

数 学

题 号	一	二	三	总 分
得 分				

考生注意：本试卷共三道大题，满分 100 分，时量 120 分钟。

一、选择题（本大题共 8 个小题，每小题 3 分，满分 24 分。请将正确答案的字母代号填在下表中。）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								

1. 2023 的相反数是 ()

A. -2023

B. |2023|

C. $-\frac{1}{2023}$

D. $\frac{1}{2023}$

2. 下列选项中的图案既是轴对称图形，又是中心对称图形的是 ()



3. 下列性质中，矩形不一定具有的是 ()

A. 对角线互相垂直

B. 对角线相等

C. 对角线互相平分

D. 邻边互相垂直

4. 下列各组数中，两数不相等的是 ()

A. $(-3)^2$ 与 -3^2

B. $(-3)^2$ 与 3^2

C. $(-2)^3$ 与 -2^3

D. $|-2|^3$ 与 $|-2^3|$

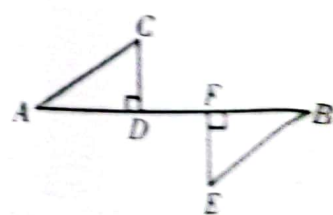
5. 如图， $CD \perp AB$ 于点 D ， $EF \perp AB$ 于点 F ， $CD = EF$ 。要根据 HL 证明 $Rt\triangle ACD \cong Rt\triangle BEF$ ，则还需要添加的条件是 ()

A. $\angle A = \angle B$

B. $\angle C = \angle E$

C. $AD = BF$

D. $AC = BE$



6. 11 的算术平方根是 ()

A. 121

B. $-\sqrt{11}$

C. $\sqrt{11}$

D. $\pm\sqrt{11}$

7. 下列成语所描述的事件属于不可能事件的是 ()

A. 守株待兔

B. 水中捞月

C. 水滴石穿

D. 百发百中

8. 如图，在直角坐标系中，以坐标原点 $O(0,0)$ ， $A(0,4)$ ， $B(3,0)$ 为顶点的 $Rt\triangle AOB$ ，其两个锐角对应的外角角平分线相交于点 P ，

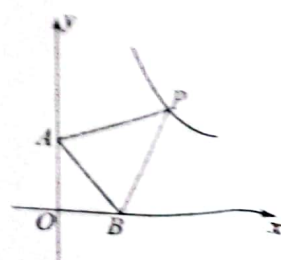
且点 P 恰好在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，则 k 的值为 ()

A. 36

B. 25

C. 16

D. 9

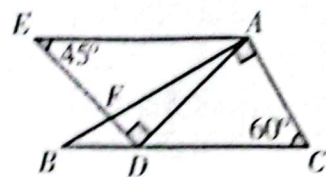


二、填空题（本大题共6小题，每小题3分，满分18分）

9. 太阳的半径约为696000000m，用科学记数法表示696000000为_____.

10. 已知一组数据：6、 a 、3、4、8、7的众数为6，则这组数据的中位数是_____.

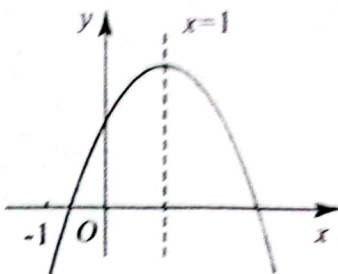
11. 将一副三角板如图所示放置，使点 D 在 BC 上， $BC \parallel AE$ ，
则 $\angle EFB$ 的度数为_____.



12. 已知关于 x 的方程 $x^2 + 2x - a = 0$ 的一个根为2，则另一个根是_____.

13. 不等式组 $\begin{cases} 3x - 9 > 0 \\ x > m \end{cases}$ 的解集为 $x > 3$ ，则 m 的取值范围
为_____.

14. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)的图象如图所示，有5个
结论：① $abc > 0$ ；② $b > a + c$ ；③ $9a + 3b + c > 0$ ；④ $c < -3a$ ；
⑤ $a + b \geq m(am + b)$ ，其中正确的有是_____.



三、解答题：（本大题共9个小题，共计58分）

15. (本题5分) (1) 计算： $-1^{2022} + |\sqrt{3} - 2| + \tan 60^\circ + (\pi - 3.14)^0 + (\frac{1}{2})^{-2}$.

