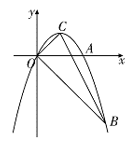
**2023年中考数学专题复习：二次函数压轴之相似三角形问题**

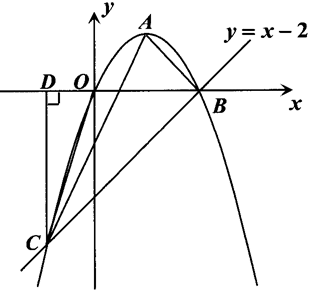
1．如图，抛物线经过原点*O*和点，且与*x*轴交于点，顶点为*C*．



(1)求该抛物线的函数表达式；

(2)若*P*在*y*轴右侧的抛物线上，过点*P*作轴，垂足为*Q*，是否存在点*P*，使得以*P*、*Q*、*A*为顶点的三角形与相似？若存在，求出点*P*的坐标；若不存在，请说明理由．

2．如图，已知抛物线的顶点为*A*，直线与抛物线交于*B*，*C*两点．

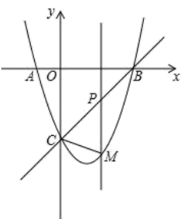


(1)求*A*，*B*，*C*三点的坐标；

(2)作*CD*⊥*x*轴于点*D*，求证：△*ODC*∽△*ABC*；

(3)若点*P*为抛物线上的一个动点，过点*P*作*PM*⊥*x*轴于点*M*，则是否还存在除*C*点外的其他位置的点，使以*O*，*P*，*M*为顶点的三角形与△*ABC*相似?若存在，请求出这样的*P*点坐标；若不存在，请说明理由．

3．如图，抛物线*y*=*ax2*-2*ax*-3*a*（*a*>0）与*x*轴交于*A*，*B*两点（点*A*在点*B*的左边），与*y*轴交于点*C*，且*OB*=*OC*．

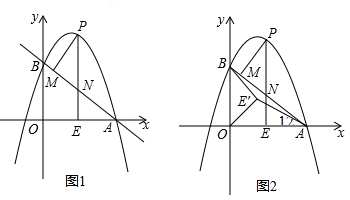


(1)求抛物线的解析式；

(2)如图，若点*P*是线段*BC*（不与*B*，*C*重合）上一动点，过点*P*作*x*轴的垂线交抛物线于*M*点，连接*CM*，当△*PCM*和△*ABC*相似时，求此时点*P*的坐标；

(3)若点*P*是直线*BC*（不与*B*，*C*重合）上一动点，过点*P*作*x*轴的垂线交抛物线于*M*点，连接*CM*，将△*PCM*沿*CM*对折，如果点*P*的对应点*N*恰好落在*y*轴上，求此时点*P*的坐标；

4．如图1，抛物线与*x*轴交于点，与*y*轴交于点*B*，在*x*轴上有一动点（），过点*E*作*x*轴的垂线交直线*AB*于点*N*，交抛物线于点*P*，过点*P*作*PM*⊥*AB*于点*M*．

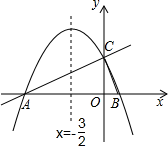


(1)求*a*的值和直线*AB*的函数表达式：

(2)设△*PMN*的周长为，△*AEN*的周长为，若求*m*的值．

(3)如图2，在（2）的条件下，将线段*OE*绕点*O*逆时针旋转得到，旋转角为（），连接、，求的最小值．

5．如图，在平面直角坐标系中，直线*y*＝*x*＋2与*x*轴交于点*A*，与*y*轴交于点*C*．抛物线*y*＝*ax2*＋*bx*＋*c*的对称轴是*x*＝－且经过*A*、*C*两点，与*x*轴的另一交点为点*B*．

