

2022~2023 学年度九年级综合素养评估(二)

数学参考答案

1. D 2. A 3. C 4. B 5. A 6. D 7. B 8. C 9. A 10. B

11. 5 12. $-\frac{1}{8}$ 13. 60° 14. 9 15. $(1+\sqrt{10}, 6)$ 或 $(1-\sqrt{10}, 6)$

16. 解: (1) $x^2+2x=15$,

$$x^2+2x+1=16,$$

$$(x+1)^2=16, \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$x+1=\pm 4,$$

$$\therefore x_1=3, x_2=-5. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$(2) a=5, b=-8, c=1,$$

$$b^2-4ac=(-8)^2-4\times 5\times 1=44, \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{8\pm\sqrt{44}}{10},$$

$$\therefore x_1=\frac{4+\sqrt{11}}{5}, x_2=\frac{4-\sqrt{11}}{5}. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

17. 解: (1) \because 矩形 $BEFG$ 由矩形 $ABCD$ 旋转得到,

$$\therefore BE=BC=5\sqrt{2}, \angle BAD=90^\circ.$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABE \text{ 中, } AE^2+AB^2=BE^2,$$

$$AE=\sqrt{BE^2-AB^2}=\sqrt{(5\sqrt{2})^2-5^2}=5=AB,$$

$\therefore \triangle ABE$ 是等腰直角三角形.

$$\therefore \angle ABE=45^\circ,$$

$$\therefore \angle EBC=\angle ABC-\angle ABE=45^\circ. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$(2) \because \angle ABE=45^\circ,$$

$$\therefore \angle ABG=90^\circ-45^\circ=45^\circ.$$

$$\because AB=BG,$$

$$\therefore \angle BGA=\angle BAG=67.5^\circ, \therefore \angle AGF=22.5^\circ. \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

18. 解: \because 点 $P(x^2+3x, 4)$ 与点 $Q(-3x-4, y)$ 关于原点对称,

$$\therefore (x^2+3x)+(-3x-4)=0, 4+y=0, \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{解得 } x_1=2, x_2=-2, y=-4. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$\because P(x^2+3x, 4)$ 是第二象限内一点,

$$\therefore x^2+3x<0, \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\therefore x=-2,$$

$$\therefore x+y=(-2)+(-4)=-6. \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

19. 解: (1) 证明: $\because \angle APB=120^\circ$, PC 平分 $\angle APB$,

$$\therefore \angle BPC=\angle APC=60^\circ.$$

$$\text{又 } \because \angle BPC=\angle BAC, \angle APC=\angle ABC,$$

$$\therefore \angle BAC=\angle ABC=60^\circ,$$

$\therefore \triangle ABC$ 为正三角形. $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

(2) 如图, 连接 OB 、 OC , 过 O 作 $OH \perp BC$ 于点 H .

$$\because \angle BAC=60^\circ, \therefore \angle BOC=2\angle BAC=120^\circ.$$

$\because OB=OC$,
 $\therefore \angle OBH=30^\circ, BH=CH=3$.

在 $\text{Rt}\triangle OBH$ 中, $OH=\frac{1}{2}OB, OB^2=OH^2+BH^2$,

$$OB^2=\frac{1}{4}OB^2+9,$$

解得 $OB=2\sqrt{3}$,

$\therefore \odot O$ 的半径为 $2\sqrt{3}$ 9 分

20. 解: (1) 当 $x=0$ 时, $y=4, \therefore C(0,4), \therefore OC=4$.

当 $y=0$ 时, $-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x+4=0$, 解得 $x=-2$ 或 $x=8$,

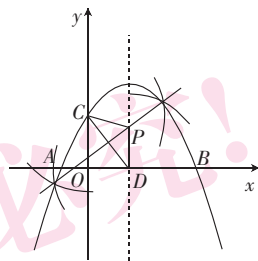
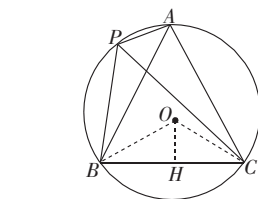
$\therefore A(-2,0), B(8,0), \dots\dots\dots 2$ 分

$\therefore AB=10$,

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times AB\times OC=\frac{1}{2}\times 10\times 4=20. \dots\dots\dots 4$ 分

(2) 如图, 点 P 即为所求. 7 分

点 P 的坐标为 $(3, \frac{25}{8})$ 9 分



21. 解: (1) 320. 2 分

(2) $y=(35-x-19)(20+2x)$,

整理得 $y=-2x^2+12x+320. \dots\dots\dots 5$ 分

(3) $y=-2x^2+12x+320$, 配方得 $y=-2(x-3)^2+338. \dots\dots\dots 7$ 分

$\therefore x=3$ 时, y 有最大值 338.

$35-3=32$,

即每盒售价定为 32 元时, 药店销售口罩可获得最大日利润 338 元. 9 分

22. 解: (1) 证明: $\because \widehat{AD}=\widehat{BC}$,

$\therefore \widehat{AD}+\widehat{AC}=\widehat{BC}+\widehat{AC}$, 即 $\widehat{CD}=\widehat{AB}$,

$\therefore AB=CD. \dots\dots\dots 3$ 分

(2) 如图, 过点 F 作 $FG\perp AB$, 垂足为 G .