16. (本题5分) 先化简，再求值： $\frac{x-3}{x^2-1} \div \frac{x-3}{x^2+2x+1} - (\frac{1}{x-1} + 1)$ ，其中 x 从-1, 0, 1, 2, 3中选取一个合适的数.



17. (本题 8 分)某新能源汽车经销商购进 A 、 B 两种型号的新能源汽车, 据了解 2 辆 A 型汽车、3 辆 B 型汽车的进价共计 88 万元; 3 辆 A 型汽车、2 辆 B 型汽车的进价共计 92 万元.

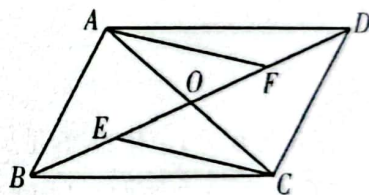
(1) 求 A 、 B 两种型号汽车的进货单价;

(2) 由于新能源汽车需求不断增加, 该店准备购进 A 、 B 两种型号的新能源汽车 60 辆, 已知 A 型车的售价为 25 万元/辆, B 型车的售价为 20 万元/辆. 根据销售经验, 购进 B 型车的数量不少于 A 型车的 2 倍, 设购进 a 辆 A 型车, 60 辆车全部售完获利 w 万元, 该经销商应购进 A 、 B 两种型号车各多少辆, 才能使 w 最大? w 最大为多少万元?

18. (本题 6 分)如图, 已知四边形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 交于点 O , O 是 BD 的中点, E , F 是 BD 上的点, 且 $BE = DF$, $AF \parallel CE$.

(1) 求证: $\triangle OEC \cong \triangle OFA$;

(2) 若 $OA = OB$, 求证: 四边形 $ABCD$ 是矩形.



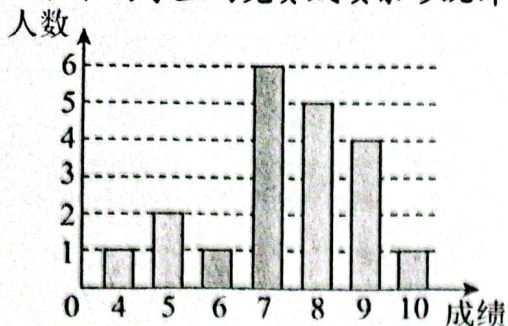
19. (本题 6 分)每年的 4 月 15 日是我国全民国家安全教育日. 某中学在全校七、八年级共 800 名学生中开展“国家安全法”知识竞赛, 并从七、八年级学生中各抽取 20 名学生, 统计这部分学生的竞赛成绩 (竞赛成绩均为整数, 满分 10 分, 6 分及以上为合格). 相关数据统计整理如下:

八年级抽取的学生的竞赛成绩:

4, 4, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 10, 10.



七年级抽取的学生的竞赛成绩条形统计图



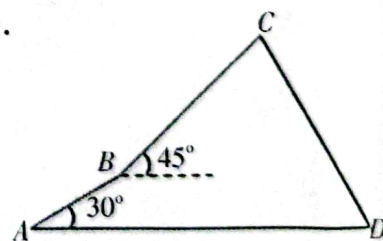
七、八年级抽取的学生的竞赛成绩统计表

年级	七年级	八年级
平均数	7.4	7.4
中位数	a	b
众数	7	c
合格率	85%	90%

根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 填空： $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $c = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (2) 估计该校七、八年级共 800 名学生中竞赛成绩达到 9 分及以上的人数；
- (3) 根据以上数据分析，从一个方面评价两个年级“国家安全法”知识竞赛的学生成绩谁更优异。

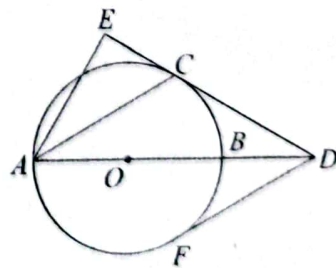
20. (本题 6 分)空中缆车是旅游时上、下山和进行空中参观的交通工具。小明一家去某著名风景区旅游，准备先从山脚 A 走台阶步行到 B ，再换乘缆车到山顶 C 。从 A 到 B 的路线可看作是坡角为 30° 的斜坡，长度为 1200 米；从 B 到 C 的缆车路线可看作是直线，其与水平线的夹角为 45° ，且缆车从 B 到 C 的平均速度为 6 米/秒，运行时间为 10 分钟，求山顶 C 到 AD 的距离（结果保留根号）。



