

## 2023 届初中毕业班调研考试试卷

## 数 学

注意事项:

1、本试卷分试卷和答题卡两部分。试题卷共 6 页, 三大题, 满分 120 分, 考试时间 100 分钟。

2、试题卷上不要答题。请用 0.5 毫米黑色签字水笔直接把答案写在答题卡上, 答在试卷上的答案无效。

3、答题前, 考生务必将本人姓名、准考证号填写在答题卡第一面的指定位置上。

一、选择题 (本大题共 10 小题, 共 30 分。在每小题列出的选项中, 选出符合题目的一项)

1. 下列汽车标志中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ( )



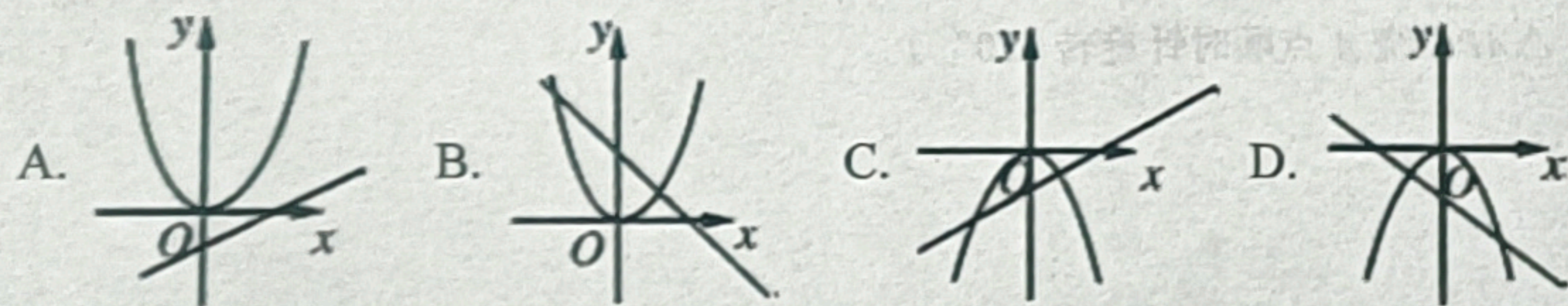
2. 已知点  $P$  关于  $x$  轴的对称点  $P_1$  的坐标是  $(2, 3)$ , 那么点  $P$  关于原点的对称点  $P_2$  的坐标是 ( )

- A.  $(-3, -2)$       B.  $(2, -3)$       C.  $(-2, -3)$       D.  $(-2, 3)$

3. 已知: 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 2mx = 1 - m^2$  根的情况是 ( )

- A. 两个不相等的实数根      B. 无实数根  
C. 两个相等的实数根      D. 有一个实数根

4. 当  $ab > 0$  时,  $y = ax^2$  与  $y = ax + b$  的图象大致是 ( )



5. 肆虐的冠状病毒肺炎具有人传人性, 调查发现: 1 人感染病毒后如果不隔离, 那么经过两轮传染将累计会有 225 人感染 (225 人可以理解为三轮感染的总人数), 若设 1 人平均感染  $x$  人, 依题意可列方程 ( )

- A.  $1+x+x(1+x)=225$       B.  $1+x^2=225$   
C.  $2(1+x)=225$       D.  $1+(1+x^2)=225$

6. 若  $M(-4, y_1)$ ,  $N(-3, y_2)$ ,  $P(1, y_3)$  为二次函数  $y = x^2 + 4x - 5$  的图象上的三点, 则  $y_1$ ,

$y_2$ ,  $y_3$  的大小关系是 ( )

