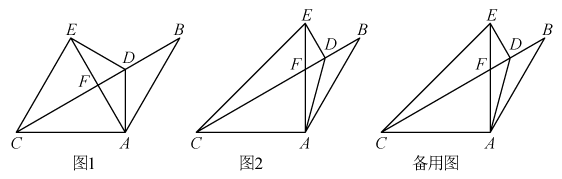
**2023年中考数学专题训练：旋转综合压轴题**

1．已知：如图1，中，，点*D*是上一点，其中，将沿所在的直线折叠得到，交于*F*，连接．



(1)①当时，　　．

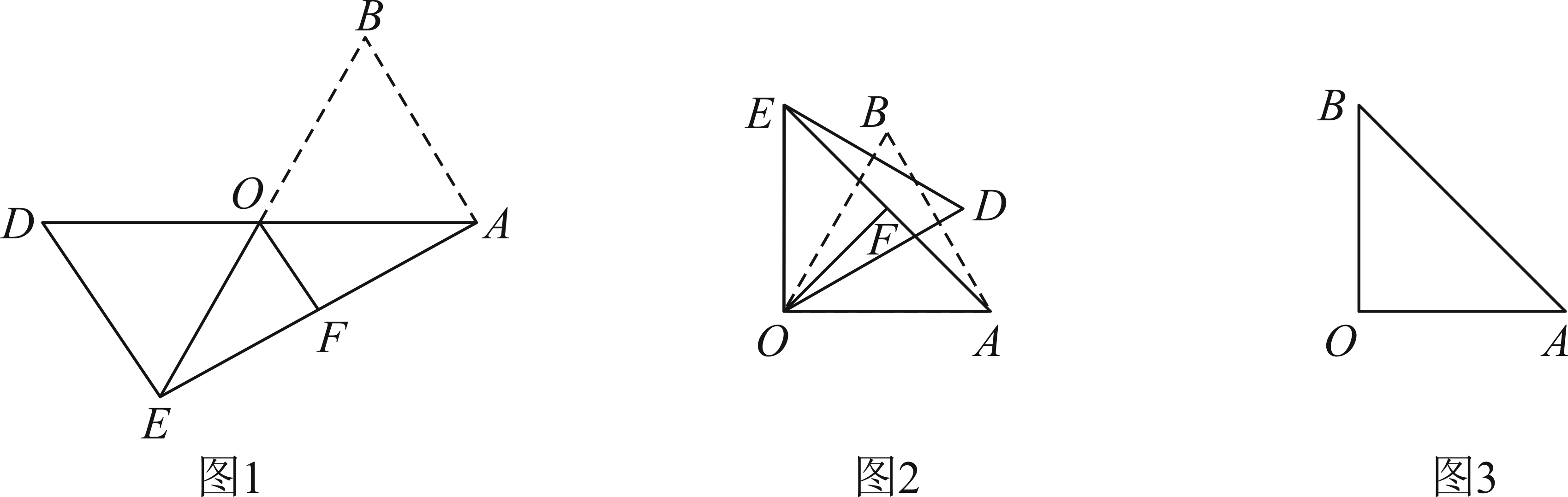
②当时，　　（用含*a*的代数式表示）；

(2)如图2，当时，解决以下问题：

①已知，求的值；

②证明：．

2．九年级一班同学在数学老师的指导下，以“等腰三角形的旋转”为主题，开展数学探究活动．

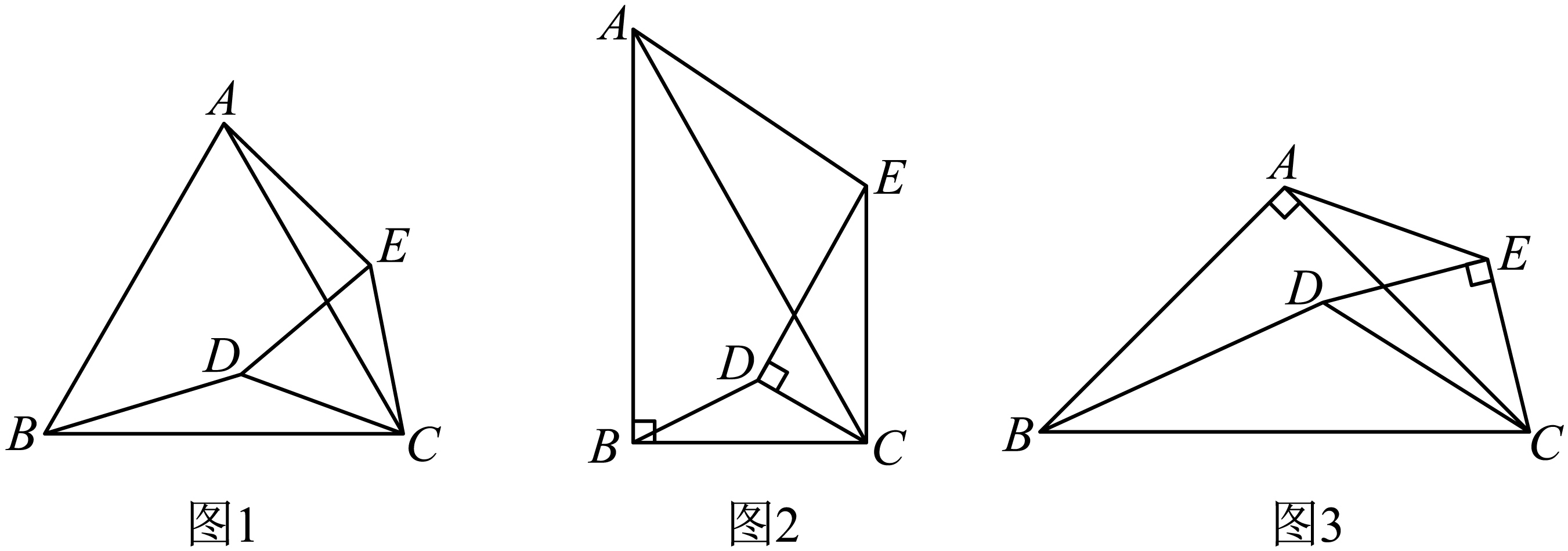


(1)操作探究：如图1，为等腰三角形，，将绕点*O*旋转，得到，连接，*F*是*AE*的中点，连接，则　 　°，与的数量关系是 　 　；

(2)迁移探究：如图2，（1）中的其他条件不变，当绕点*O*逆时针旋转，点*D*正好落在的角平分线上，得到，求出此时的度数及与的数量关系；

(3)拓展应用：如图3，在等腰三角形中，，．将绕点*O*旋转，得到，连接，*F*是的中点，连接．当时，请直接写出的长．

3．已知点*C*为和的公共顶点，将绕点*C*顺时针旋转，连接，，请完成如下问题：



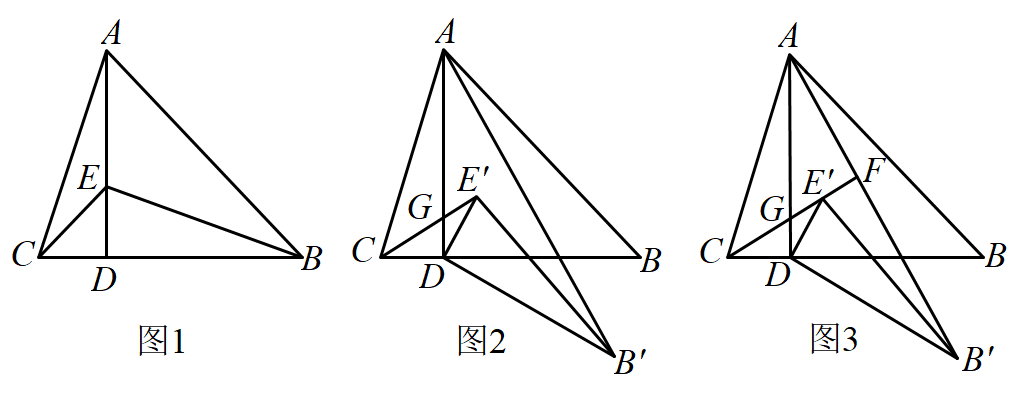
(1)如图1，若和均为等边三角形，①线段与线段的数量关系是\_\_\_\_\_\_\_\_；②直线与直线相交所夹锐角的度数是\_\_\_\_\_\_\_\_；