21. (本题 6 分)在日历上,我们可以发现其中某些数满足一定的规律,如图是 2019 年 1 月份的日历.我们任意选择其中所示的菱形框部分,将每个菱形框部分中去掉中间位置的数之后,相对的两对数分别相乘,再相减,例如: $9 \times 11 - 3 \times 17 = 48$, $13 \times 15 - 7 \times 21 = 48$. 不难发现,结果都是 48.
- (1) 请证明发现的规律;
 - (2) 若用一个如图所示菱形框,再框出 5 个数,其中最小数与最大数的积为 435,求出这 5 个数中的最大数;
 - (3) 嘉琪说:她用一个如图所示菱形框,框出 5 个数,其中最小数与最大数的积是 95,直接判断他的说法是否正确(不必叙述理由).

星期日	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

22. (本题 6 分)如图,点 D 在 $\odot O$ 的直径 AB 的延长线上,点 C 在 $\odot O$ 上, AC 平分 $\angle DAE$, $AE \perp CD$ 于点 E .
- (1) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线.
 - (2) DF 是 $\odot O$ 的切线, F 为切点,若 $BD = 2$, $\angle ADE = 30^\circ$, 求 \widehat{AF} 的长.

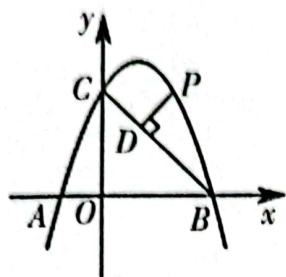


23. (本题 10 分) 已知抛物线与 x 轴交于点 $A(-1,0)$ 、 $B(3,0)$ ，与 y 轴交于点 $C(0,3)$ 。

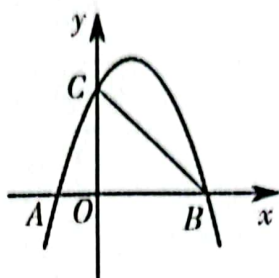
(1) 求抛物线解析式；

(2) 如图①，若点 P 是第一象限内抛物线上一动点，过点 P 作 $PD \perp BC$ 于点 D ，求线段 PD 长的最大值

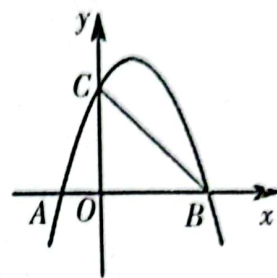
(3) 如图②，若点 N 是抛物线上另一动点，点 M 是平面内一点，是否存在以点 B 、 C 、 M 、 N 为顶点，且以 BC 为边的矩形，若存在，求出点 M 的坐标；若不存在，请说明理由。



图①



图②



备用图

装订线内不要答题、装订线外不要写姓名等，违者考卷作0分处理。



2023 年初中毕业学业水平考试模拟检测试卷参考答案(1)

数学 参考答案

一、选择题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	D	A	A	D	C	B	A

8. 题解析【详解】解: 过 P 分别作 AB 、 x 轴、 y 轴的垂线, 垂足分别为 C 、 D 、 E , 如图所示,

$$\because A(0,4), B(3,0)$$

$$\therefore OA=4, OB=3,$$

$$\therefore AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=5,$$

$\because \triangle OAB$ 的两个锐角对应的外角角平分线相交于点 P ,

$$\therefore PE=PC, PD=PC,$$

$$\therefore PE=PC=PD,$$

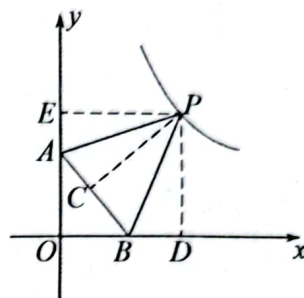
设 $P(t, t)$, 则 $PC=t$,

$$\therefore S_{\triangle PAE} + S_{\triangle PAB} + S_{\triangle PBD} + S_{\triangle OAB} = S_{\text{矩形}PEOD},$$

$$\therefore \frac{1}{2}t(t-4) + \frac{1}{2} \times 5t + \frac{1}{2}t(t-3) + \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = t^2,$$

$$\text{解得 } t=6, \therefore P(6,6),$$

把 $P(6,6)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$ 得 $k=6 \times 6=36$. 故选: A.



