

温馨提示：本试卷分为第Ⅰ卷（选择题）、第Ⅱ卷（非选择题）两部分。第Ⅰ卷为第1页至第3页，第Ⅱ卷为第4页至第8页。试卷满分120分，考试时间100分钟。

祝你考试顺利！

第Ⅰ卷

注意事项：

1. 每题选出答案后，用2B铅笔把“答题卡”上对应题目的答案标号的信息点涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号的信息点。

2. 本卷共12题，共36分。

一、选择题（本大题共12小题，每小题3分，共36分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. $\tan 30^\circ$ 的值等于

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(D) $\sqrt{3}$

2. 下列图形是中心对称图形而不是轴对称图形的是



(A)



(B)

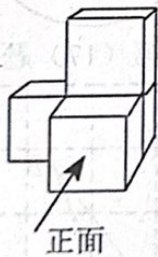


(C)

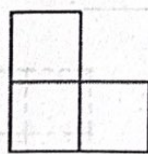


(D)

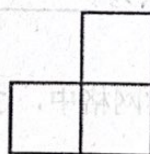
3. 如图所示的几何体是由四个小正方体组合而成的，它的主视图是



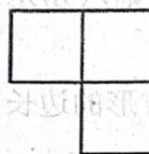
正面



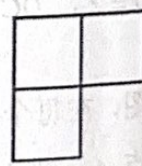
(A)



(B)

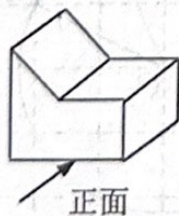


(C)

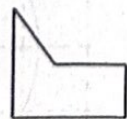


(D)

4. 如图所示的几何体，它的俯视图是



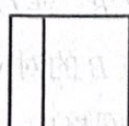
正面



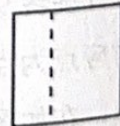
(A)



(B)



(C)



(D)

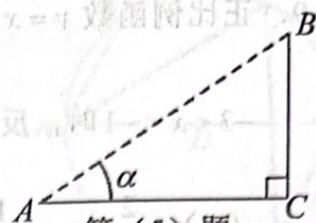
5. 如图, 为测楼房 BC 的高, 在距楼房 50 米的 A 处, 测得楼顶的仰角为 α , 则楼房 BC 的高是

(A) $50 \tan \alpha$ 米

(B) $\frac{50}{\tan \alpha}$ 米

(C) $50 \sin \alpha$ 米

(D) $\frac{50}{\sin \alpha}$ 米



第(5)题

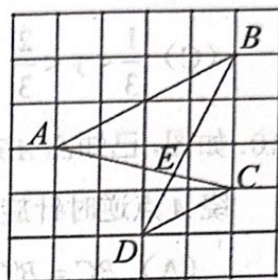
6. 如图, 在边长为 1 的小正方形组成的网格中, A, B, C, D 四个点均在格点上, AC 与 BD 相交于点 E , 连接 AB, CD , 则 $\triangle ABE$ 与 $\triangle CDE$ 的周长比是

(A) 1:4

(B) 4:1

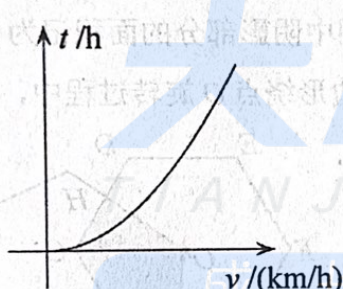
(C) 1:2

(D) 2:1

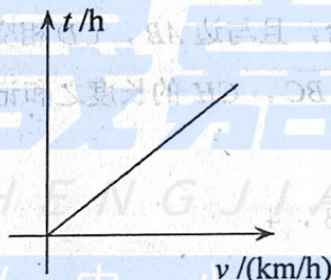


第(6)题

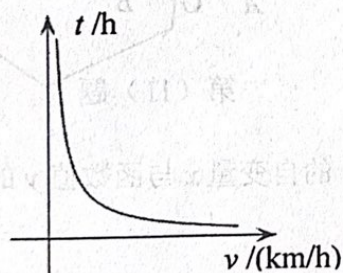
7. 已知甲、乙两地相距 s (单位: km), 汽车从甲地匀速行驶到乙地, 则汽车行驶的时间 t (单位: h) 关于行驶速度 v (单位: km/h) 的函数图象是



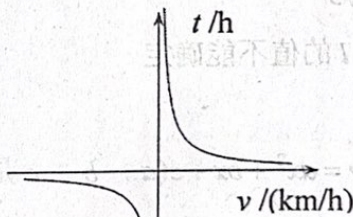
(A)



(B)



(C)



(D)

8. 南宋著名数学家杨辉所著的《杨辉算法》中记载: “直田积八百六十四步, 只云长阔共六十步, 问长阔各几何?” 意思是 “一块矩形田地的面积是 864 平方步, 只知道它的长与宽的和是 60 步, 问它的长和宽各是多少步?” 设矩形田地的长为 x 步, 根据题意可以列方程为

(A) $x^2 - 60x - 864 = 0$

(B) $x(x + 60) = 864$

(C) $x^2 - 60x + 864 = 0$

(D) $x(x + 30) = 864$

9. 正比例函数 $y=x$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象有一个交点的纵坐标是 2, 当 $-3 < x < -1$ 时, 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的取值范围是

(A) $-\frac{2}{3} < y < -\frac{1}{3}$

(B) $-4 < y < -\frac{4}{3}$

(C) $\frac{1}{3} < y < \frac{2}{3}$

(D) $\frac{4}{3} < y < 4$

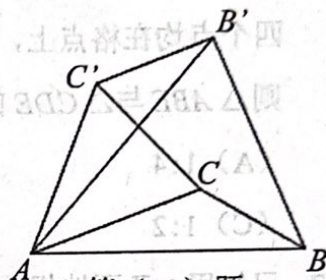
10. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle CAB = 20^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕 A 点逆时针旋转 50° 得到 $\triangle AB'C'$, 下列结论错误的是