类比探究：

(2)如图2，若，，其他条件不变，则（1）中的结论是否都成立？请说明理由；

(3)拓展应用：如图3，若，，，，当点*B*，*D*，*E*三点共线时，请直接写出的长．

4．如图1，在中于点，在上取点，使，连接、．

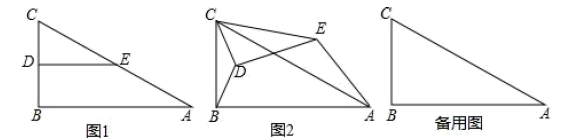


(1)求证：并写出与的位置关系

(2)如图2，将绕点旋转，得到（点分别与点、对应），连接，在旋转的过程中与的位置关系与（）中的与的位置关系是否一致？请说明理由；

(3)如图3，当绕点顺时针旋转时，射线与、分别交于点、，若，求的长．

5．如图1，在中，，，，点*D*，*E*分别是边，的中点，连接．将绕点*C*逆时针方向旋转，记旋转角为．



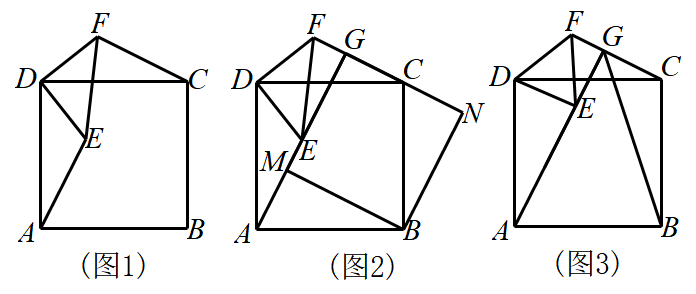
(1)问题发现

①当时，\_\_\_\_\_\_；

②当时，\_\_\_\_\_\_；