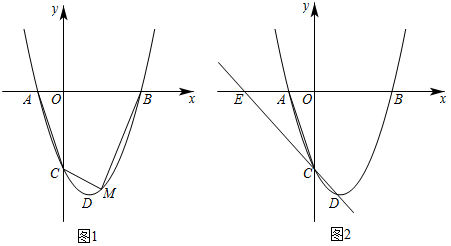


(1)求二次函数*y*＝*ax2*＋*bx*＋*c*的表达式；

(2)点*P*为线段*AB*上的动点，求*AP*＋2*PC*的最小值；

(3)抛物线上是否存在点*M*，过点*M*作*MN*垂直*x*轴于点*N*，使得以点*A*，*M*，*N*为顶点的三角形与△*ABC*相似？若存在，求出点*M*的坐标；若不存在，请说明理由．

6．已知抛物线*y*＝*ax2*+*bx*+*c*（*a*≠0）与*x*轴交于*A*、*B*两点（点*A*在点*B*的左边），与*y*轴交于点*C*（0，﹣3），顶点坐标为（1，﹣4）．

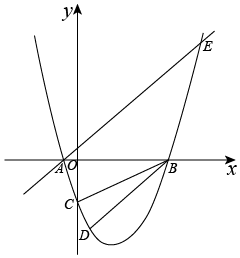


(1)求抛物线的解析式；

(2)如图1，抛物线在第四象限的图象上有一点*M*，求四边形*ABMC*面积的最大值及此时点*M*的坐标；

(3)如图2，直线*CD*交*x*轴于点*E*，若点*P*是线段*EC*上的一个动点，是否存在以点、、为顶点的三角形与相似．若存在，请直接写出点*P*的坐标；若不存在，请说明理由．

7．设抛物线*y*=*ax2*+*bx*-2与*x*轴交于两个不同的点*A*（-1，0）、*B*（*m*，0），与*y*轴交于点*C*．且∠*ACB*=90度．

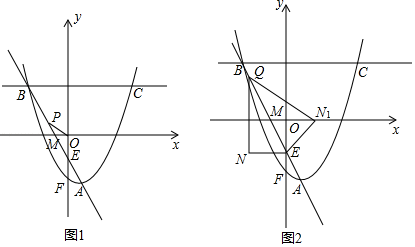


(1)求*m*的值；

(2)求抛物线的解析式，并验证点*D*（1，﹣3）是否在抛物线上；

(3)已知过点*A*的直线*y*=*x*+1交抛物线于另一点*E*．问：在*x*轴上是否存在点*P*，使以点*P*、*B*、*D*为顶点的三角形与△*AEB*相似？若存在，请求出所有符合要求的点*P*的坐标；若不存在，请说明理由．

8．已知顶点为*A*抛物线经过点，点．

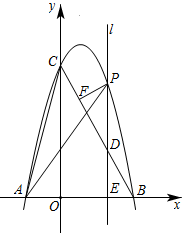


(1)求抛物线的解析式；

(2)如图1，直线*AB*与*x*轴相交于点*M*，*y*轴相交于点*E*，抛物线与*y*轴相交于点*F*，在直线*AB*上有一点*P*，若∠*OPM*＝∠*MAF*，求△*POE*的面积；

(3)如图2，点*Q*是折线*A*﹣*B*﹣*C*上一点，过点*Q*作*QN*∥*y*轴，过点*E*作*EN*∥*x*轴，直线*QN*与直线*EN*相交于点*N*，连接*QE*，将△*QEN*沿*QE*翻折得到△*QEN1*，若点*N1*落在*x*轴上，请直接写出*Q*点的坐标．

9．如图，在平面直角坐标系中，抛物线*y*=*ax2*+*bx*+*c*与轴交于点*A*（-2，0），点*B*（4，0），与*y*轴交于点*C*（0，8），连接*BC*，又已知位于*y*轴右侧且垂直于*x*轴的动直线，沿*x*轴正方向从*O*运动到*B*（不含*O*点和*B*点），且分别交抛物线，线段*BC*以及*x*轴于点*P*、*D*、*E*．