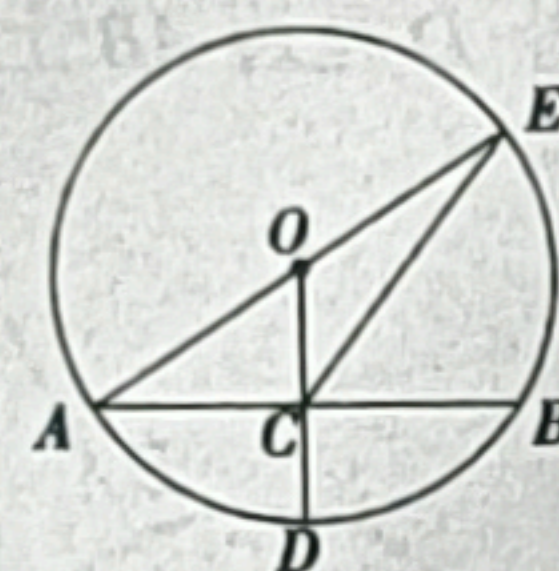
- A.  $y_1 < y_2 < y_3$       B.  $y_2 < y_1 < y_3$       C.  $y_3 < y_1 < y_2$       D.  $y_1 < y_3 < y_2$

7. 将二次函数  $y = 2x^2$  的图象向右平移 2 个单位, 再向下平移 3 个单位, 得到的函数图象的表达式是 ( )

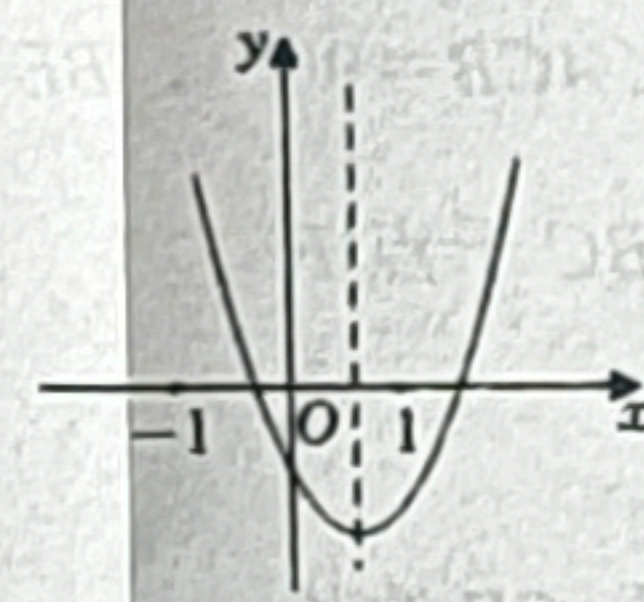
- A.  $y = 2(x+2)^2 + 3$       B.  $y = 2(x+2)^2 - 3$   
C.  $y = 2(x-2)^2 - 3$       D.  $y = 2(x-2)^2 + 3$

8. 如图, 在  $\odot O$  中, 半径  $OD \perp AB$  于点  $C$ , 连接  $AO$  并延长交  $\odot O$  于点  $E$ , 连接  $EC$ , 若  $AB=8$ ,  $CD=2$ , 则  $EC$  的长度为 ( )