二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

9. 6.96×10^8

10. 6

11. 75°

12. -4

13. $m \leq 3$

14. ②④⑤

三、解答题: (本大题共 9 个小题, 共计 58 分)

15. 解: (1) 原式 $= -1 + 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} + 1 + 4$
 $= -1 + 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} + 1 + 4$
 $= 6$

16. 解: 原式 $= \frac{x-3}{(x+1)(x-1)} \div \frac{x-3}{(x+1)^2} - \frac{1+x-1}{x-1}$
 $= \frac{x-3}{(x+1)(x-1)} \times \frac{(x+1)^2}{x-3} - \frac{x}{x-1}$
 $= \frac{x+1}{x-1} - \frac{x}{x-1}$
 $= \frac{1}{x-1}$ _____ 3 分

$\because x$ 取 -1, 1, 3 时, 原分式没有意义,

当 $x=0$ 时, 原式 $= \frac{1}{0-1} = -1$ _____ 5 分



17. 解: 设 A 型汽车每辆的进价为 x 万元, B 型汽车每辆的进价为 y 万元.

依题意, 得: $\begin{cases} 2x+3y=88 \\ 3x+2y=92 \end{cases}$, 解得: $\begin{cases} x=20 \\ y=16 \end{cases}$.

答: A 型汽车每辆的进价为 20 万元, B 型汽车每辆的进价为 16 万元. ——5 分

(2) 解: $w = (25-20)a + (20-16)(60-a) = a + 240$,

$\because 60-a \geq 2a$,

$\therefore a \leq 20$,

$\because k=1>0$,

$\therefore w$ 随 a 的增大而增大

\therefore 当 $a=20$ 时, $w_{\text{最大}} = 20 + 240 = 260$

答: 该店应购进 A 型汽车 20 辆、B 型汽车 40 辆时, 利润最大, 最大利润是 260 万元. ——8 分

18. (1) 证明: $\because AF \parallel CE$,

$\therefore \angle AFO = \angle CEO$, $\angle FAO = \angle ECO$

$\because O$ 为 BD 的中点, 即 $OB = OD$, $BE = DF$

$\therefore OB - BE = OD - DF$, 即 $OE = OF$

在 $\triangle OEC$ 和 $\triangle OFA$ 中,

$$\begin{cases} \angle CEO = \angle AFO, \\ \angle ECO = \angle FAO, \\ OF = OE, \end{cases}$$

$\therefore \triangle OEC \cong \triangle OFA$ (AAS). ——3 分

(2) 证明: $\because \triangle OEC \cong \triangle OFA$,

$\therefore OC = OA$.

$\because OB = OD$,

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

$\because OA = OD$,

$\therefore OA = OB = OC = OD$, 即 $BD = AC$,

\therefore 四边形 $ABCD$ 为矩形. ——6 分

19. (1) 解: 排列后七年级的居于中间两个数为 7 和 8, 八年级的中间两个数为 8 和 8,

$\therefore a = \frac{7+8}{2} = 7.5$, $b = \frac{8+8}{2} = 8$,

八年级的数据 8 出现的次数最多,

$\therefore c = 8$, 故答案为: 7.5, 8, 8; ——3 分

(2) 七年级抽取的学生成绩达到 9 分及以上的有 5 人, 八年级抽取的学生成绩达到 9 分及以上的有 5 人, 假设七年级共有 m 人, 则八年级共有 $(800-m)$ 人, 则七、八年级共 800 名学生中竞赛成绩达到 9 分及以上的人数为

$\frac{5}{20} \times m + \frac{5}{20} \times (800-m) = \frac{5}{20} \times 800 = 200$ (人). ——5 分

答: 估计该校七、八年级共 800 名学生中竞赛成绩达到 9 分及以上的有 200 人;

(3) 八年级学生竞赛成绩更优异.

理由: 七、八年级学生成绩的平均数相同, 从中位数分析, 八年级学生成绩的中位数高于七年级学生成绩的中位数, 因此八年级学生竞赛成绩更优异. (合理即可)

——6 分



20. 解: 如图, 过 C 点作 $CG \perp AD$ 于 G , 过 B 点作 $BF \perp AD$ 于 F , $BE \perp CG$ 于 E , 则四边形 $BEGF$ 是矩形.