(2)拓展探究：试判断当时，的大小有无变化？请仅就图2的情形给出证明；

6．已知，四边形是正方形，绕点*D*旋转（），，，连接，．



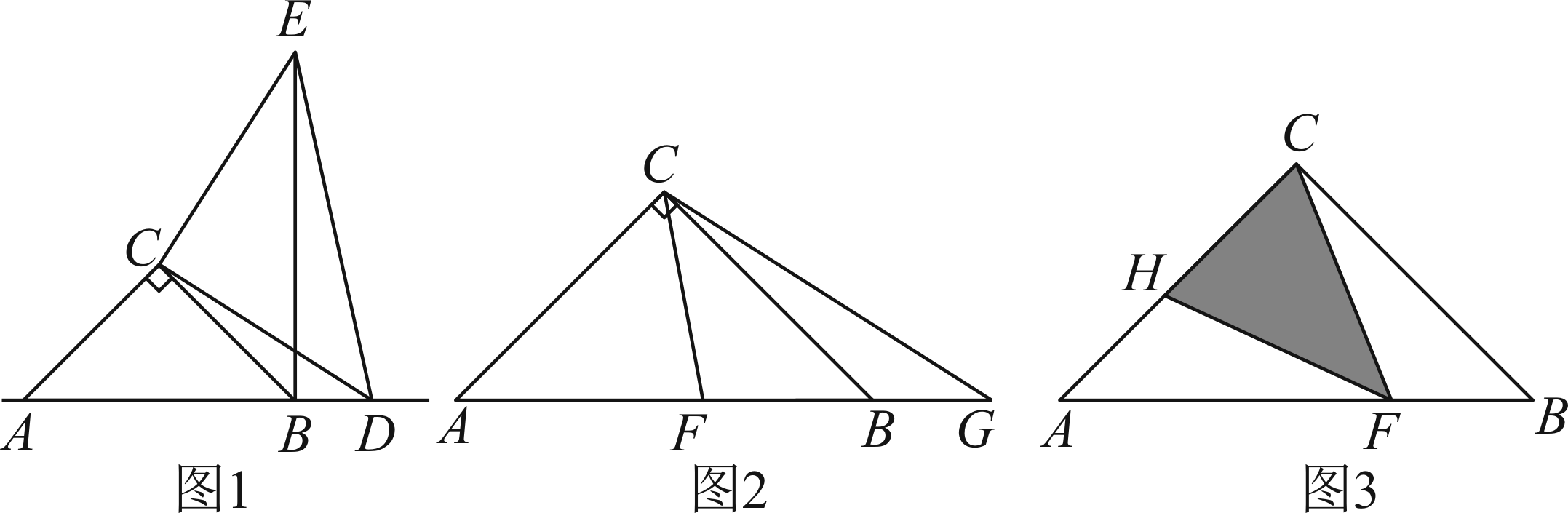
(1)如图1，求证：；

(2)直线与相交于点*G*．

①如图2，于点*M*，于点*N*，求证：四边形是正方形；

②如图3，连接，若，，直接写出在旋转的过程中，线段长度的最小值．

7．已知是等腰直角三角形，，

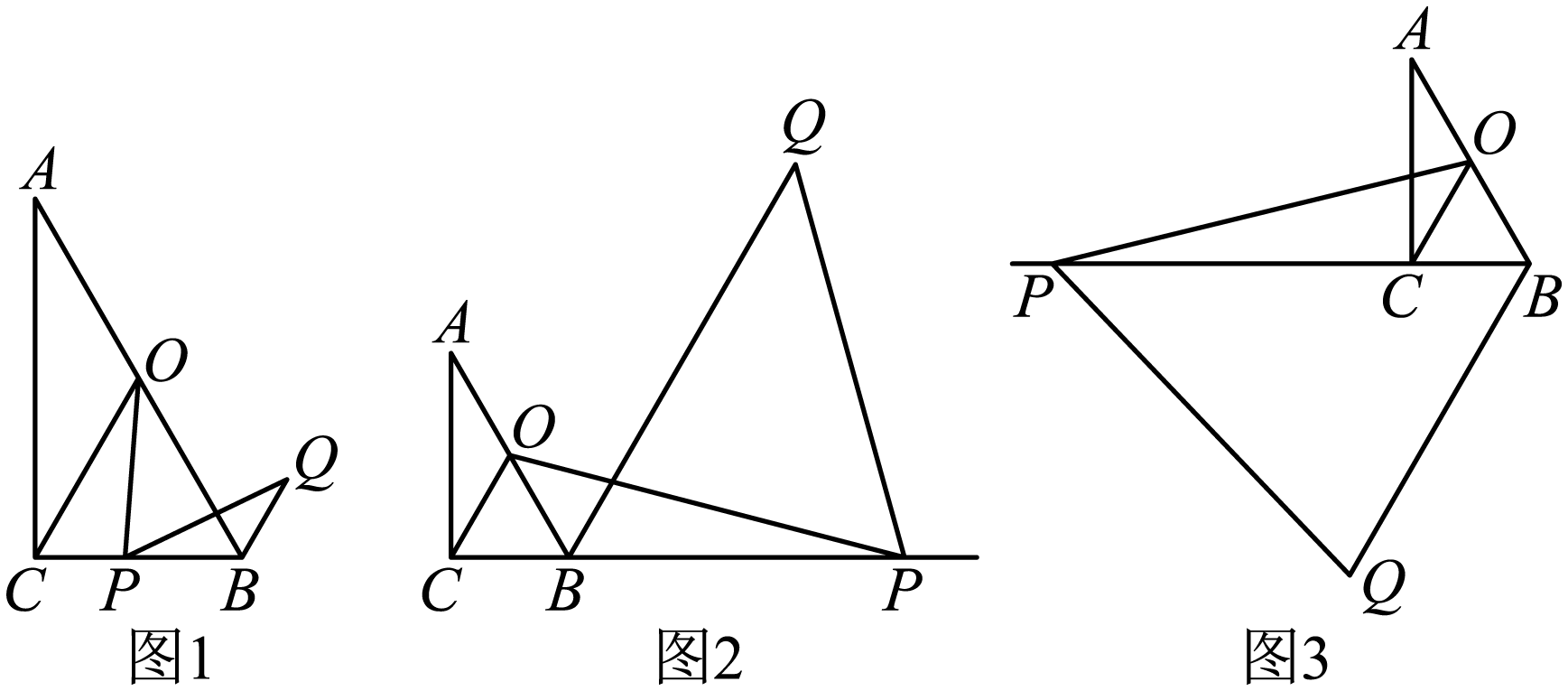


(1)如图1，是等腰直角三角形，点*D*在的延长线上，，连接，求证：；

(2)如图2，点*F*是斜边上动点，点*G*是延长线上动点，总有，探究的数量关系，并说明理由；

(3)如图3，点*H*是一点，连接*FH*，若，，，直接写出的面积为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_（用*m*，*n*表示）．