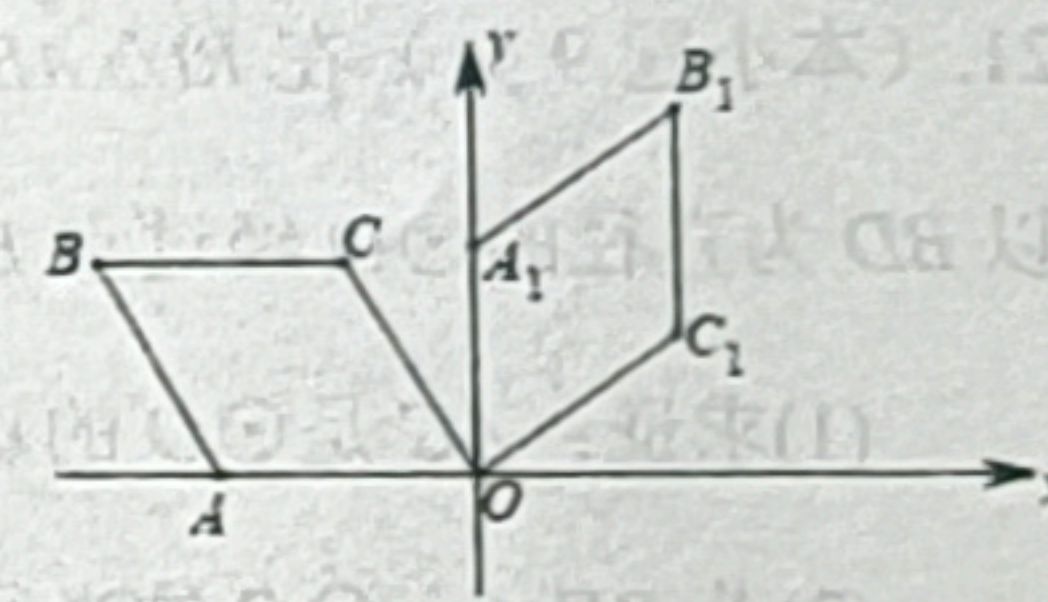
- A.  $2\sqrt{15}$       B. 8      C.  $2\sqrt{10}$       D.  $2\sqrt{13}$



(第 8 题图)



(第 9 题图)



(第 10 题图)

9. 已知二次函数  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  的图象如图所示, 下列结论: ①  $abc > 0$ ;

②  $2a + b < 0$ ; ③  $b^2 - 4ac > 0$ ; ④  $a + b + c > 0$ , 其中正确的个数是 ( )

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

10. 如图, 菱形  $OABC$  的顶点  $O(0,0)$ ,  $A(-2,0)$ ,  $\angle B=60^\circ$ , 若菱形绕点  $O$  顺时针旋转  $90^\circ$  后得到菱形  $OA_1B_1C_1$ , 依此方式, 绕点  $O$  连续旋转 2020 次得到菱形  $OA_{2020}B_{2020}C_{2020}$ , 那么点  $C_{2020}$  的坐标是 ( )

- A.  $(\sqrt{3}, 1)$       B.  $(1, -\sqrt{3})$       C.  $(-\sqrt{3}, -1)$       D.  $(-1, \sqrt{3})$

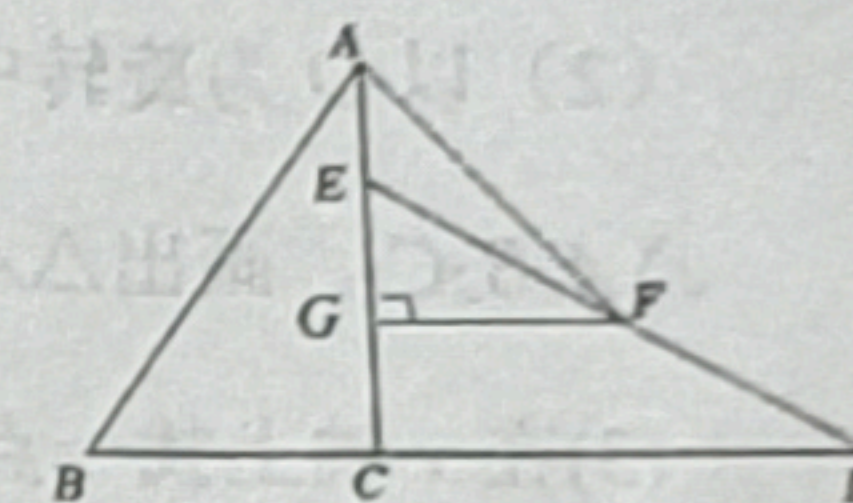
二、填空题 (本大题共 5 小题, 共 15 分)

11. 一元二次方程  $x^2 - 2 = 0$  的解是\_\_\_\_\_.