(A) $BC = B'C'$

(B) $AC \parallel C'B'$

(C) $C'B' \perp BB'$

(D) $\angle ABB' = \angle ACC'$



第(10)题

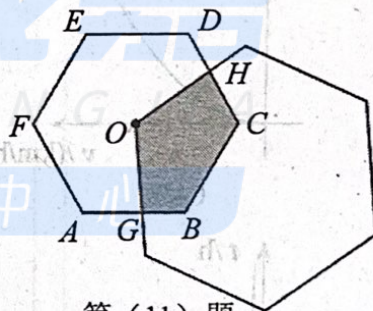
11. 如图, 一个大的正六边形, 它的一个顶点与一个边长为 2 的小正六边形 $ABCDEF$ 的中心 O 重合, 且与边 AB , CD 相交于点 G , H . 图中阴影部分的面积记为 S , 三条线段 GB , BC , CH 的长度之和记为 l , 在大正六边形绕点 O 旋转过程中, S 和 l 的值分别是

(A) $2\sqrt{3}$, 4

(B) $\sqrt{3}$, 6

(C) 4, $\sqrt{3}$

(D) S 和 l 的值不能确定



第(11)题

12. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 的自变量 x 与函数值 y 的部分对应值如下表:

x	...	-3	x_1	-1	x_2	x_3	1	...
y	...	m	0	k	0	n	m	...

其中 $-3 < x_1 < -1 < 0 < x_2 < x_3 < 1$, $n < m$. 有下列结论: ① $abc < 0$; ② $3a+c > 0$;

③ $\frac{c-m}{a} = -3$; ④ 当 $t \leq x \leq 1$ 时, y 有最大值为 m , 最小值为 k , 此时 t 的取值范围是

$-3 \leq t \leq -1$. 其中, 正确结论的个数是

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

第II卷

注意事项:

1. 用黑色字迹的签字笔将答案写在“答题卡”上(作图可用 2B 铅笔).

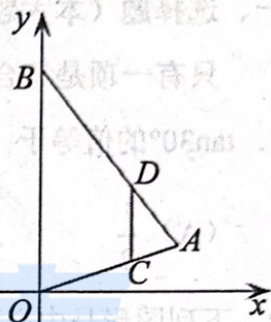
2. 本卷共 13 题, 共 84 分.

二、填空题(本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

13. 把一副普通扑克牌中的 13 张黑桃牌洗匀后正面向下放在桌子上, 从中随机抽取一张, 则抽出的牌点数小于 9 的概率为_____.

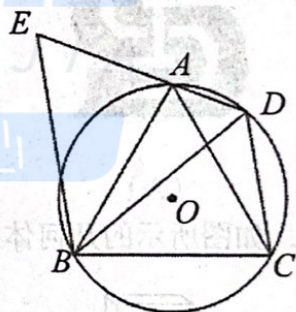
14. 一个不透明的口袋中有四个完全相同的小球, 把它们分别标号为 1, 2, 3, 4. 随机摸取一个小球然后不放回, 再随机摸取一个小球, 则两次取出的小球标号的和等于 5 的概率为_____.

15. 如图, $\triangle AOB$ 的顶点 $O(0, 0)$, 顶点 A 在第一象限, 顶点 B 在 y 轴正半轴上, 点 C 为 OA 上的一点, $AC:OC=1:2$, 过 C 作 $CD \parallel OB$ 交 AB 于点 D , $CD=2$, 则 B 点的坐标为_____.



第(15)题

16. 已知直线 $y=kx+b$ (k, b 为常数, $k \neq 0$) 与直线 $y=2x$ 平行, 且与直线 $y=3x+4$ 交于 y 轴的同一点, 则此一次函数的表达式为_____.

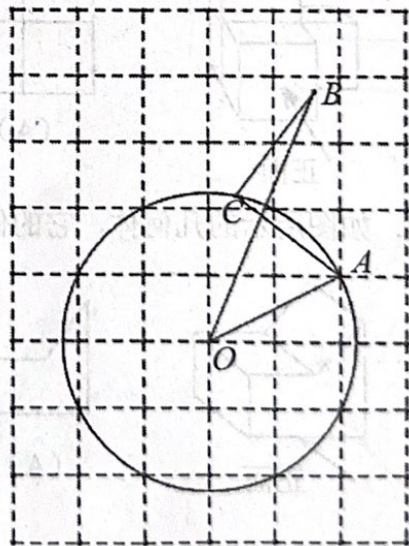


第(17)题

18. 如图, 在每个小正方形的边长为 1 的网格中, $\odot O$ 上的点 A , 圆心 O 均在格点上,

(I) $OA=$ _____;

(II) 若点 C 是 $\odot O$ 上的一个动点, 连接 AC , 将 AC 绕点 C 逆时针旋转 90° 得到 CB , 连 OB , 当线段 OB 最长时, 点 C 的对应点为点 C' , 点 B 的对应点为点 B' , 请用无刻度的直尺, 在如图所示的网格中, 画出点 C' , B' , 并简要说明点 C' , B' 的位置是如何找到的(不要求证明)



第(18)题

三、解答题（本大题共 7 小题，共 66 分。解答应写出文字说明、演算步骤或推理过程）

19.（本小题 8 分）

（I）解方程： $(x-3)^2 = 2x(3-x)$ ；

（II）关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x - 2m + 5 = 0$ 有两个实数根 x_1, x_2 ，并且 $x_1 \neq x_2$ 。

①求实数 m 的取值范围；

②满足 $x_1x_2 + x_1 + x_2 = m^2 + 6$ ，求 m 的值。

20.（本小题 8 分）

二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 为常数， $a \neq 0$) 的顶点坐标为 $(1, 4)$ ，与 x 轴交于点 $A(3, 0)$ 和 B ，与 y 轴交于点 C 。

（I）求二次函数解析式和点 C 的坐标；

（II）一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根为_____；

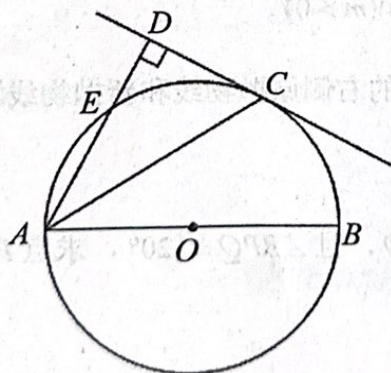
（III）当 $0 \leq x \leq 3$ 时， y 的取值范围是_____。