8．如图，在中，，点*O*为中点，点*P*为直线上的动点(不与点*B*、点*C*重合)，连接，将线段绕点*P*顺时针旋转60°，得到线段，连接．



(1)如图1，当点*P*在线段上时，请直接写出线段与的数量关系；

(2)如图2，当点*P*在延长线上时，（1）中结论是否成立?若成立，请加以证明；若不成立，请说明理由．

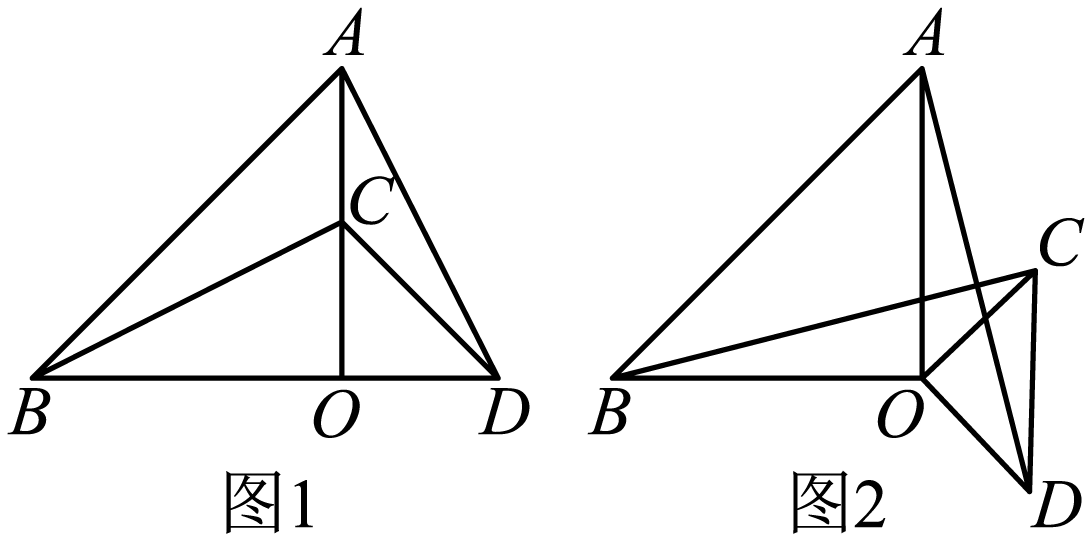
(3)如图3，当点*P*在延长线上时，若，请求出的长．

9．【特例感知】

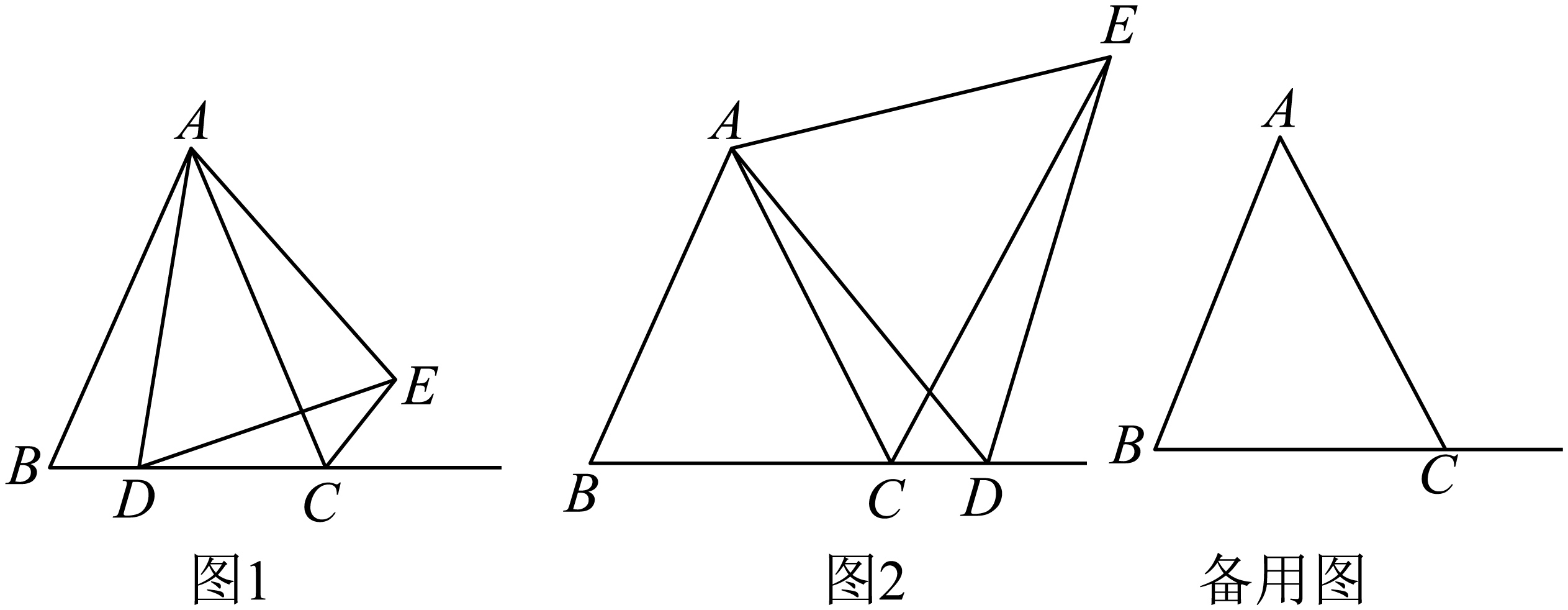
（1）如图1，和是等腰直角三角形，，点在上，点在的延长线上，连接，，线段与的数量关系是\_\_\_\_\_\_；