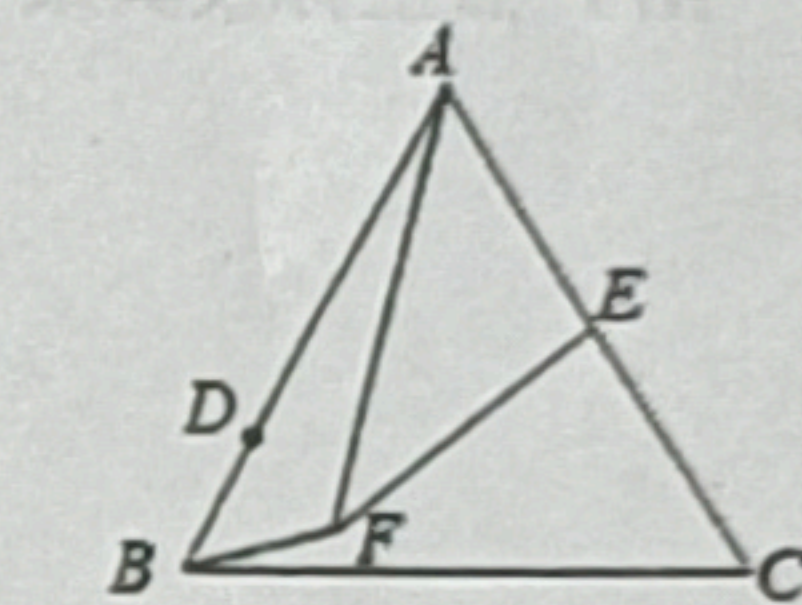
12. 写出一个二次函数, 其图象满足: ① 开口向下; ② 与  $y$  轴交于点  $(0, 2)$ , 这个二次函数的解析式可以是\_\_\_\_\_.

13. 若关于  $x$  的二次函数  $y = kx^2 + 2x - 1$  与  $x$  轴有公共点, 则实数  $k$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

14. 如图, 已知  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $FG \perp AC$ ,  $AC=3$ ,  $BC=2$ , 将  $\triangle ABC$  绕顶点  $C$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle DEC$ ,  $F$  是  $DE$  中点, 连接  $AF$ , 则  $AF$  的长为\_\_\_\_\_.



15. 如图,  $\triangle ABC$  是等边三角形,  $AB=2\sqrt{3}$ , 点  $D$  在边  $AB$  上, 且  $BD=1$ ,  $E$  是边  $AC$  的中点, 将线段  $BD$  绕点  $B$  顺时针旋转, 点  $D$  的对应点为  $F$ , 连接  $AF$ ,  $EF$ , 当  $\triangle AEF$  为直角三角形时,  $AF=$ \_\_\_\_\_.



三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 75 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

16. (10 分) (1) 解一元二次方程:  $x^2 - 2x - 8 = 0$

(2) 化简:  $\frac{a^2 - 2a}{a^2 - 1} \div \left(1 - \frac{3}{a+1}\right) - \frac{1}{a-1}$

17. (本小题 9 分) 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - (k+1)x + 2k - 3 = 0$ .

(1) 求证: 无论  $k$  为何实数, 方程总有两个不相等的实数根;

(2) 若方程的一根为 3, 求  $k$  的值及方程的另一根.