21.（本小题 10 分）

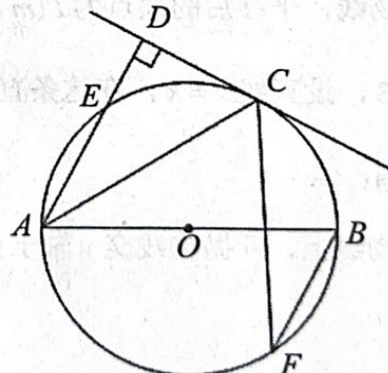
已知 AB 为 $\odot O$ 的直径， C 为 $\odot O$ 上一点， AD 和过点 C 的切线互相垂直，垂足为 D ， AD 交 $\odot O$ 于点 E 。

（I）如图①，求证： AC 平分 $\angle DAB$ ；

（II）如图②，过 B 作 $BF \parallel AD$ 交 $\odot O$ 于点 F ，连接 CF ，若 $AC = 4\sqrt{5}$ ， $DC = 4$ ，求 CF 和 $\odot O$ 半径的长。



图①



图②

第 (21) 题

22. (本小题 10 分)

为了测量一条两岸平行的河流宽度，三个数学研究小组设计了不同的方案，他们在河南岸的点 A 处测得河北岸的树 H 恰好在 A 的正北方向。测量方案与数据如下表：

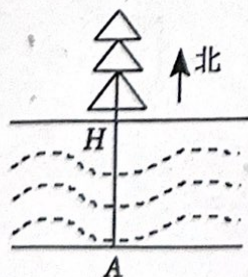
课题	测量河流宽度		
测量工具	测量角度的仪器，皮尺等		
测量小组	第一小组	第二小组	第三小组
测量方案示意图			
说明	点 B, C 在点 A 的正东方向	点 B, D 在点 A 的正东方向	点 B 在点 A 的正东方向， 点 C 在点 A 的正西方向
测量数据	$BC = 54.8\text{m}$ ， $\angle ABH = 74^\circ$ ， $\angle ACH = 37^\circ$ 。	$BD = 20\text{m}$ ， $\angle ABH = 74^\circ$ ， $\angle BCD = 37^\circ$ 。	$BC = 84.8\text{m}$ ， $\angle ABH = 74^\circ$ ， $\angle ACH = 37^\circ$ 。

(I) 第_____小组的数据无法计算出河宽；

(II) 请选择其中一个方案及其数据求出河宽 (结果保留小数点后一位)。

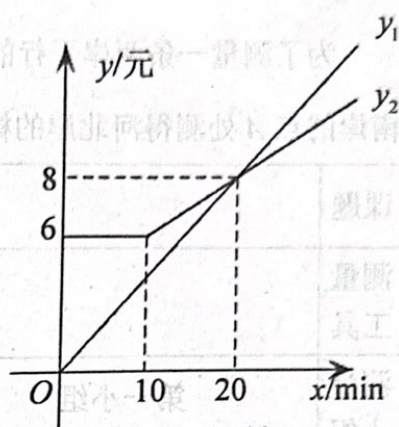
参考数据: $\sin 74^\circ \approx 0.96$, $\cos 74^\circ \approx 0.28$, $\tan 74^\circ \approx 3.49$, $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$,

$\tan 37^\circ \approx 0.75$



23. (本小题 10 分)

共享电动车是一种新理念下的交通工具：主要面向 3~10km 的出行市场，现有 A，B 两种品牌的共享电动车，给出的图象反映了收费 y 元与骑行时间 x min 之间的对应关系，其中 A 品牌收费方式对应 y_1 ，B 品牌的收费方式对应 y_2 。



第 (23) 题

请根据相关信息，解答下列问题：

(I) 填表：

骑行时间/min	10	20	25
A 品牌收费/元		8	
B 品牌收费/元		8	

(II) 填空：

① B 品牌 10 分钟后，每分钟收费 _____ 元；

② 如果小明每天早上需要骑行 A 品牌或 B 品牌的共享电动车去工厂上班，已知两种品牌共享电动车的平均行驶速度均为 300m/min ，小明家到工厂的距离为 9km ，那么小明选择 _____ 品牌共享电动车更省钱；

③ 直接写出两种品牌共享电动车收费相差 3 元时 x 的值是 _____。

(III) 直接写出 y_1 ， y_2 关于 x 的函数解析式。

24. (本小题 10 分)

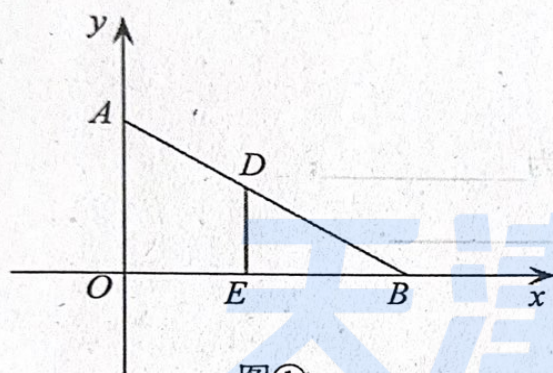
在一次数学兴趣小组活动中, 小明将两个形状相同, 大小不同的三角板 AOB 和三角板 DEB 放置在平面直角坐标系中, 点 $O(0, 0)$, $A(0, 3)$, $\angle ABO = 30^\circ$, $BE = 3$.