$\because \widehat{AD}=\widehat{BC}$,

$\therefore AD=BC, \angle ABD=\angle CDB$,

$\therefore DE=BE=8. \dots\dots\dots 5$ 分

又 $\because AB\perp CD, \therefore \angle ABD=\angle CDB=45^\circ$.

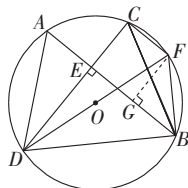
$\because DF$ 为直径, $\therefore \angle DBF=\angle DCF=90^\circ$,

$\therefore \angle GBF=\angle DBF-\angle EBD=45^\circ$, 四边形 $CEGF$ 为矩形,

$\therefore EG=CF=4, CE=GF=GB=8-4=4$,

$\therefore BC=\sqrt{CE^2+BE^2}=4\sqrt{5}$,

$\therefore AD=4\sqrt{5}. \dots\dots\dots 10$ 分



23. 解: (1) $\because \text{Rt}\triangle AOC$ 中, $OC=2\sqrt{3}, \angle BAC=30^\circ, \therefore AC=4\sqrt{3}$,

$\therefore OA=\sqrt{AC^2-OC^2}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2-(2\sqrt{3})^2}=6, \therefore A(6,0)$.

又 $\because \angle ACB=90^\circ, \therefore \angle BCO=30^\circ, \therefore BC=2OB$.

$\because BC^2=OB^2+OC^2$,

$\therefore 4OB^2=OB^2+(2\sqrt{3})^2$, 解得 $OB=2$,

∴ $B(-2, 0)$.

∴ 将 $A(6, 0)$ 和 $B(-2, 0)$ 代入 $y = ax^2 + bx + 2\sqrt{3}$ 中,

$$\text{得} \begin{cases} 36a + 6b + 2\sqrt{3} = 0 \\ 4a - 2b + 2\sqrt{3} = 0 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} a = -\frac{\sqrt{3}}{6} \\ b = \frac{2\sqrt{3}}{3} \end{cases},$$

∴ 抛物线的解析式为 $y = -\frac{\sqrt{3}}{6}x^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}x + 2\sqrt{3}$ 3 分

(2) 当点 P 运动到点 B 时, $CP = CB = 4$,

∴ 将 CP 绕点 C 逆时针旋转 60° , 得到 CQ ,

∴ $CQ = 4$, $\angle BCQ = 60^\circ$.

又 ∵ $OD = 2$, $OC = 2\sqrt{3}$,

∴ $CD = \sqrt{OD^2 + OC^2} = 4$, $\angle BCD = 60^\circ$,

∴ $CD = CQ$, $\angle BCD = \angle BCQ$,

∴ 点 Q 与点 D 重合, 故点 Q 的坐标为 $(2, 0)$ 6 分

(3) 点 P 的坐标为 $(\sqrt{5} - 1, 0)$, $(-\sqrt{5} - 1, 0)$ 10 分

提示: 如图, 连接 DC , DQ , 过点 Q 作 $QH \perp x$ 轴于点 H ,

设点 $P(t, 0)$, ∵ $B(-2, 0)$,

∴ $BP = |t + 2|$, $OP = |t|$, $OB = 2$.

由 (2), 得 $\triangle BCD$ 为等边三角形,

又 ∵ $\triangle PCQ$ 为等边三角形,

∴ $BC = CD$, $CP = CQ$, $\angle BCD = \angle PCQ = 60^\circ$,

∴ $\angle BCD - \angle PCD = \angle PCQ - \angle PCD$,

∴ $\angle BCP = \angle DCQ$.

在 $\triangle BCP$ 和 $\triangle DCQ$ 中,

$$\begin{cases} CB = CD \\ \angle BCP = \angle DCQ \\ CP = CQ \end{cases}$$

∴ $\triangle BCP \cong \triangle DCQ$ (SAS),

∴ $DQ = BP = |t + 2|$, $\angle CDQ = \angle CBD = 60^\circ$,

∴ $\angle QDH = 180^\circ - \angle CDQ - \angle BDC = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$.

∵ $QH \perp x$ 轴于点 H , $\angle DQH = 30^\circ$,

∴ $DH = \frac{1}{2}DQ$, $QH = \frac{\sqrt{3}}{2}DQ = \frac{\sqrt{3}}{2}|t + 2|$.

∴ $S_{\triangle OPQ} = \frac{1}{2}OP \cdot QH = \sqrt{3}$,

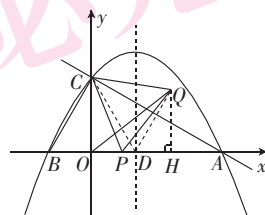
∴ $\frac{1}{2}|t| \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}|t + 2| = \sqrt{3}$, 化简得 $|t^2 + 2t| = 4$.

即 $t^2 + 2t = 4$ 或 $t^2 + 2t = -4$,

当 $t^2 + 2t = 4$ 时, 解得 $t = \sqrt{5} - 1$ 或 $t = -\sqrt{5} - 1$;

当 $t^2 + 2t = -4$ 时, 无解.

∴ P 的坐标为 $(\sqrt{5} - 1, 0)$, $(-\sqrt{5} - 1, 0)$.



600753443