

九年级数学试卷

(试卷满分 150 分, 考试时间 120 分钟)

※考生注意: 请在答题卡各题目规定答题区域内作答, 答在本试卷上无效。

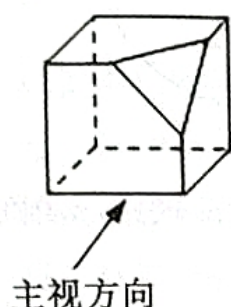
第一部分 选择题 (共 30 分)

一、选择题 (本题共 10 道小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 下列方程中是一元二次方程的是 (▲)

- A. $x+2y=3$ B. $x^2-5x=1$ C. $x^2-y^2=2$ D. $\frac{1}{x}+x=2$

2. 沿正方体相邻的三条棱的中点截掉一部分, 得到如图所示的几何体, 则它的左视图是 (▲)



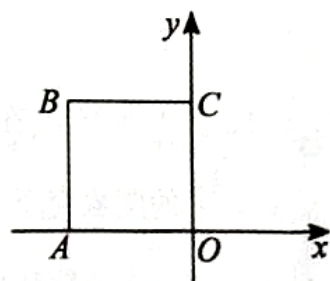
- A. B. C. D.

3. 顺次连接矩形四边中点得到的四边形一定是 (▲)

- A. 平行四边形 B. 菱形 C. 矩形 D. 正方形

4. 如图, 正方形 $OABC$ 的边长为 2, 将正方形 $OABC$ 绕原点 O 逆时针旋转 45° , 则点 B 的对应点 B_1 的坐标为 (▲)

- A. $(0, 2)$
B. $(-2, 0)$
C. $(0, 2\sqrt{2})$
D. $(-2\sqrt{2}, 0)$



5. 对于实数 a, b 定义运算 “ $*$ ” 为 $a*b=a^2-ab$, 例如 $3*1=3^2-3\times 1=6$, 则关于 x 的方程 $x*(k-5)=2k-1$ 的根的情况, 下列说法正确的是 (▲)

- A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 无实数根 D. 无法确定

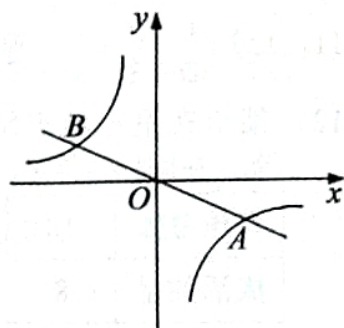
6. 三角形两边的长分别是 7 和 11, 第三边的长是一元二次方程 $x^2-25=2(x-5)^2$ 的一个实数根, 则该三角形的周长是 (▲)

- A. 23 B. 23 或 33 C. 24 D. 24 或 30

7. 如图, 正比例函数 $y = k_1 x$ (k_1 为常数, 且 $k_1 \neq 0$) 和反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ (k_2 为常数, 且 $k_2 \neq 0$) 的图象相交于 $A(2, m)$ 和 B 两点, 则不等式

$$k_1 x < \frac{k_2}{x} \text{ 的解集为 (▲)}$$

- A. $x < -2$ 或 $x > 2$
 B. $-2 < x < 2$
 C. $-2 < x < 0$ 或 $x > 2$
 D. $x < -2$ 或 $0 < x < -2$

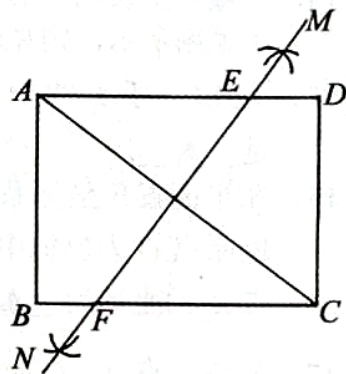


8. 某公司前年缴税 40 万元, 今年缴税 48.4 万元, 设该公司这两年缴税的年均增长率为 x , 根据题意, 下面所列方程正确的是 (▲)

- A. $40(1-2x) = 48.4$ B. $40(1+x^2) = 48.4$
 C. $40(1+x)^2 = 48.4$ D. $40(1-x)^2 = 48.4$

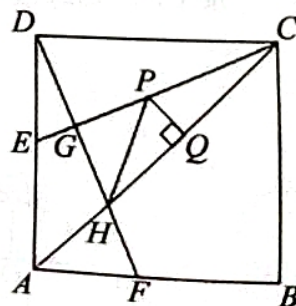
9. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 3$, $BC = 4$, 分别以点 A 和 C 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}AC$ 的长为半径作弧, 两弧相交于点 M 和 N , 作直线 MN 分别交 AD , BC 于点 E , F , 则 BF 的长为 (▲)