【类比迁移】

（2）如图2，将图1中的绕着点顺时针旋转，那么第（1）问的结论是否仍然成立？如果成立，证明你的结论；如果不成立，说明理由．



10．已知是边长为的等边三角形，点是射线上的动点，将绕点逆时针方向旋转得到，连接．



(1)如图1，猜想是什么三角形？\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；（直接写出结果）

(2)如图2，点在射线上（点的右边）移动时，证明．

(3)点在运动过程中，的周长是否存在最小值？若存在．请求出周长的最小值；若不存在，请说明理由．

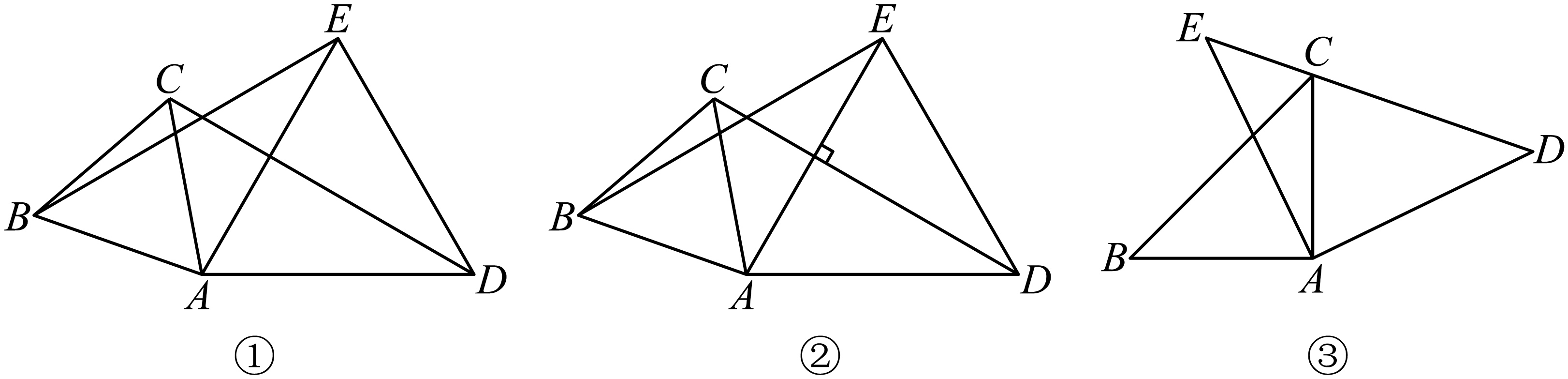
11．综合与实践：

【问题情景】

综合与实践课上，王老师让同学们以“共顶点的等腰三角形的旋转”为主题开展数学探究活动．

【实践操作】

王老师让同学们先画出两个等边和，将绕点旋转到某一位置，要求同学们观察图形，提出问题并加以解决．



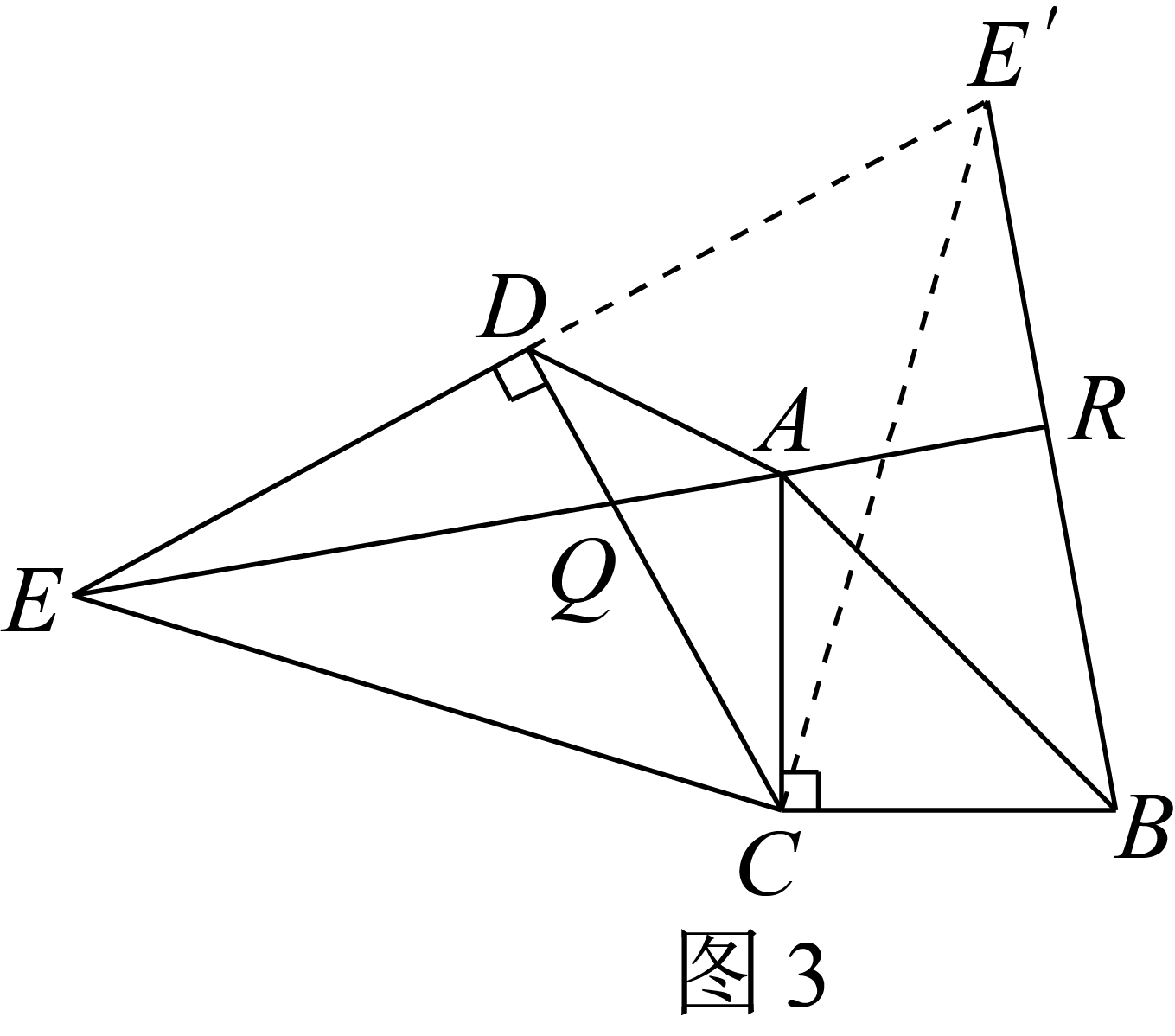
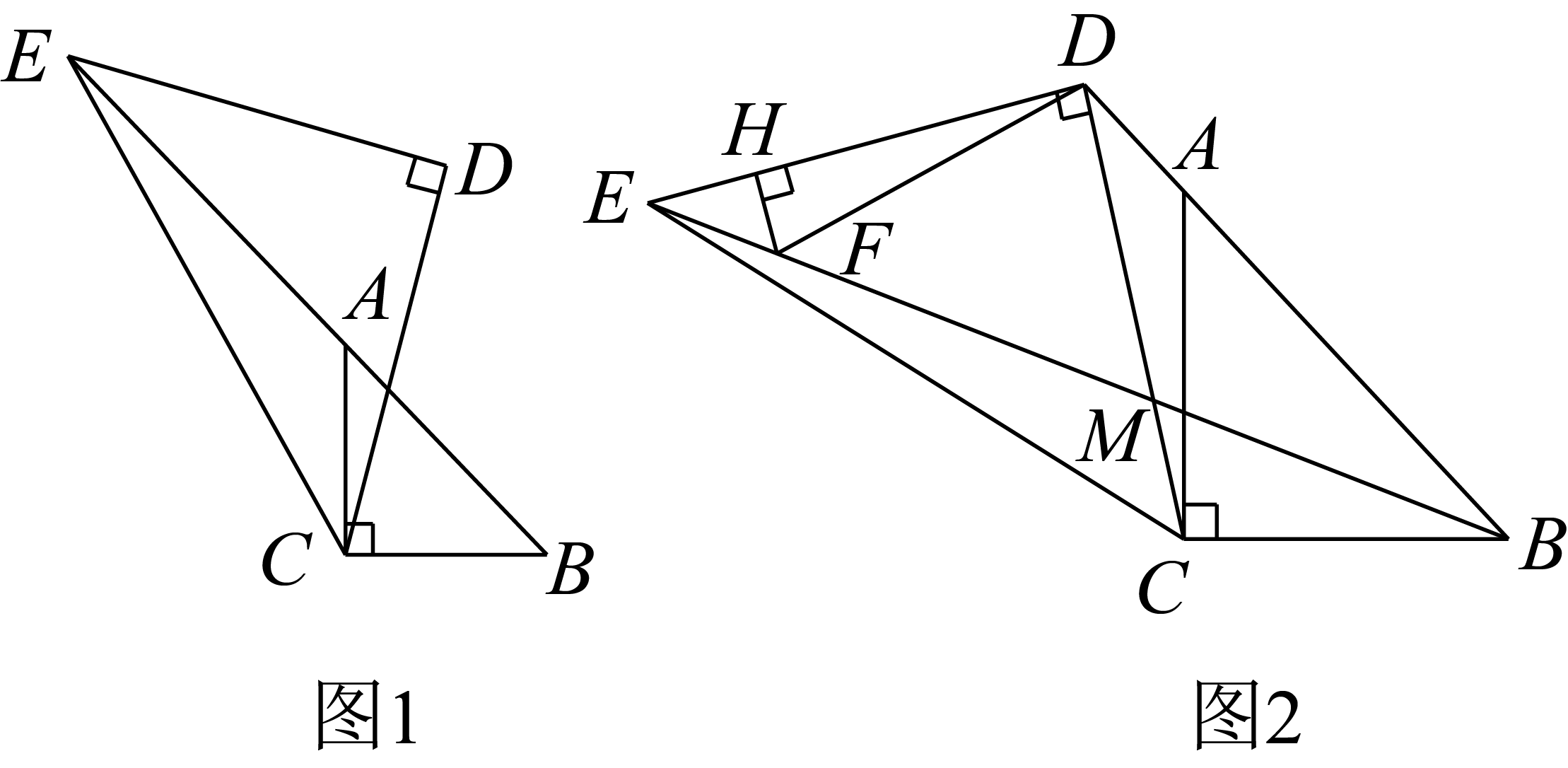
(1)如图①，“慎思组”的同学们连接、，则与有何数量关系？与有何数量关系？请你探究后直接写出结论．

