefore AF = 12;$$

.....(6分)

由(2)可得: $\angle BAF = \angle EFN, \angle AMF = \angle FNE = 90^\circ, AF = EF,$

$$\therefore \triangle AFM \cong \triangle FEN(AAS),$$

$$\therefore MF = EN = 6 = CN,$$

$$\therefore DE = CD - CE = 6 + 6\sqrt{3} - 12 = 6\sqrt{3} - 6,$$

$$\therefore AE = \sqrt{AD^2 + DE^2} = \sqrt{(6 + 6\sqrt{3})^2 + (6\sqrt{3} - 6)^2} = 12\sqrt{2},$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \triangle ABG \sim \triangle EDG,$$

$$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{AG}{GE},$$

$$\therefore \frac{AG}{GE} = \frac{6 + 6\sqrt{3}}{6\sqrt{3} - 6} = 2 + \sqrt{3},$$

$$\therefore AG = 12\sqrt{2} \times \frac{2 + \sqrt{3}}{1 + 2 + \sqrt{3}} = 6\sqrt{2} + 2\sqrt{6}。 \quad \text{.....(8分)}$$