- A. $\frac{7}{8}$
 B. $\frac{12}{5}$
 C. $\frac{7}{4}$
 D. $\frac{25}{8}$



10. 如图, 正方形 $ABCD$ 中, $AB = 2$, 连接 AC , $\angle ACD$ 的平分线交 AD 于点 E , 在 AB 上截取 $AF = DE$, 连接 DF , 分别交 CE , CA 于点 G , H , 点 P 是线段 GC 上的动点, $PQ \perp AC$ 于点 Q , 连接 PH . 下列结论: ① $CE = DF$; ② $AD + DG = AC$; ③ $AE = \sqrt{2}AH$; ④ $PH + PQ$ 的最小值是 $\sqrt{2}$, 其中正确的结论有 (▲)

- A. ①②③
 B. ②③④
 C. ①②④
 D. ①③④



第二部分 非选择题 (120 分)

二、填空题 (本题共 8 道小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

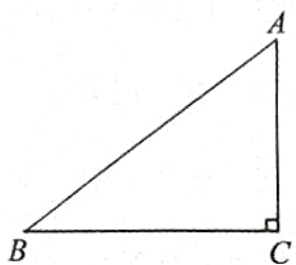
11. 已知 $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$, 则 $\frac{x+y}{3y-2z} = \underline{\quad\blacktriangle\quad}$.

12. 某市在进行城市绿化工程, 环卫部门要考察某种绿植在一定条件下的移植成活率. 在同样条件下, 对这种绿植进行大量移植, 并统计成活情况, 数据如下表所示:

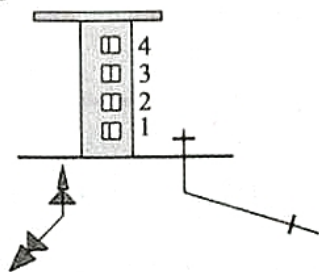
移植总数	10	270	400	750	1500	3500	7000	9000	14000
成活数量	8	235	369	662	1335	3203	6335	8073	12628
成活频率	0.800	0.870	0.923	0.883	0.890	0.915	0.905	0.897	0.902

估计这种绿植移植成活的概率是 $\underline{\quad\blacktriangle\quad}$ (结果保留小数点后一位).

13. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 若 $\sin A = \frac{4}{5}$, 则 $\tan B = \underline{\quad\blacktriangle\quad}$.



第 13 题图



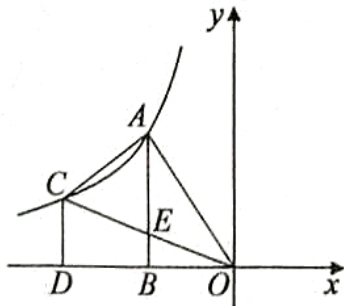
第 14 题图

14. 一幢 4 层楼房只有一个窗户亮着一盏灯, 一棵小树和一根电线杆在窗口灯光下的影子如图所示, 则亮着灯的窗口是 $\underline{\quad\blacktriangle\quad}$ 号窗口.

15. 已知关于 x 的一元二次方程 $(m-1)x^2 + 3x - 1 = 0$ 有实数根, 则 m 的取值范围是 $\underline{\quad\blacktriangle\quad}$.

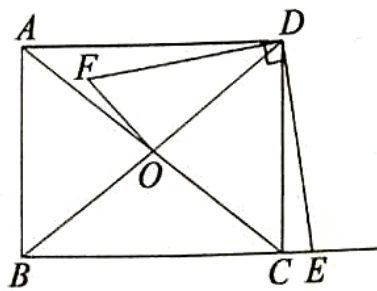
16. 在平面直角坐标系中, $\triangle ABO$ 三个顶点的坐标分别是 $A(4, 2)$, $B(5, 0)$, $O(0, 0)$, 以原点 O 为位似中心, 相似比为 2, 把 $\triangle ABO$ 扩大, 得到 $\triangle A_1B_1O$, 则点 A 的对应点 A_1 的坐标为 $\underline{\quad\blacktriangle\quad}$.

17. 如图, 点 A, C 为函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x < 0$) 图象上的两点, 过 A, C 分别作 $AB \perp x$ 轴, $CD \perp x$ 轴, 垂足分别为 B, D , 连接 OA, AC, OC , 线段 OC 交 AB 于点 E , 且点 E 恰好为 OC 的中点. 当 $\triangle AOC$ 的面积为 6 时, k 的值为 $\underline{\quad\blacktriangle\quad}$.



第 17 题图

18. 如图, 矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 和 BD 交于点 O , $AB = 6$, $BC = 8$, 在 BC 的延长线上有一动点 E , 连接 DE , 将线段 DE 绕点 D 顺时针旋转 90° , 得到线段 DF , 连接 OF , 则线段 OF 的最小值为 $\underline{\quad\blacktriangle\quad}$.