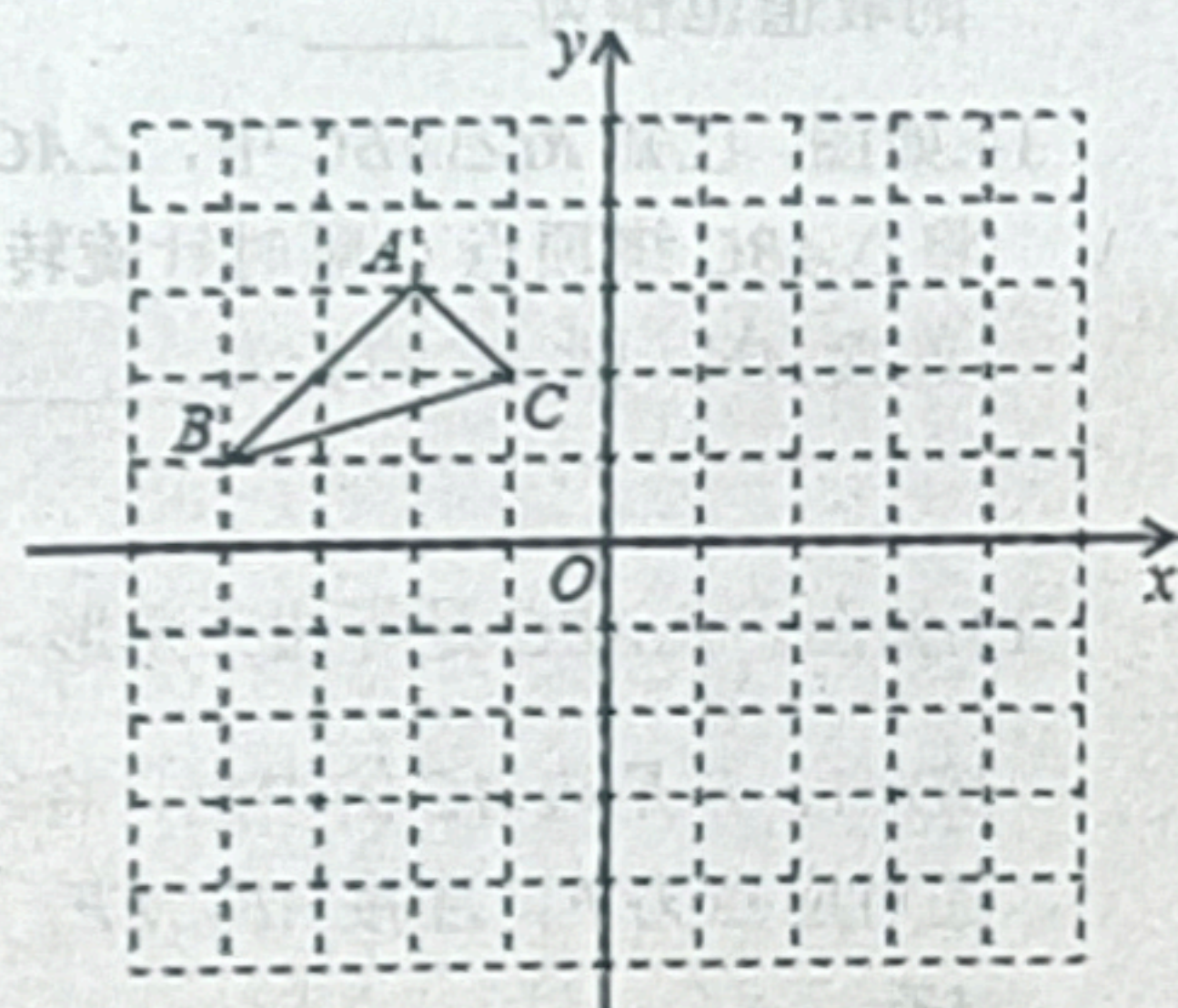
18.(本小题 9 分)在平面直角坐标系中, 网格中每一个小正方形的边长为 1 个单位长度; 已知  $\triangle ABC$ .

(1)  $\triangle ABC$  与  $\triangle A_1B_1C_1$  关于原点  $O$  对称, 画出  $\triangle A_1B_1C_1$ , 并写出  $C_1$  点的坐标.

(2) 以  $O$  为旋转中心将  $\triangle ABC$  顺时针旋转  $90^\circ$  得

$\triangle A_2B_2C_2$ , 画出  $\triangle A_2B_2C_2$  并写出  $C_2$  点的坐标.

(3) 在  $x$  轴上找一点  $P$ , 使得  $PB+PC$  最小, 直接写出  $P$  点坐标及其最小值?