(2)如图②，得知“慎思组”的结论后，“博学组”的同学们又连接，他们认为，如果，且，，就可以求出的长，请写出求解过程．

【类比探究】

(3)如图③，“智慧组”的同学们画出了两个等腰直角三角形和，其中，，；且点恰好落在上，那么、和之间一定存在某种数量关系，请你探究后直接写出它们之间的数量关系．

12．在中，，点在上方，连接，将绕点顺时针旋转90°到．

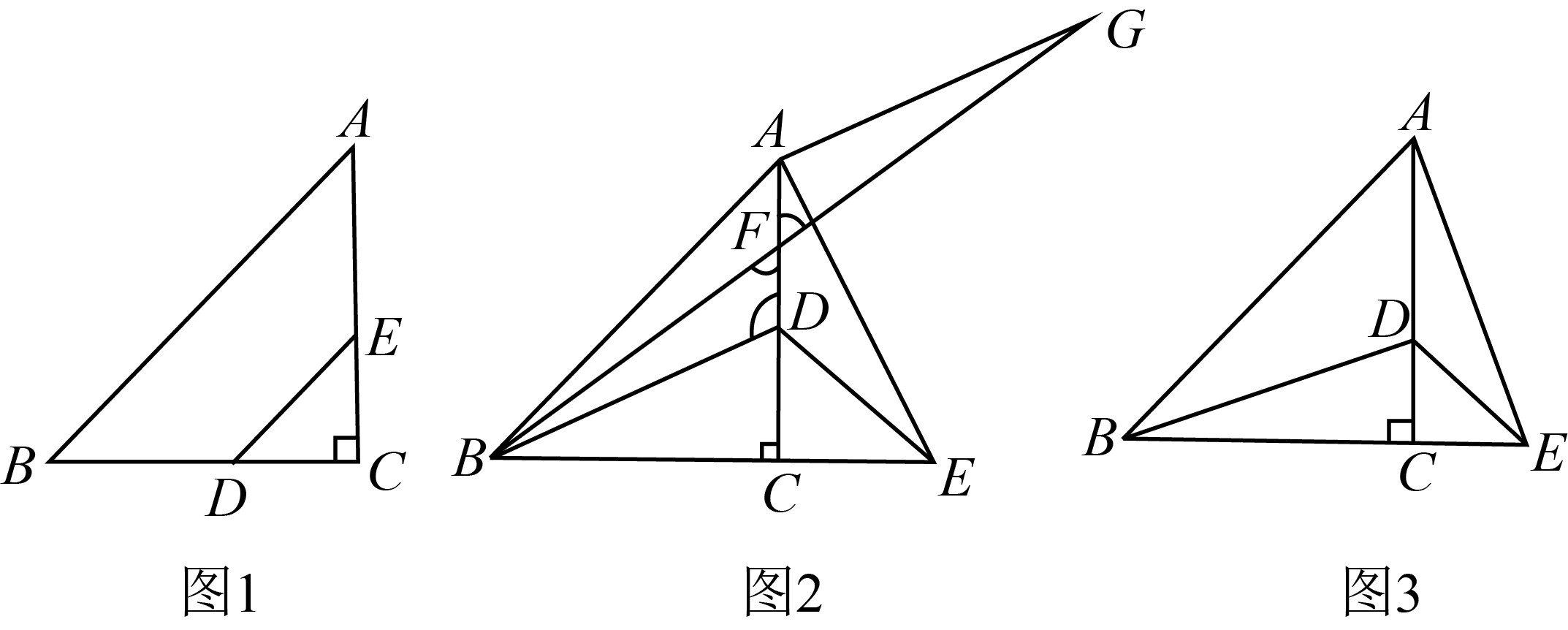


(1)如图1，，点在右上方，连接，，若，，，求的长；

(2)如图2，点在的左侧上方，连接交于点，为上一点，若，且为的中点，过作于点，求证：；

(3)如图3，，，，将沿着直线翻折至连接，连接并延长交于点，交于点，当最长时，直接写出此时的面积．

13．如图，在和中，，，，．

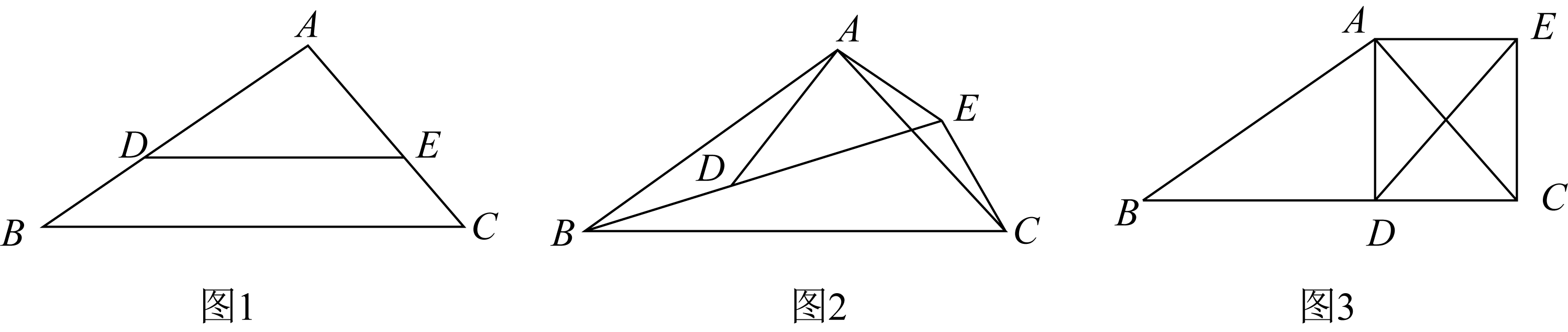


(1)如图1，当点在上时，，，则\_\_\_\_\_\_；

(2)如图2，当、、三点共线时，在上，连接、，是的中点，过点作，交的延长线于点．求证：且；

(3)如图3，、、三点共线，且，将线段绕点以每秒的速度逆时针旋转，同时线段绕点以每秒的速度顺时针旋转后立即以相同速度回转，设转动时间为秒，当回到出发时的位置时同时停止旋转，则在转动过程中，当和互相平行或者垂直时，请直接写出此时的值．

14．如图1，在中，，分别为边上的点，且．已知，．



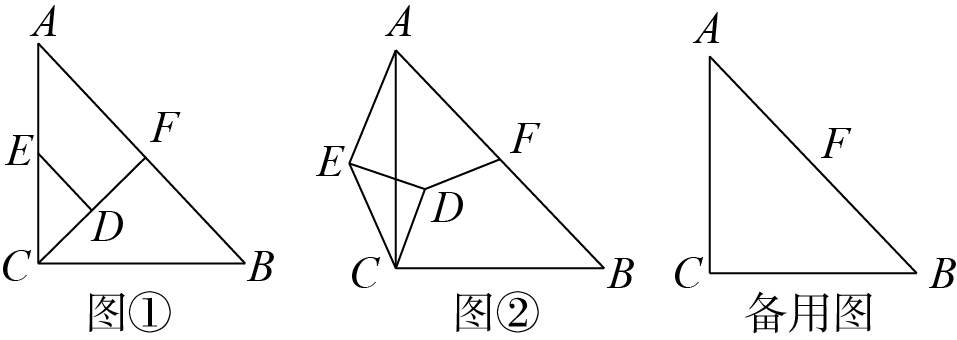
(1)的长为\_\_\_\_\_\_；与的周长比为\_\_\_\_\_\_；

(2)将绕点旋转，连接．