(I) 如图①, 求点 D 的坐标;

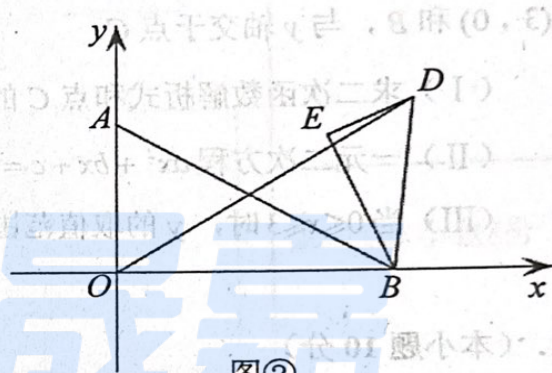
(II) 如图②, 小明同学将三角板 DEB 绕点 B 按顺时针方向旋转一周.

①若点 O , E , D 在同一条直线上, 求点 D 到 x 轴的距离;

②连接 DO , 取 DO 的中点 G , 在旋转过程中, 点 G 到直线 AB 的距离的最大值是 (直接写出结果即可).



图①



图②

第(24)题

25. (本小题 10 分)

已知抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 过点 $A(-2, -1)$, $B(0, -3)$.

(I) 求抛物线的解析式;

(II) 平移抛物线, 平移后的顶点为 $P(m, n)(m > 0)$.

①如果 $S_{\triangle OBP} = 3$, 设直线 $x = k$, 在这条直线的右侧原抛物线和新抛物线均呈上升趋势, 求 k 的取值范围;

②点 P 在原抛物线上, 新抛物线交 y 轴于点 Q , 且 $\angle BPQ = 120^\circ$, 求点 P 的坐标.

和平区 2022—2023 学年度第二学期九年级第一次
质量调查数学学科试卷

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）

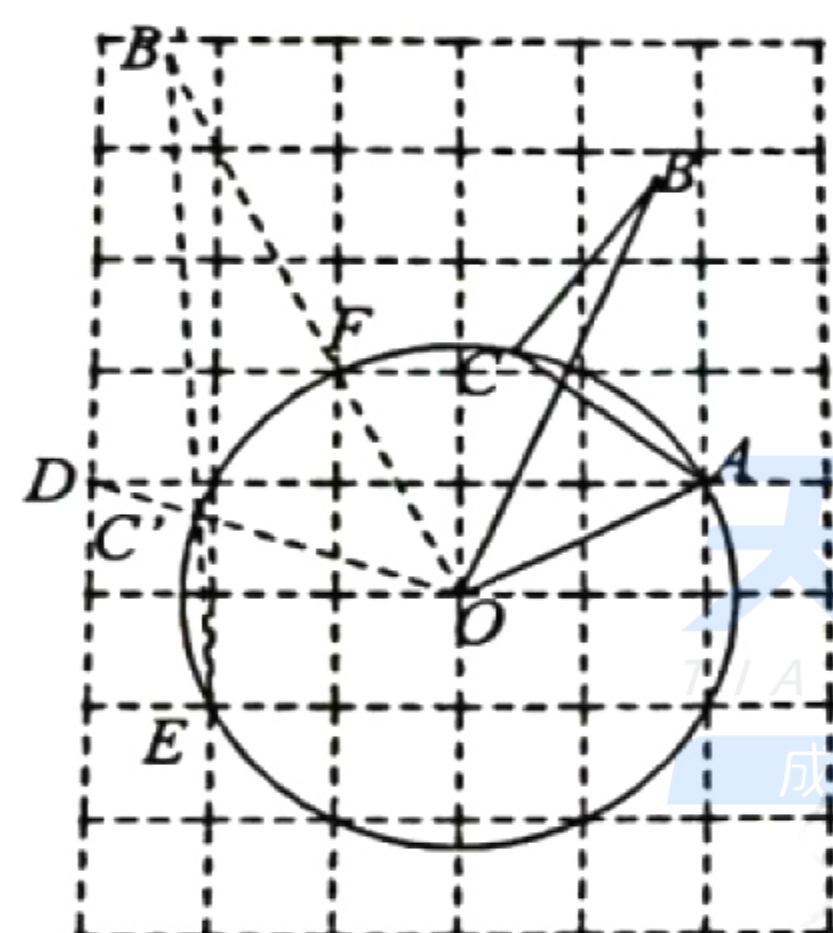
1. B 2. A 3. B 4. C 5. A 6. D
7. C 8. C 9. B 10. C 11. A 12. D

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

13. $\frac{8}{13}$ 14. $\frac{1}{3}$ 15. (0, 6) 16. $y = 2x + 4$ 17. $\frac{25\sqrt{3}}{4}$

18. (I) $\sqrt{5}$; (II) 取格点 D ，连接 OD 交 $\odot O$ 于点 C' ，取格点 E ，连接 EC' ，取

格点 F ，连接 OF 并延长交 EC' 的延长线于点 B' ，点 C' ，点 B' 即为所求。



三、解答题（本大题共 7 小题，共 66 分）

19.（本小题 8 分）

(I) 解: $(x-3)^2 = -2x(x-3)$,1 分

$(x-3)^2 + 2x(x-3) = 0$,

因式分解, 得 $(x-3)(x-3+2x) = 0$,2 分

于是得 $x-3=0$ 或 $3x-3=0$.

$\therefore x_1 = 3, x_2 = 1$4 分

(II) ① ∵ 一元二次方程 $x^2 - 4x - 2m + 5 = 0$ 有两个不相等的实数根,

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4(-2m + 5) > 0.$$

$$\therefore m > \frac{1}{2}. \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

② ∵ x_1, x_2 是该方程的两个根,

$$\therefore x_1 + x_2 = 4, \quad x_1 x_2 = -2m + 5.$$

$$\therefore x_1 x_2 + x_1 + x_2 = m^2 + 6,$$

$$\therefore -2m + 5 + 4 = m^2 + 6.$$

$$\therefore m = -3 \text{ 或 } 1.$$

$$\therefore m > \frac{1}{2},$$

$$\therefore m = 1. \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

20. (本小题 8 分)

解: (I) ∵ 抛物线的顶点坐标为 $(1, 4)$,

$$\therefore \text{设抛物线解析式为 } y = a(x - 1)^2 + 4.$$

∵ 抛物线与 x 轴交于点 $A(3, 0)$,

$$\therefore 0 = a(3 - 1)^2 + 4, \text{ 解得: } a = -1.$$

$$\therefore y = -x^2 + 2x + 3. \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

∵ 抛物线与 y 轴交于 C ,

$$\therefore \text{令 } x = 0, \text{ 解得 } y = 3.$$

$$\therefore C(0, 3). \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$(II) \quad x_1 = 3, \quad x_2 = -1; \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$(III) \quad 0 \leq y \leq 4. \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$



21. (本小题 10 分)

(I) 证明: 连接 OC ,

.....1 分

$\because CD$ 为 $\odot O$ 的切线,

$\therefore OC \perp CD$, 即 $\angle OCM = \angle OCD = 90^\circ$.