在直角 $\triangle ABF$ 中, $\angle A = 30^\circ$

$$\therefore BF = AB \cdot \sin 30^\circ = 1200 \times \frac{1}{2} = 600 \text{ (米)}$$

$$\therefore EG = BF = 600 \text{ (米)}$$

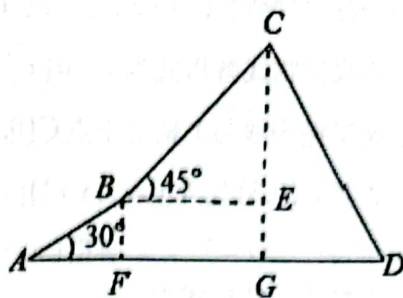
由题意, 可得 $BC = 6 \times 10 \times 60 = 3600$ (米)

在直角 $\triangle DAE$ 中, $\angle CBE = 45^\circ$

$$\therefore CE = \frac{\sqrt{2}}{2} BC = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 3600 = 1800\sqrt{2} \text{ (米)}$$

$$\therefore CG = CE + EG = 600 + 1800\sqrt{2} = 600(1 + 3\sqrt{2}) \text{ 米,}$$

则山顶 C 到 AD 的距离是 $600(1 + 3\sqrt{2})$ 米.



21. (1) 证明: 设中间的数为 a , 则另外 4 个数分别为 $(a-7)$, $(a-1)$, $(a+1)$, $(a+7)$,

$$\therefore (a-1)(a+1) - (a-7)(a+7),$$

$$= a^2 - 1 - (a^2 - 49),$$

$$= 48$$

- (2) 解: 设这 5 个数中最大数为 x , 则最小数为 $(x-14)$

依题意, 得: $x(x-14) = 435$

解得: $x_1 = 29$, $x_2 = -15$ (不合题意, 舍去)

答: 设这 5 个数中最大数为 29

- (3) 嘉琪的说法不正确

设这 5 个数中最大数为 y , 则最小数为 $(y-14)$, 依题意, 得: $y(y-14) = 95$, 解得:

$y_1 = 19$, $y_2 = -5$ (不合题意, 舍去). $\therefore 19$ 在日历的最后一列, \therefore 不符合题意, \therefore 嘉琪的说法不正确.

22. (1) 证明: 连接 OC , 如图所示

$$\therefore OA = OC$$

$$\therefore \angle OAC = \angle OCA$$

$$\therefore AC \text{ 平分 } \angle DAE$$

$$\therefore \angle OAC = \angle EAC$$

$$\therefore \angle EAC = \angle OCA$$

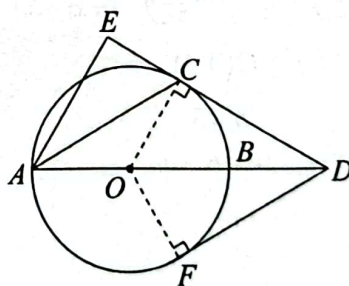
$$\therefore OC \parallel AE,$$

$$\therefore AE \perp CD,$$

$$\therefore OC \perp CD,$$

$$\therefore OC \text{ 为 } \odot O \text{ 的半径}$$

$$\therefore CD \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线;}$$



- (2) 解: 连接 OF

$\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线, DF 是 $\odot O$ 的切线, $\angle ADE = 30^\circ$,

$$\therefore \angle ODF = 30^\circ, OF \perp DF$$

$$\therefore \angle DOF = 60^\circ, OD = 2OF$$

$$\therefore \angle AOF = 120^\circ,$$

$$\therefore BD = 2, OD = OB + BD = OF + 2 = 2OF$$

$$\therefore OF = OC = 2$$

$$\therefore \widehat{AF} \text{ 的长为: } \frac{120\pi \times 2}{180} = \frac{4\pi}{3}$$



23. (1) 抛物线解析式为 $y = -x^2 + 2x + 3$

(1) 解: \because 抛物线与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$

\therefore 设抛物线解析式为 $y = a(x+1)(x-3)$

又 \because 抛物线与 y 轴交于点 $C(0, 3)$

\therefore 把 $C(0, 3)$ 代入 $y = a(x+1)(x-3)$

可得: $-3a = 3$ 解得: $a = -1$

\therefore 抛物线解析式为

$$y = -(x+1)(x-3) = -x^2 + 2x + 3 \quad \text{————— 4 分}$$

(2) 解: 过点 P 作 $PE \perp x$ 轴交于点 E , 交 BC 于点 F

$\because B(3, 0), C(0, 3)$

$\therefore OB = OC = 3$

$\therefore \angle OBC = 45^\circ$

$\because PE \perp x$ 轴

$\therefore \angle BEF = 90^\circ$

$\therefore \angle BFE = 90^\circ - \angle EBF = 90^\circ - \angle OBC = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$