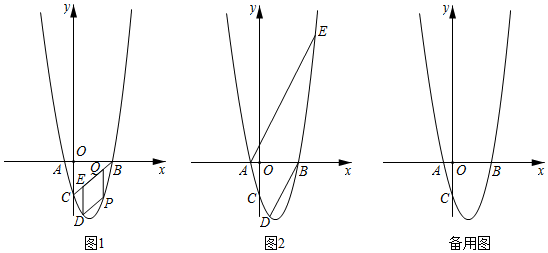


(1)求抛物线的表达式；

(2)连接*AC*，*AP*，当直线运动时，求使得△*PEA*和△*AOC*相似的点*P*的坐标；

(3)作*PF*⊥*BC*，垂足为*F*，当直线运动时，求*Rt*△*PFD*面积的最大值．

10．已知抛物线*y*＝*x2*﹣3*x*﹣4与*x*轴交于*A*、*B*（*A*在*B*的左侧），与*y*轴交于点*C*，点*D*是直线*BC*下方抛物线上的动点．

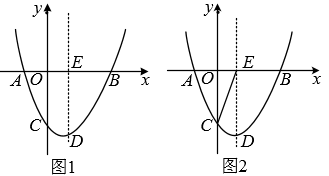


(1)求直线*BC*的解析式；

(2)如图1，过*D*作*DE*∥*y*轴交*BC*于*E*，点*P*是*BC*下方抛物线上的动点（*P*在*D*的右侧），过点*P*作*PQ*∥*y*轴交*BC*于*Q*，若四边形*EDPQ*为平行四边形．且周长最大．求点*P*的坐标；

(3)如图2，当*D*点横坐标为1时，过*A*且平行于*BD*的直线交抛物线于另一点*E*，若*M*在*x*轴上，是否存在这样点的*M*，使得以*M*、*B*、*D*为顶点的三角形与△*AEB*相似？若存在，求出所有符合条件的点*M*的坐标；若不存在，说明理由．

11．如图1，已知二次函数*y*＝*ax2*＋*bx*＋*c*（*a*≠0）的图象与*x*轴交于*A*（﹣1，0），*B*（3，0）两点，与*y*轴交于点*C*（0，﹣2），顶点为*D*，对称轴交*x*轴于点*E*．

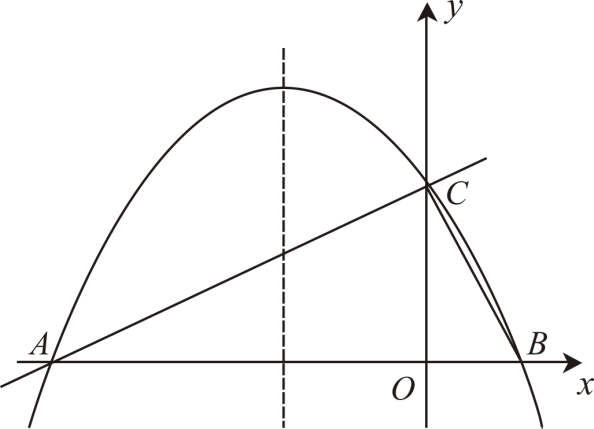


(1)求该二次函数的解析式；

(2)设*M*为该抛物线上直线*BC*下方一点，是否存在点*M*，使四边形*CMBE*面积最大？若存在，请求出点*M*的坐标；若不存在，请说明理由；

(3)连接*CE*（如图2），设点*P*是位于对称轴右侧该抛物线上一点，过点*P*作*PQ*⊥*x*轴，垂足为*Q*．连接*PE*，请求出当△*PQE*与△*COE*相似时点*P*的坐标．