.....2 分

$\because AD \perp CD$, 垂足为 D ,

$\therefore \angle ADC = 90^\circ$.

$\because \angle ADC = \angle OCM = 90^\circ$,

$\therefore OC \parallel AD$.

$\therefore \angle DAC = \angle ACO$.

$\because OC = OA$,

$\therefore \angle CAO = \angle ACO$.

$\therefore \angle DAC = \angle CAO$.

$\therefore AC$ 平分 $\angle DAB$.

.....5 分

(II) 解: 连接 AF , 延长 CO 交 AF 于 G ,

.....6 分

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle AFB = 90^\circ$.

$\because OC \parallel AD$, $BF \parallel AD$,

$\therefore CO \parallel BF$.

$\therefore \angle AFB = \angle AGC = 90^\circ$.

$\therefore OC \perp AF$.

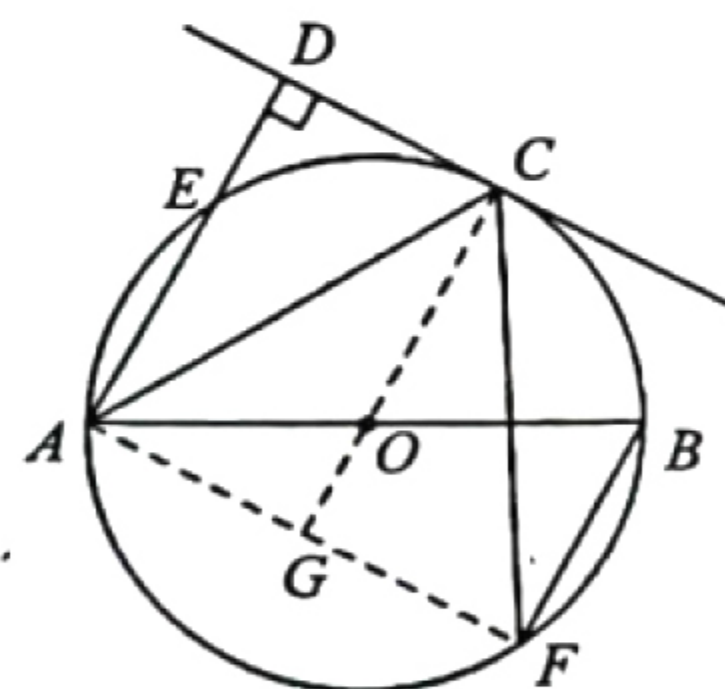
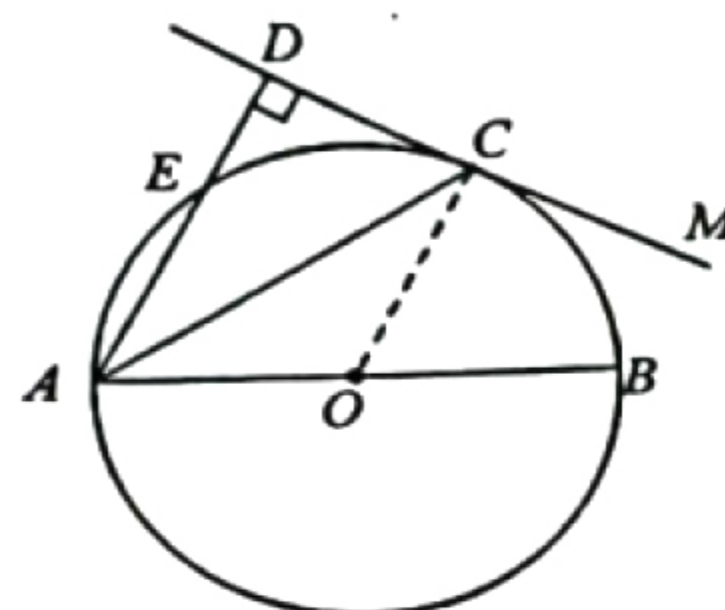
由垂径定理可得 $\widehat{AC} = \widehat{CF}$.

$\therefore AC = CF = 4\sqrt{5}$.

$\because \angle ADC = 90^\circ$,

$\therefore AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = 8$.

同 (I) 可得 $\angle ADC = \angle OCD = 90^\circ$,



.....8 分

$$\therefore \angle ADC = \angle DCO = \angle AGC = 90^\circ.$$

\therefore 四边形 $ADCG$ 是矩形.

$$\therefore AD = CG = 8, \quad CD = AG = 4.$$

在 $\text{Rt}\triangle AGO$ 中, 得 $AG^2 + OG^2 = AO^2$.

设 $OC = x$, 则 $OA = x, OG = 8 - x$,

$$\text{可得方程 } 4^2 + (8 - x)^2 = x^2, \text{ 解得 } x = 5.$$

$$\therefore \odot O \text{ 半径的长为 } 5, \quad CF = 4\sqrt{5}. \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

22. (本小题 10 分)

解: (I) 二; \dots\dots\dots 2 \text{ 分}

(II) 第一个小组的解法:

由题意可知, $\angle ABH = 74^\circ$, $\angle ACH = 37^\circ$, $\angle HAB = 90^\circ$,

$$\because \angle ABH = \angle ACH + \angle BHC,$$

$$\therefore \angle BHC = \angle BCH = 37^\circ.$$

$$\therefore BC = BH = 54.8.$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle AHB \text{ 中, } \sin \angle ABH = \frac{AH}{HB},$$

$$\therefore AH = BH \cdot \sin 74^\circ \approx 54.8 \times 0.96 \approx 52.6(\text{m}).$$