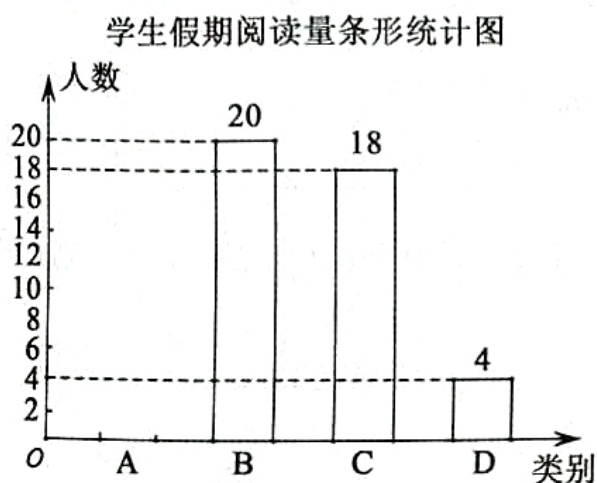


第 18 题图

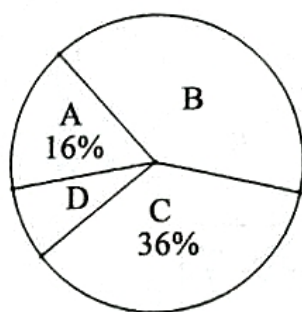
三、解答题 (共 96 分)

19. (10 分) 先化简, 再求值: $\frac{x^2-4}{x} \div \left(x - \frac{4x-4}{x}\right) - \frac{2}{x-2}$, 其中 $x = 2\sin 45^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$.

20. (12 分) 某学校在假期开展了“阳光阅读”活动, 为了解学生的阅读情况, 随机抽取部分学生进行阅读量的调查, 阅读量分为四个类别: A. 1~2 本, B. 3~4 本, C. 5~6 本, D. 6 本以上. 将调查结果进行统计, 绘制出如下两幅不完整的统计图. 请根据图中提供的信息解答下列问题:



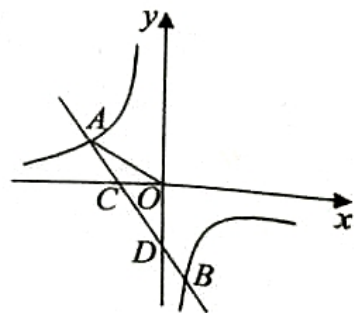
学生假期阅读量扇形统计图



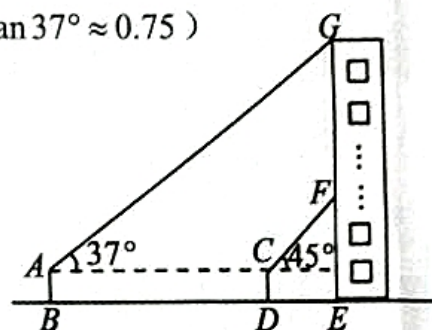
- (1) 本次调查的学生共有_____人; 在扇形统计图中, B 所对应的扇形的圆心角的度数是_____.
- (2) 请补全条形统计图;
- (3) 在阅读量为 D 类别的 4 名学生中有正好有 2 名男生和 2 名女生, 现从这 4 人中随机选取两人参加比赛, 请用列表或画树状图的方法求出所选的两人恰好是 1 名男生和 1 名女生的概率.

21. (12 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y = k_1x + b$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图象交于 $A(m, 1)$, $B(\frac{2}{3}, -3)$ 两点, 与 x 轴、 y 轴交于点 C , D 两点.

- (1) 求一次函数和反比例函数的解析式;
- (2) 若点 P 是第四象限内反比例函数图象上的一点, $\triangle COP$ 的面积是 $\triangle AOD$ 的面积 2 倍, 求点 P 的坐标;

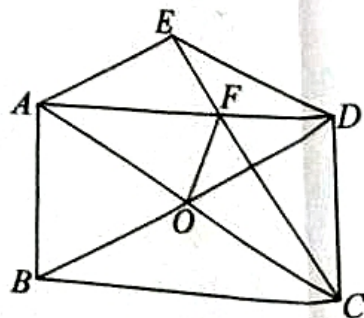


22. (12分) 北京时间 2022 年 11 月 29 日 23 时 08 分, 神舟十五号载人飞船成功发射, 中国首次实现空间站三船三舱构型, 以及 6 名航天员同时在轨驻留。为弘扬航天精神, 某初中在教学楼上悬挂了一幅长为 6m 的励志条幅 (即 $GF = 6\text{m}$)。小明同学想知道条幅的底端 F 到地面的距离, 他的测量过程如下: 如图, 首先他站在楼前点 B 处, 在点 B 正上方点 A 处测得条幅顶端 G 的仰角为 37° , 然后向教学楼条幅方向前行 9m 到达点 D 处 (楼底部点 E 与点 B, D 在一条直线上), 在点 D 正上方点 C 处测得条幅底端 F 的仰角为 45° , 若小明的身高 (即 AB, CD) 为 1.75m (即四边形 $ABDC$ 为矩形), 请你帮助小明计算条幅底端 F 到地面的距离 FE 的长度。 (结果精确到 0.1m. 参考数据: $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$)