19.(本小题 9 分)今年是我国脱贫胜利年, 我国在扶贫方面取得了巨大的成就, 技术扶贫也使得我省某县的一个电子器件厂脱贫扭亏为盈. 该电子器件厂生产一种电脑显卡,

2019 年该类电脑显卡的出厂价是 200 元 1 个, 2020 年, 2021 年连续两年在技术扶贫的帮助下改进技术, 降低成本, 2021 年该电脑显卡的出厂价调整为 162 元 1 个.

(1) 这两年此类电脑显卡出厂价下降的百分率相同, 求平均每年下降的百分率;

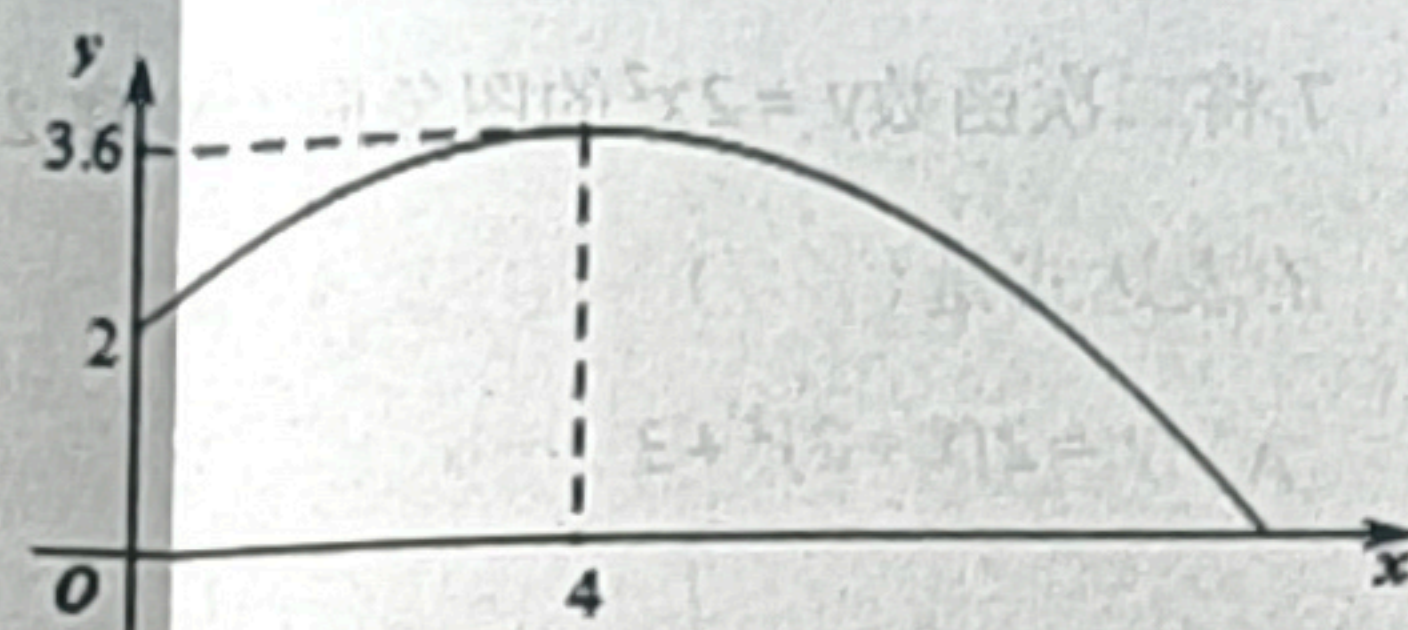
(2) 年某赛格电脑城以出厂价购进若干个此类电脑显卡, 以 200 元 1 个销售时, 平均每天可销售 20 个. 为了减少库存, 该电脑城决定降价销售. 经调查发现, 单价每降低 5 元, 每天可多售出 10 个, 如果每天盈利 1150 元, 单价应降低多少元?