12．已知抛物线的解析式为

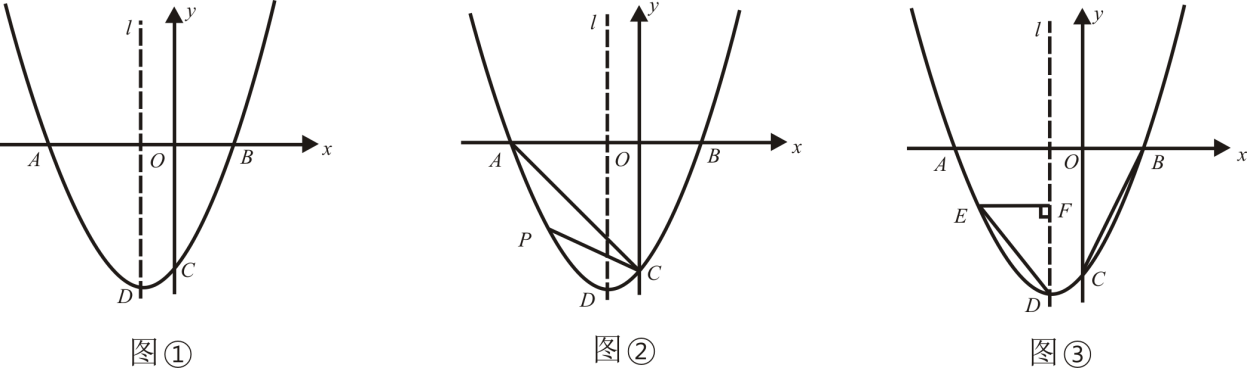


(1)若抛物线与轴总有交点，求的取值范围；

(2)设抛物线与轴两个交点为*A*，*B*，且，若，求的值；

(3)设抛物线与轴的交点为*C*，抛物线上是否存在点*M*，过点*M*作*MN*垂直轴于点*N*，使得以点*A*、*M*、*N*为顶点的三角形与△*ABC*相似？若存在，求出点*M*的坐标；若不存在，请说明理由．

13．如图①，抛物线*y*＝*ax2*＋*bx*＋*C*（*a*≠0）经过点*A*（﹣4，0），点*B*（2，0）和点*C*（0，﹣4），它的对称轴为直线*l*，顶点为*D*．

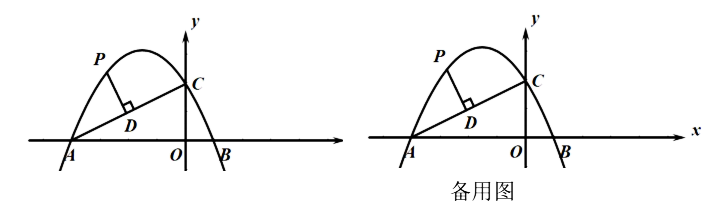


(1)求该抛物线的表达式：

(2)如图②，点*P*是直线*AC*下方该抛物线上的一个动点，连接*AR*．*CP*、*AC*，当△*APC*的面积取得最大值时，求点*P*的坐标；

(3)如图③，点*E*是直线*AD*下方该抛物线上的一个动点，过*E*点作*EF*⊥直线*l*于*F*，连接*DE*，当以*D*、*E*、*F*为顶点的三角形与△*BOC*相似时，求点*E*的坐标．

14．如图，在平面直角坐标系中，抛物线与*x*轴交于点*A*和点*B*（点*A*在点*B*的左侧），与*y*轴交于点*C*．若线段的长满足，则这样的抛物线称为“黄金”抛物线．如图，抛物线为“黄金”抛物线，其与*x*轴交点为*A*，*B*（其中*B*在*A*的右侧），与*y*轴交于点*C*．且