23. (12分) 今年元旦期间, 某网络经销商购进了一批节日彩灯, 彩灯的进价为每条 40 元, 当销售单价定为 52 元时, 每天可售出 180 条, 为了扩大销售, 决定采取适当的降价措施, 经调查: 销售单价每降低 1 元, 则每天可多售出 10 条. 若设这批节日彩灯的销售单价为 x (元), 每天的销售量为 y (条).
- (1) 求每天的销售量 y (条) 与销售单价 x (元) 之间的函数关系式;
 - (2) 当销售单价为多少元时, 销售这批节日彩灯每天所获得的利润为 2000 元?

24. (12分) 如图, 矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O , 将 $\triangle ABC$ 沿直线 AC 折叠, 点 B 的对应点记为点 E , 边 CE 交 AD 于点 F , 连接 DE, OF .
- (1) 求证: $OF \perp AC$;
 - (2) 若 $\angle BAC = 2\angle ACB$, 请判断四边形 $AODE$ 的形状, 并证明你的结论.



25. (12分) 已知线段 BD 是正方形 $ABCD$ 的一条对角线, 点 E 在射线 BD 上运动, 连接 CE , 将线段 CE 绕点 C 顺时针旋转 90° , 得到线段 CF , 连接 DF .

【建立模型】

- (1) 如图 1, 若点 E 在线段 BD 上, 请直接写出线段 BE 与线段 DF 的数量关系与位置关系;

【模型应用】

- (2) 如图 2, 若点 E 在线段 BD 的延长线上运动, 请写出线段 CD , DE , DF 之间的数量关系, 并说明理由;

【模型迁移】

- (3) 如图 3, 已知线段 BD 是矩形 $ABCD$ 的一条对角线, $AB=3$, $BC=4$, 点 E 在射线 BD 上运动, 连接 CE , 将 CE 绕点 C 顺时针旋转 90° , 得到 CM , 在 CM 上截取线段 $CF = \frac{3}{4}CE$, 连接 EF , 若 $DE=1$, 直接写出线段 EF 的长.

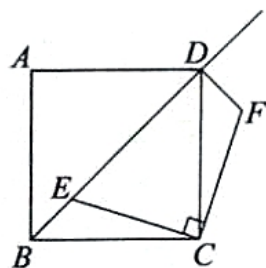


图 1

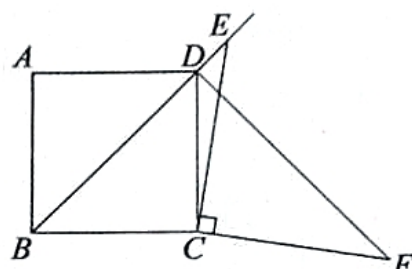


图 2

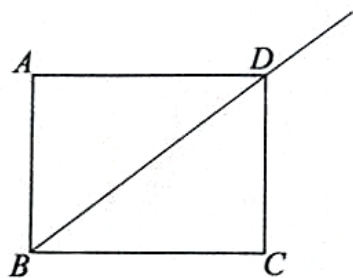
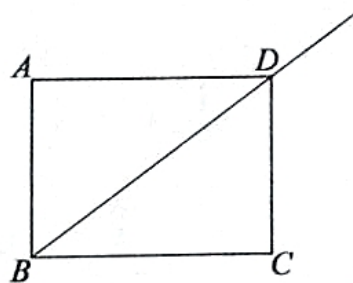


图 3



备用图

26. (14分) 如图, 直线 $y = \frac{1}{2}x + 2$ 与双曲线 $y = \frac{6}{x}$ 交于 A, B 两点, 点 C 是双曲线第一象限分支上的一点, 连接 BC 并延长交 x 轴于点 D .

- 求出点 A, B 的坐标;
- 若 $BC = 2CD$, 求点 D 的坐标;
- 在 (2) 的条件下, 若点 P 是直线 AB 上一点, 点 Q 是平面内一点, 是否存在点 P, Q 使得以点 B, D, P, Q 为顶点的四边形是菱形? 若存在, 请直接写出的点 Q 的标; 若不存在, 请说明理由.