20.(本小题 9 分)一名男生掷实心球, 已知实心球出手时离地面 2 米, 当实心球行进的水平距离为 4 米时实心球被掷得最高, 此时实心球离地面 3.6 米, 设实心球行进的路线是如图所示的一段抛物线.

(1) 求实心球行进的高度  $y$  (米) 与行进的

水平距离  $x$  (米) 之间的函数关系式;

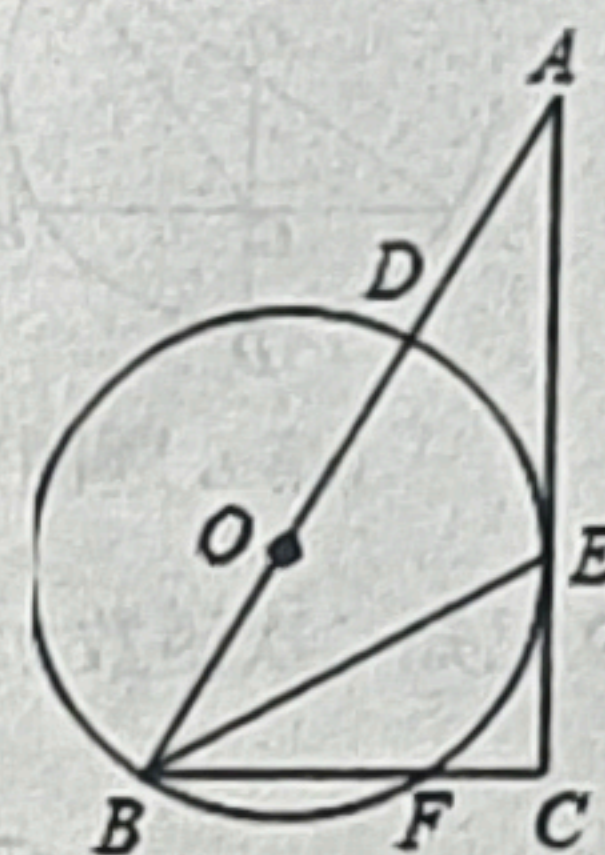
(2) 如果实心球考试优秀成绩为 9.6 米, 那么这名男生在这次考试中成绩是否能达到优秀? 请说明理由.



21. (本小题 9 分) 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $BE$  平分  $\angle ABC$ ,  $D$  是边  $AB$  上一点, 以  $BD$  为直径的  $\odot O$  经过点  $E$ , 且交  $BC$  于点  $F$ .

(1) 求证:  $AC$  是  $\odot O$  的切线;

(2) 若  $BF=6$ ,  $\odot O$  的半径为 5, 求  $CE$  的长.



22. (本小题 10 分) 已知抛物线  $y=a(x-2)^2+c(a>0)$ .

(1) 若抛物线与直线  $y=mx+n$  交于  $(1,0)$ ,  $(5,8)$  两点.

① 求抛物线和直线的函数解析式;

② 直接写出当  $a(x-2)^2+c>mx+n$  时自变量  $x$  的取值范围.

(2) 若  $a=c$ , 线段  $AB$  的两个端点坐标分别为  $A(0,3)$ ,  $B(3,3)$ , 当抛物线与线段  $AB$  有唯一公共点时, 直接写出  $a$  的取值范围.

23.(本小题 10 分) (1) 探究发现: 下面是一道例题及其解答过程, 请补充完整:

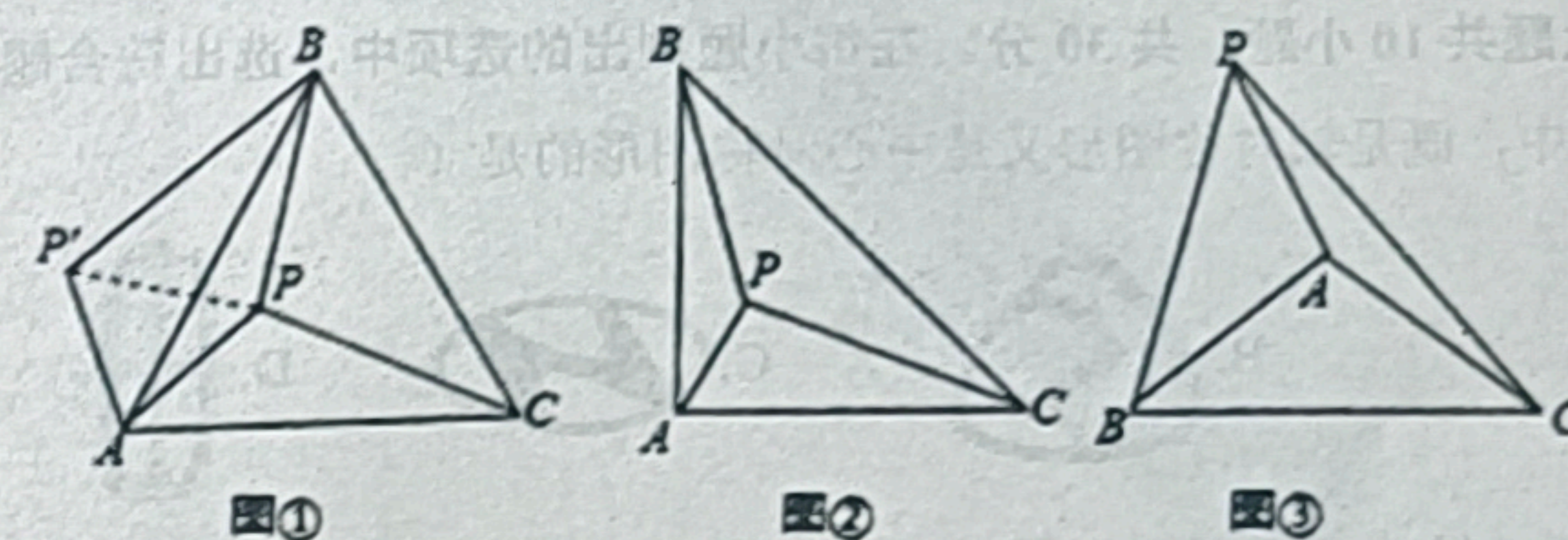
如图①在等边  $\triangle ABC$  内部, 有一点  $P$ , 若  $\angle APB=150^\circ$  求证:  $AP^2+BP^2=CP^2$ .

证明: 将  $\triangle APC$  绕  $A$  点逆时针旋转  $60^\circ$ , 得到  $\triangle AP'B$ , 连接  $PP'$ , 则  $\triangle APP'$  为等边三角形,

$\therefore \angle APP' = 60^\circ$   $PA=PP'$ ,  $PC=$  \_\_\_\_\_,

$\therefore \angle APB=150^\circ$   $\therefore \angle BPP' = 90^\circ$ ,

$\therefore P'P^2+BP^2=$  \_\_\_\_\_, 即  $PA^2+PB^2=PC^2$ .



(2) 类比延伸: 如图②在等腰三角形  $ABC$  中,  $\angle BAC=90^\circ$ , 内部有一点  $P$ , 若  $\angle APB=135^\circ$ , 试判断线段  $PA$ 、 $PB$ 、 $PC$  之间的数量关系, 并证明. (提示: 将  $\triangle APC$  绕  $A$  点逆时针旋转  $90^\circ$ )

(3) 联想拓展: 如图③在  $\triangle ABC$  中,  $\angle BAC=120^\circ$ ,  $AB=AC$ , 点  $P$  在直线  $AB$  上方, 且  $\angle APB=60^\circ$ , 满足  $(kPA)^2+PB^2=PC^2$  其中  $k>0$ , 请直接写出  $k$  的值. (提示: 将  $\triangle APC$  绕  $A$  点顺时针旋转  $120^\circ$ )