

初二数学

本试卷分第 I 卷（选择题）部分和第 II 卷（非选择题）部分，其中第 I 卷（选择题）和第 II 卷共 100 分，考试时间 90 分钟。

第 I 卷（共 24 分）

一、选择题：（本大题共 12 小题，每小题 2 分，共 24 分。在每小题的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的）。

1. 下列各式中，运算正确的是

- A. $3\sqrt{3} - \sqrt{3} = 3$ B. $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ C. $2 + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ D. $\sqrt{(-2)^2} = -2$

2. 下列二次根式中，是最简二次根式的是

- A. $\sqrt{15}$ B. $\sqrt{12}$ C. $\sqrt{\frac{1}{3}}$ D. $\sqrt{9}$

3. 下列各组数据中，不能作为直角三角形边长的是

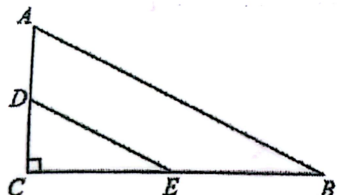
- A. $\sqrt{2}, \sqrt{2}, 2$ B. 5, 7, 11 C. 9, 12, 15 D. 15, 20, 25

4. 下列计算正确的是

- A. $2\sqrt{3} \times 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ B. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ C. $\sqrt{2} \div \sqrt{3} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ D. $5\sqrt{5} - 2\sqrt{2} = 3\sqrt{3}$

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 4$ ， $BC = 8$ ， D ， E 分别是 AC ， BC 的中点，则 DE 的长是

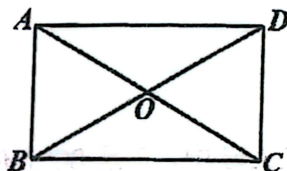
- A. 4 B. 5 C. $2\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{5}$



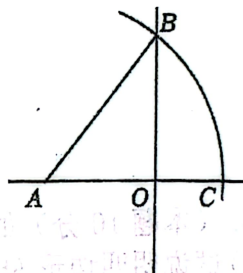
第 5 题图



第 7 题图



第 8 题图



第 9 题图

6. 关于平行四边形 $ABCD$ 的叙述，正确的是

- A. 若 $AB \perp BC$ ，则平行四边形 $ABCD$ 是菱形 B. 若 $AC \perp BD$ ，则平行四边形 $ABCD$ 是正方形
C. 若 $AC = BD$ ，则平行四边形 $ABCD$ 是矩形 D. 若 $AB = AD$ ，则平行四边形 $ABCD$ 是正方形

7. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AB = BC = 1$ ， $CD = 2\sqrt{2}$ ， $AD = \sqrt{10}$ ， $AB \perp BC$ ，则四边形 $ABCD$ 的面积是

- A. 2.5 B. 3 C. 3.5 D. 4

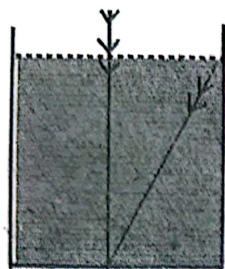
8. 如图，矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 交于 O 点。若 $\angle AOB = 60^\circ$ ， $AC = 8$ ，则 AB 的长为

- A. 4 B. $4\sqrt{3}$ C. 3 D. 5

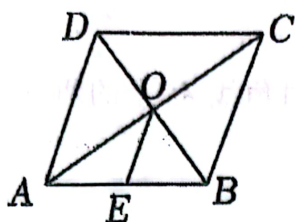
9. 如图，直线 $AO \perp OB$ ，垂足为 O ，线段 $AO = 3$ ， $BO = 4$ ，以点 A 为圆心， AB 的长为半径画弧，交直线 AO 于点 C 。则 OC 的长为

- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

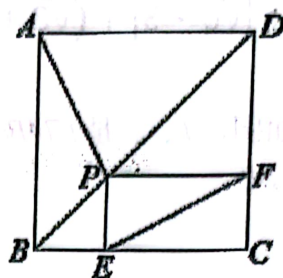
10. 如图, 在水池的正中央有一根芦苇, 池底长 10 尺, 它高出水面 1 尺, 如果把这根芦苇拉向水池一边, 它的顶端恰好到达池边的水面则这根芦苇的长度是
A. 10 尺 B. 11 尺 C. 12 尺 D. 13 尺



第 10 题图



第 11 题图



第 12 题图

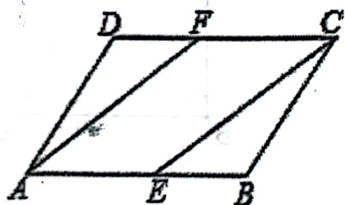
11. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , E 为 AB 的中点, 且 $AC=8$, $BD=6$, 则 OE 等于
A. 1.5 B. 2 C. 2.5 D. 3
12. 如图, 点 P 是正方形 $ABCD$ 的对角线 BD 上一点, $PE \perp BC$ 于点 E , $PF \perp CD$ 于点 F , 连接 EF , 给出下列五个结论: ① $AP=EF$; ② $AP \perp EF$; ③ $\angle PFE = \angle BAP$; ④ $PD=EC$; ⑤ $PB^2 + PD^2 = 2PA^2$, 正确结论是
A. ①③④ B. ①②③④ C. ①③④⑤ D. ①②③⑤

第 II 卷 (共 76 分)

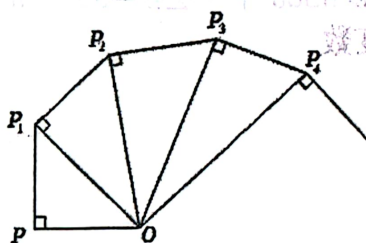
二、填空: (每小题 3 分, 共 4 个小题, 共 12 分)

13. 如果 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义, 那么 x 的取值范围是 ▲.