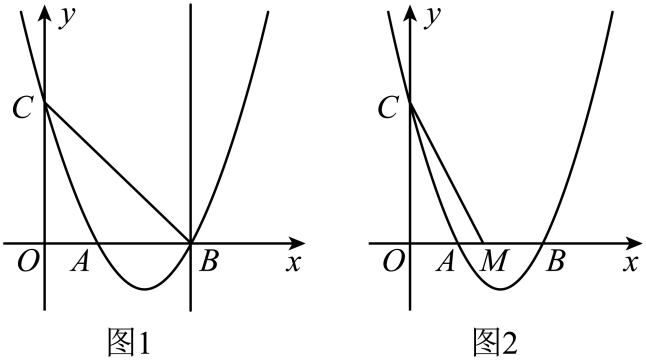
(1)求抛物线的解析式；

(2)若*P*为上方抛物线上的动点，过点*P*作，垂足为*D*．

①求的最大值；

②连接，当与相似时，求点*P*的坐标．

15．如图，在平面直角坐标系*xOy*中，已知抛物线与*x*轴交于点*A*、*B*两点，其中，与*y*轴交于点．

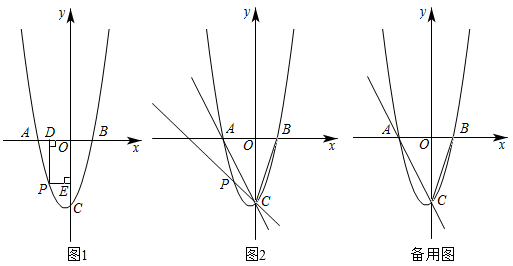


(1)求抛物线解析式；

(2)如图1，过点*B*作*x*轴垂线，在该垂线上取点*P*，使得△*PBC*与△*ABC*相似，请求出点*P*坐标；

(3)如图2，在线段*OB*上取一点*M*，连接*CM*，请求出最小值．

16．抛物线*y*＝*x2*+*bx*+*c*经过点*A*（﹣3，0）和点*B*（2，0），与*y*轴交于点*C*．



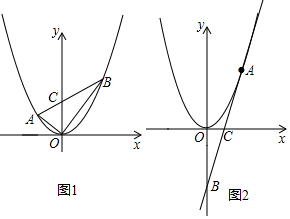
(1)求该抛物线的函数表达式；

(2)点*P*是该抛物线上的动点，且位于*y*轴的左侧．

①如图1，过点*P*作*PD*⊥*x*轴于点*D*，作*PE*⊥*y*轴于点*E*，当*PD*＝2*PE*时，求*PE*的长；

②如图2，该抛物线上是否存在点*P*，使得∠*ACP*＝∠*OCB*？若存在，请求出所有点*P*的坐标：若不存在，请说明理由．

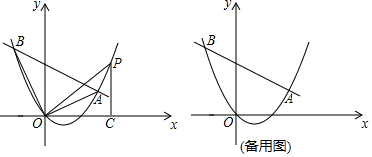
17．已知，抛物线*y*＝*ax2*，其中*a*＞0．



(1)如图1，若点*A*、*B*是此抛物线上两点，且分属于*y*轴两侧，连接*AB*与*y*轴相交于点*C*，且∠*AOB*＝90°．求证：*CO*；

(2)如图2，若点*A*是此抛物线上一点，过点*A*的直线恰好与此抛物线仅有一个交点，且与*y*轴交于点*B*，与*x*轴相交于点*C*．求证：*AC*＝*BC*．

18．如图，在平面直角坐标系中抛物线*y*＝*ax2*＋*bx*＋*c*经过原点，且与直线*y*＝﹣*kx*＋6交于则*A*（6，3）、*B*（﹣4，8）两点．



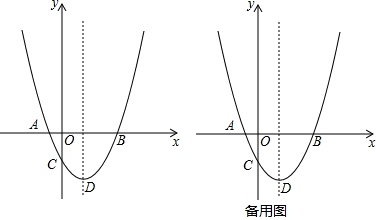
(1)求直线和抛物线的解析式；

(2)点*P*在抛物线上，解决下列问题：

①在直线*AB*下方的抛物线上求点*P*，使得△*PAB*的面积等于20；

②连接*OA*，*OB*，*OP*，作*PC*⊥*x*轴于点*C*，若△*POC*和△*ABO*相似，请直接写出点*P*的坐标．

19．在平面直角坐标系*xOy*中，把与*x*轴交点相同的二次函数图象称为“共根抛物线”．如图，抛物线*L1*：*y**x2**x*﹣2的顶点为*D*，交*x*轴于点*A*、*B*（点*A*在点*B*左侧），交*y*轴于点*C*．抛物线*L2*与*L1*是“共根抛物线”，其顶点为*P*．