$\therefore \angle DFP = \angle BFE = 45^\circ$

$\because PD \perp BC$

$\therefore \angle PDF = 90^\circ$

$\therefore \triangle DFP$ 是等腰直角三角形

$$\therefore DF = DP = \frac{\sqrt{2}}{2} PF$$

设直线 BC 的解析式为 $y = kx + b$

$\because B(3, 0), C(0, 3)$

$$\therefore \text{可得: } \begin{cases} b = 3 \\ 3k + b = 0 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = -1 \\ b = 3 \end{cases}$$

\therefore 直线 BC 的解析式为 $y = -x + 3$

设点 $P(t, -t^2 + 2t + 3)$, 则 $F(t, -t + 3)$

$$\therefore PF = -t^2 + 2t + 3 + t - 3 = -t^2 + 3t$$

$$\therefore DP = \frac{\sqrt{2}}{2} (-t^2 + 3t) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \left(t - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9\sqrt{2}}{8}$$

\therefore 当 $t = \frac{3}{2}$ 时, DP 的长的最大值为 $\frac{9\sqrt{2}}{8}$;

(3) 解: 存在以点 B 、 C 、 M 、 N 为顶点, 且以 BC 为一边的矩形, 理由如下:

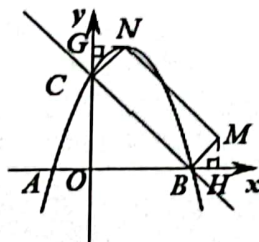
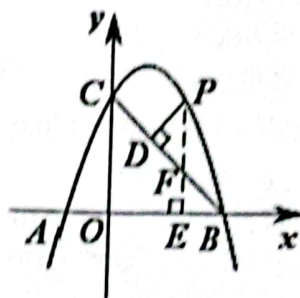


图 1



设 $N(n, -n^2 + 2n + 3)$

如图 1, 当 M 、 N 在直线 BC 的上方时, 过点 N 作 $NG \perp y$ 轴交于点 G , 过点 M 作 $MH \perp x$ 轴交于点 H ,

$$\because \angle NCB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle GCN + \angle OCB = 90^\circ$$

$$\because \angle OCB + \angle OBC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle GCN = \angle OBC$$

$$\therefore \triangle GCN \sim \triangle OBC$$

$$\therefore CG = GN, \text{ 即 } n = -n^2 + 2n + 3 - 3$$

$$\text{解得: } n = 1$$

$$\therefore N(1, 4)$$

$$\therefore CN = \sqrt{2}$$

$$\therefore BM = \sqrt{2}$$

$$\because \angle HBM = 90^\circ - \angle OBC = 45^\circ$$

$$\therefore BH = HM = 1$$

$$\therefore M(4, 1)$$

如图 2, 当 M 、 N 在直线 BC 的下方时, 过点 B 作 $PQ \perp x$ 轴, 过点 C 作 $CP \perp PQ$ 交于点 P , 过点 N 作 $NQ \perp PQ$ 交于点 Q , 过点 M 作 $MR \perp PC$ 交于点 R ,

同理可得: $\triangle BCP \sim \triangle NBQ$,

$$\therefore NQ = BQ, \text{ 即 } 3 - n = n^2 - 2n - 3,$$

$$\text{解得: } n = 3 \text{ (舍去) 或 } n = -2,$$

$$\therefore N(-2, -5),$$

$$\therefore BN = 5\sqrt{2},$$

$$\therefore CM = 5\sqrt{2},$$

$$\because \angle RCM = 45^\circ,$$

$$\therefore CR = RM = 5,$$

$$\therefore M(-5, -2),$$

综上所述: 点 M 的坐标为 $(4, 1)$ 或 $(-5, -2)$.

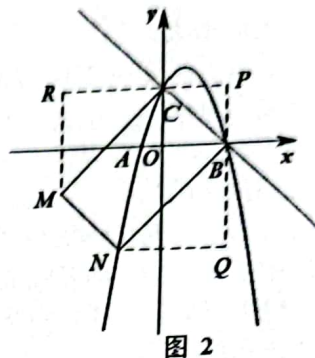


图 2