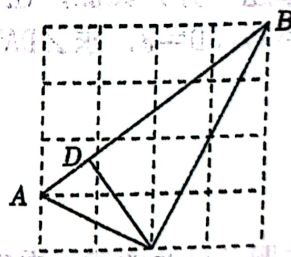
14. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, E , F 分别为 AB , CD 上的点, 要使 $AF=CE$, 需添加一个条件为 ▲. (写出一个即可)



第 14 题图



第 15 题图



第 16 题图

15. 如图, $OP=1$, 过点 P 作 $PP_1 \perp OP$ 且 $PP_1=1$, 根据勾股定理, 得 $OP_1=\sqrt{2}$;
再过 P_1 作 $P_1P_2 \perp OP_1$ 且 $P_1P_2=1$, 得 $OP_2=\sqrt{3}$; 又过 P_2 作 $P_2P_3 \perp OP_2$ 且 $P_2P_3=1$, 得 $OP_3=2$; ...;
依此继续, 得 $OP_{2023}=\underline{\text{▲}}$.

16. 如图, 在每个小正方形的边长为 1 的网格中, $\triangle ABC$ 各顶点均在网格的格点上, $CD \perp AB$ 于点 D , 则 CD 的长为 ▲.

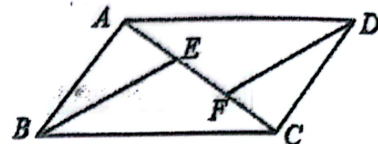
三、解答题：（共 9 个小题，共计 64 分）

17. （本题 5 分）计算：

$$\sqrt{3}(\sqrt{3} + \sqrt{2}) + |\sqrt{6} - 3| + (\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1) + \frac{1}{\sqrt{2}}$$

18. （本题 6 分）如图， E 、 F 是 $\square ABCD$ 对角线 AC 上的两点， $AF = CE$ 。

求证： $BE = DF$ 。



19. （本题 6 分）若最简二次根式 $\sqrt{2a-2}$ 与 $\sqrt{-a+16}$ 可以合并。

（1）求 a 的值；

（2）对于任意不相等的两个数 x ， y ，定义一种运算“ \ast ”如下： $x \ast y = \frac{\sqrt{x+y}}{x-y}$ ，

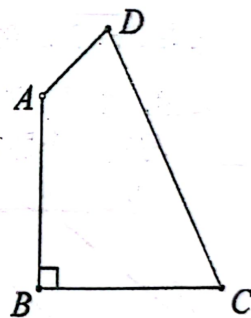
如： $3 \ast 2 = \frac{\sqrt{3+2}}{3-2} = \sqrt{5}$ 。请求 $a \ast [a \ast (-2)]$ 的值。

20. （本题 7 分）已知 $x = 2 + \sqrt{3}$ ， $y = 2 - \sqrt{3}$ ，求下列各式的值：

（1） $x^2 - y^2$ ；

（2） $x^2 + y^2 - 3xy$ 。

21. （本题 7 分）如图，在四边形 $ABCD$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $AB = BC = 2$ ， $AD = 1$ ， $CD = 3$ 。求 $\angle DAB$ 的度数。



22. （本题 7 分）阅读下面的材料，并解决问题。

$$\frac{1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \sqrt{2}-1; \quad \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$$

$$\frac{1}{2+\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = 2-\sqrt{3}$$

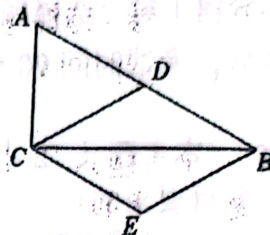
（1）观察上式并填空： $\frac{1}{\sqrt{11}+\sqrt{10}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

（2）观察上述规律并猜想：当 n 是正整数时： $\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} = \underline{\hspace{2cm}}$ （用含 n 的式子表示）；

（3）请利用（2）的结论计算： $(\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{361}+\sqrt{360}}) \times (\sqrt{361}+1)$

23. (本题 8 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, D 为 AB 中点, $BE\parallel CD$, $CE\parallel AB$.

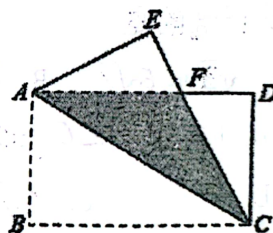
试判断四边形 $BDCE$ 的形状, 并证明你的结论.



24. (本题 8 分) 如图, 将长方形 $ABCD$ 沿 AC 折叠, 使 $\triangle ABC$ 落在 $\triangle AEC$ 的位置, 且 CE 与 AD 相交于点 F .

(1) 求证: $EF=DF$;

(2) 若 $AB=\sqrt{3}$, $BC=3$, 求折叠后的重叠部分(阴影部分)的面积.



25. (本题 10 分) 如图, $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 上任意一点, $DE\parallel AC$, $DF\parallel AB$.

(1) 试说明四边形 $AEDF$ 的形状, 并说明理由.

(2) 连接 AD , 当 AD 满足什么条件时, 四边形 $AEDF$ 为菱形, 为什么?

(3) 在(2)的条件下, 当 $\triangle ABC$ 满足什么条件时, 四边形 $AEDF$ 为正方形, 请说明理由.