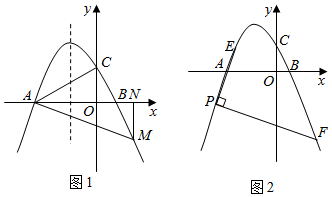


(1)若抛物线*L2*经过点（2，﹣12），求*L2*对应的函数表达式；

(2)当*BP*﹣*CP*的值最大时，求点*P*的坐标；

(3)设点*Q*是抛物线*L1*上的一个动点，且位于其对称轴的右侧．若△*DPQ*与△*ABC*相似，求其“共根抛物线”*L2*的顶点*P*的坐标．

20．如图1，在平面直角坐标系*xOy*中，直线*y*＝*x*＋2与*x*轴交于点*A*，与*y*轴交于点*C*，抛物线*y*＝*a*＋*bx*＋*c*的对称轴是直线*x*＝﹣且经过*A*，*C*两点，与*x*轴的另一交点为点*B*．



(1)求抛物线解析式；

(2)在第四象限的抛物线上找一点*M*，过点*M*作*MN*垂直*x*轴于点*N*．若△*AMN*与△*ABC*相似，求点*M*的坐标；

(3)如图2，*P*为抛物线上一点，横坐标为*p*，直线*EF*交抛物线于*E*，*F*两点，其中∠*EPF*为直角，当*p*为定值时，直线*EF*过定点*D*，求随着*p*的值发生变化时，*D*点移动时形成的图象解析式．

**参考答案：**

1．(1)

(2)存在，点*P*的坐标为或

2．(1)*A*(1，1)，*B*(2，0)，*C*(-1，-3)；

(3)*P*点坐标为(，)或(，)或(5，-15)或(-1，-3)．

3．(1)

(2)或

(3)或

4．(1)*a*=-．直线*AB*解析式为*y*=-*x*+3；

(2)2

(3)

5．(1)抛物线表达式为：；

(2)*AP*+2*PC*的最小值是；

(3)存在或或或，使得以点*A*、*M*、*N*为顶点的三角形与相似．

6．(1)抛物线表达式为：；

(2)点坐标，时，四边形面积的最大值；

(3)当点坐标为或，时，点、、为顶点的三角形与相似

7．(1)*m*=4；

(2)点*D*（1，-3）在抛物线上；

(3)存在，点*P*的坐标为（，0）或（-，0）．

8．(1)抛物线的解析式为：；

(2)△*POE*的面积为或；

(3)点*Q*的坐标为或或．

9．(1)

(2)

(3)

10．(1)*y*＝*x*﹣4

(2)*P*（2+，﹣4）

(3)存在，*M*（，0）或（﹣17，0）

11．(1)*y**x2**x*﹣2

(2)存在，*M*（，）

(3)（5，8）或（2，﹣2）或（，）

12．(1)

(2)

(3)存在，、、、

13．(1)

(2)点的坐标为，

(3)点的坐标为，

14．(1)

(2)①*PD*最大值为；②*P*坐标为或

15．(1)

(2)*P*点坐标为或

(3)

16．(1)*y*＝*x2*+*x*﹣6

(2)①*PE*＝2或；②存在（﹣2，﹣4）或（﹣8，50）

17．(1)见解析

(2)见解析

18．(1)*y**x*+6；*y**x2*﹣*x*

(2)①点*P*的坐标为（4，0）或（﹣2，3）；②点*P*的坐标为：（7，）或（1，）或（，）或（，）

19．(1)*y*＝2*x2*﹣6*x*﹣8

(2)*P*（，﹣5）

(3)*P*点坐标为（，）或（，）或（，）或（，）

20．(1)

(2)*M*（2，﹣3）或（5，﹣18）

(3)