答: 河的宽度约为 52.6m. \dots\dots\dots

第三个小组的解法:

由题意可知, $\angle ABH = 74^\circ$, $\angle ACH = 37^\circ$, $\angle HAB = 90^\circ$,

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle AHB \text{ 中, } \tan \angle ABH = \frac{AH}{AB},$$

$$\therefore AB = \frac{AH}{\tan \angle ABH}. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle AHC \text{ 中, } \tan \angle ACH = \frac{AH}{AC},$$

$$\therefore AC = \frac{AH}{\tan \angle ACH}. \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\because CA + AB = CB,$$

$$\therefore \frac{AH}{\tan \angle ABH} + \frac{AH}{\tan \angle ACH} = 84.8. \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\therefore AH(\tan \angle ABH + \tan \angle ACH) = 84.8 \cdot \tan \angle ABH \cdot \tan \angle ACH.$$

$$\therefore AH = \frac{84.8 \times 0.75 \times 3.49}{0.75 + 3.49} = \frac{84.8 \times 0.75 \times 3.49}{4.24} \approx 52.4 \text{ (m)}.$$

答：河宽约为 52.4m. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}

23. (本小题 10 分)

解：(I)

骑行时间/min	10	25
A 品牌收费/元	4	10
B 品牌收费/元	6	9

\dots\dots\dots 4 \text{ 分}

(II) ① 0.2; ② B; ③ $\frac{15}{2}$ 或 35 \dots\dots\dots 7 \text{ 分}

(III) $y_1 = 0.4x (x \geq 0), y_2 = \begin{cases} 6, & 0 \leq x \leq 10, \\ 0.2x + 4, & x > 10. \end{cases}$ \dots\dots\dots 10 \text{ 分}

24. (本小题 10 分)

解：(I) $\because A$ 的坐标为 $(0, 3)$,

$$\therefore OA = 3.$$

在 $\text{Rt} \triangle AOB$, $\angle ABO = 30^\circ$, $AO = 3$,

$$\therefore \tan \angle ABO = \frac{AO}{OB} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\therefore OB = 3\sqrt{3}.$$

$$\therefore OE = OB - BE = 3\sqrt{3} - 3.$$

在 $\text{Rt} \triangle DEB$ 中, $\angle DBE = 30^\circ$, $BE = 3$,

$$\therefore \tan \angle DBE = \frac{DE}{BE} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\therefore DE = \sqrt{3}.$$

\therefore 点 D 的坐标为 $(3\sqrt{3}-3, \sqrt{3})$.

.....3 分

(II) ①如图①, 当 $\triangle DEB$ 在 x 轴上方时,

过点 D 作 $DM \perp OB$ 于 M ,

$\because \angle BED = 90^\circ$, 点 O, E, D 在同一条直线上,

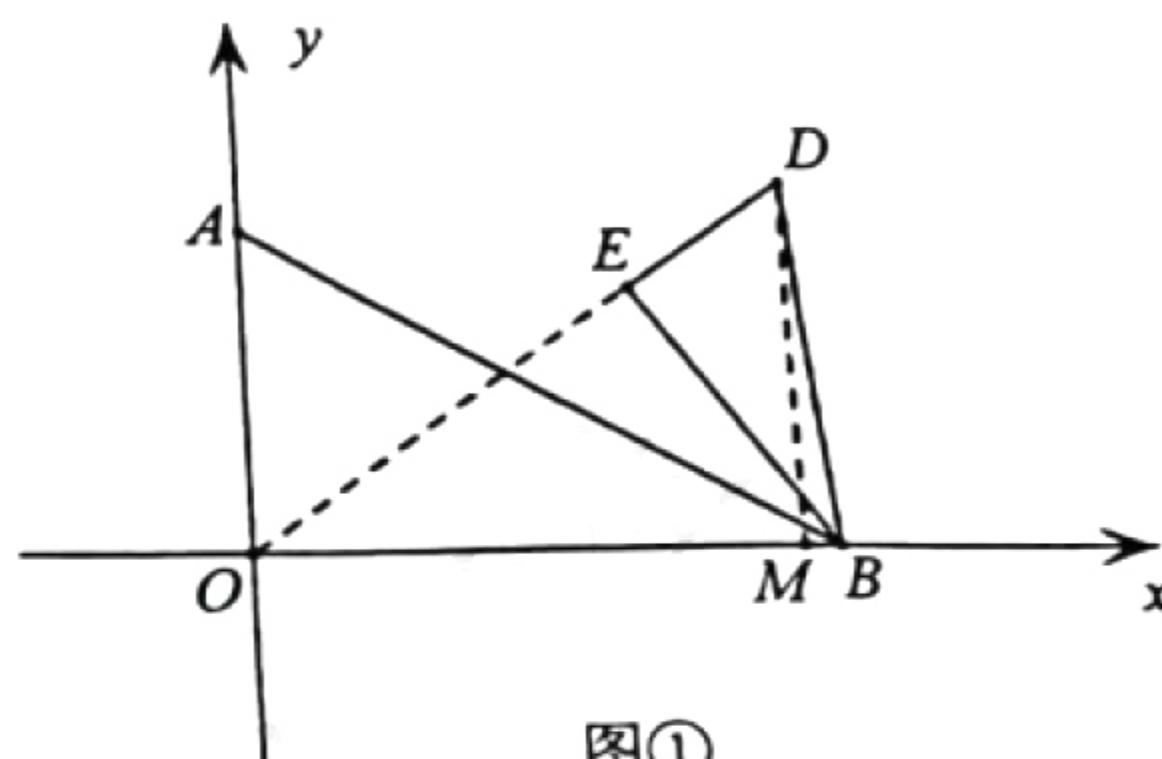
$\therefore \angle OEB = 90^\circ$.

$$\therefore OE = \sqrt{OB^2 - BE^2} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 - 3^2} = 3\sqrt{2}.$$

$$\therefore OD = OE + ED = 3\sqrt{2} + \sqrt{3}.$$

$$\because S_{\triangle DOB} = \frac{1}{2}OB \cdot DM = \frac{1}{2}OD \cdot BE,$$

$$\therefore DM = \frac{OD \cdot BE}{OB} = \frac{(3\sqrt{2} + \sqrt{3}) \times 3}{3\sqrt{3}} = \sqrt{6} + 1.$$



图①

如图②, 当 $\triangle DEB$ 在 x 轴下方时,

过点 D 作 $DM' \perp OB$ 于 M' ,

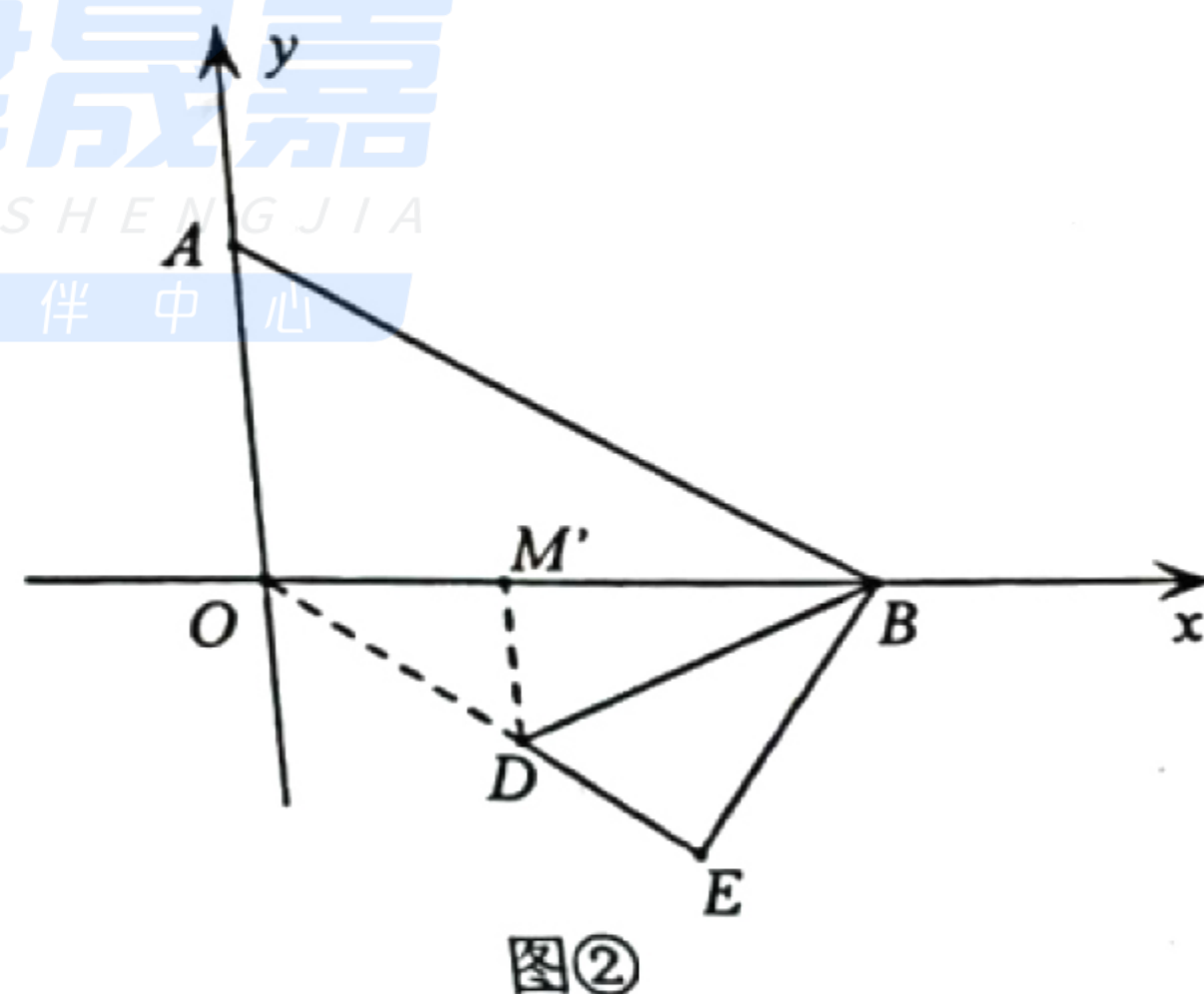
$\because \angle BED = 90^\circ$, 点 O, E, D 在同一条直线上,

$$\therefore OE = \sqrt{OB^2 - BE^2} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 - 3^2} = 3\sqrt{2}.$$

$$\therefore OD = OE - ED = 3\sqrt{2} - \sqrt{3}.$$

$$\because S_{\triangle DOB} = \frac{1}{2}OB \cdot DM' = \frac{1}{2}OD \cdot BE,$$

$$\therefore DM' = \frac{OD \cdot BE}{OB} = \frac{(3\sqrt{2} - \sqrt{3}) \times 3}{3\sqrt{3}} = \sqrt{6} - 1.$$



图②

\therefore 点 D 到 x 轴的距离为 $\sqrt{6} + 1$ 或 $\sqrt{6} - 1$.

.....8 分

② $\frac{7\sqrt{3}}{4}.$

.....10 分

∴ 点 P 的坐标为 $(m, \frac{1}{2}m^2 - 3)$.

∴ 点 C 的坐标为 $(0, \frac{1}{2}m^2 - 3)$.

由题意得，新抛物线的解析式为 $y = \frac{1}{2}(x - m)^2 + n = \frac{1}{2}x^2 - mx + m^2 - 3$.

∵ 新抛物线与 y 轴交于点 Q ,

∴ 当 $x = 0$ 时, $y = m^2 - 3$.

∴ $Q(0, m^2 - 3)$.

∵ $B(0, -3)$, $C(0, \frac{1}{2}m^2 - 3)$,

∴ $QC = m^2 - 3 - (\frac{1}{2}m^2 - 3) = \frac{1}{2}m^2$, $CB = \frac{1}{2}m^2 - 3 - (-3) = \frac{1}{2}m^2$.

∴ $QC = CB$.

∴ PC 垂直平分 QB .

∴ $PQ = PB$.

∴ $\angle PQB = \angle PBQ = \frac{180^\circ - \angle BPQ}{2} = 30^\circ$.

在 $Rt \triangle PCB$ 中, $\angle PBC = 30^\circ$,

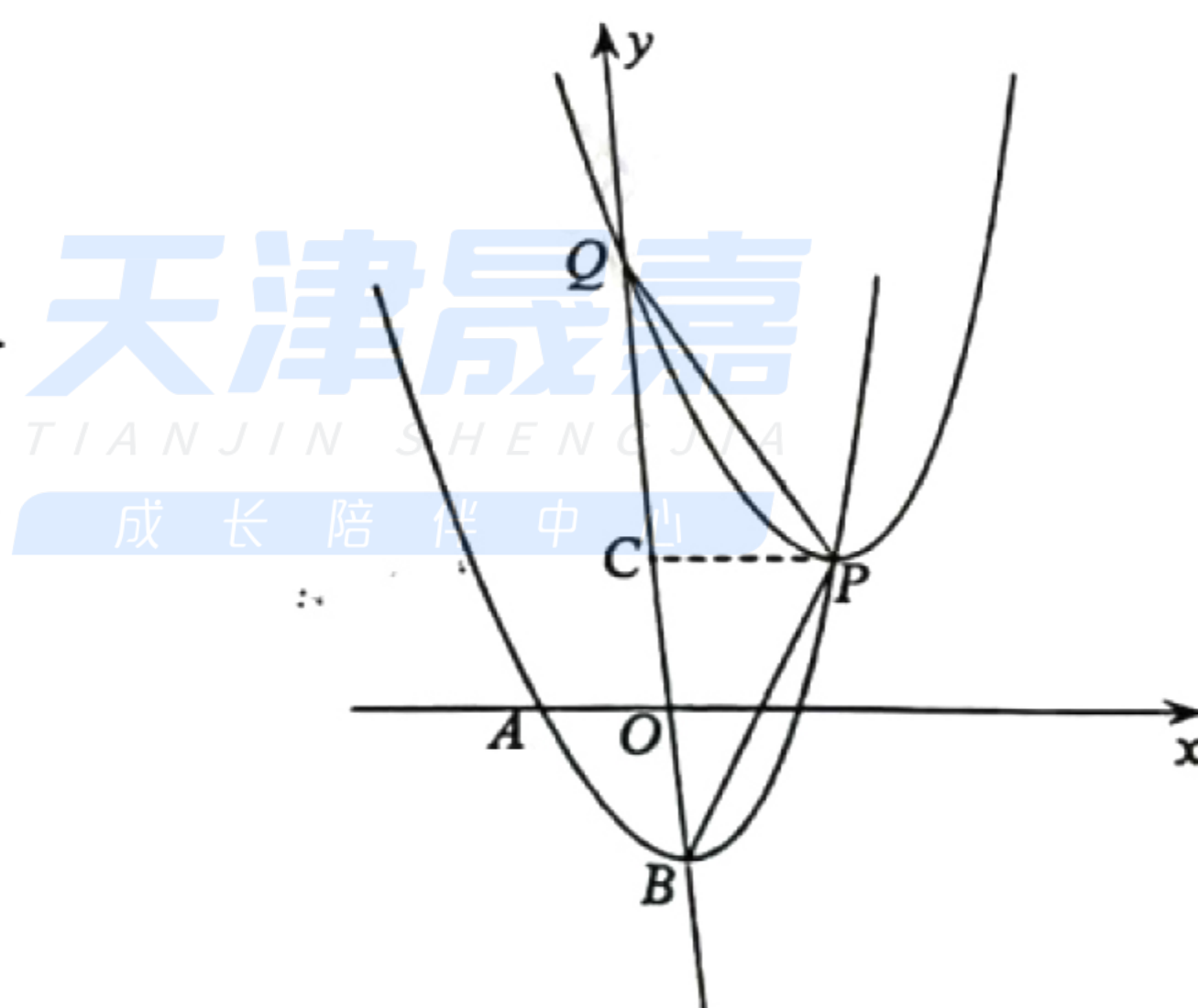
∴ $\tan \angle PBC = \frac{PC}{BC} = \frac{m}{\frac{1}{2}m^2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

∴ $m = 2\sqrt{3}$ 或 $m = -2\sqrt{3}$ (舍).

∴ $n = \frac{1}{2}m^2 - 3 = 3$.

∴ P 点的坐标为 $(2\sqrt{3}, 3)$.

.....10 分



25. (本小题 10 分)

解: (I) 将 $A(-2, -1)$, $B(0, -3)$ 代入 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$, 得:

$$\begin{cases} -1 = 2 - 2b + c, \\ -3 = c. \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} b = 0, \\ c = -3. \end{cases}$$

\therefore 抛物线的解析式为 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$3 分

(II) ① \because 点 B 坐标为 $(0, -3)$,

$$\therefore OB = 3.$$

\because 平移后的抛物线顶点为 $P(m, n)$,

$$\therefore S_{\triangle OPB} = \frac{1}{2} \times 3 |m| = 3.$$

$$\therefore m = \pm 2.$$

$$\because m > 0,$$

$$\therefore m = 2.$$

\therefore 平移后抛物线的对称轴为直线 $x = 2$, $a = \frac{1}{2} > 0$.

\therefore 当 $x > 2$ 时 y 随 x 的增大而增大.

$$\because y = \frac{1}{2}x^2 - 3 \text{ 对称轴是 } y \text{ 轴}, a = \frac{1}{2} > 0,$$

\therefore 当 $x > 0$ 时 y 随 x 的增大而增大.

\therefore 在直线 $x = k$ 的右侧, 两抛物线都上升, 原抛物线的对称轴为 y 轴, 开口向上,

$$\therefore k \geq 2. \text{6 分}$$

② 过 P 点作 $PC \perp y$ 轴于点 C ,

把 $P(m, n)$ 代入 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$,

$$\therefore n = \frac{1}{2}m^2 - 3.$$