①当旋转至图2所示的位置时，求证：；

②如图3，当旋转至点在上时，，直接写出及的长．

15．在和中，，点*F*是的中点，连接，将绕点*C*旋转一周，试判断和的关系．

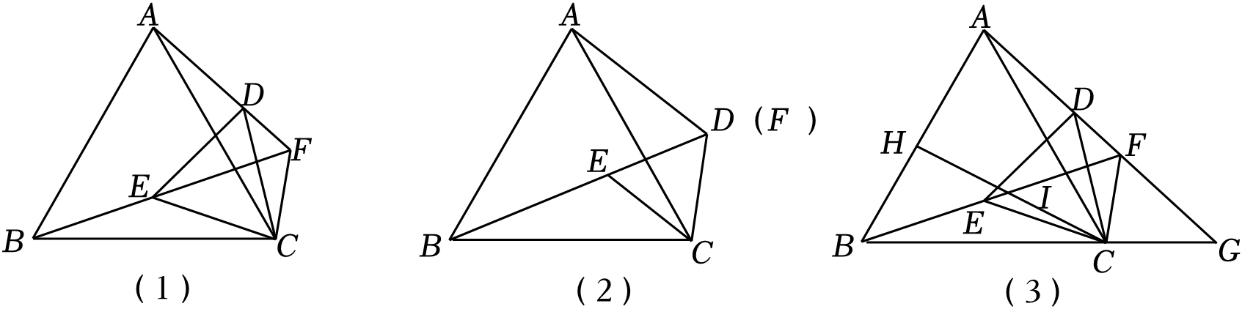


(1)如图①，当点*E*在上时，和的数量关系为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，直线和直线相交所成的锐角的度数为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

(2)如图②，当点*E*不在上时，（1）中的关系是否仍然成立，如果成立，请证明；如果不成立，请写出新的关系，并说明理由．

(3)若，将绕着点*C*旋转一周的过程中，当*D*，*E*，*B*三点共线时，直接写出的长．

16．如图（1），在和中，，，，点*E*在内部，直线与交于点*F*，线段之间存在怎样的数量关系？



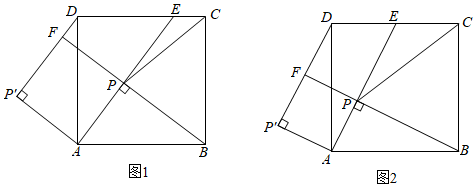
(1)先将问题特殊化．如图（2），当点*D*，*F*重合时，直接写出一个等式，表示之间的数量关系；

(2)再探究一般情形．如图（1），当点*D*，*F*不重合时，证明（1）中的结论仍然成立．

(3)如图（3），在和中，，，，点*E*在内部，直线与交于点*F*，直线与交于点*G*，点*H*为线段上一点，，与交于点*I*，若，，

则　 　（用含*m*，*n*的式子表示）．

17．如图1，正方形的边长为5，点*E*为正方形边上一动点，过点*B*作于点*P*，将绕点*A*逆时针旋转得，延长交于点*F*，连接．

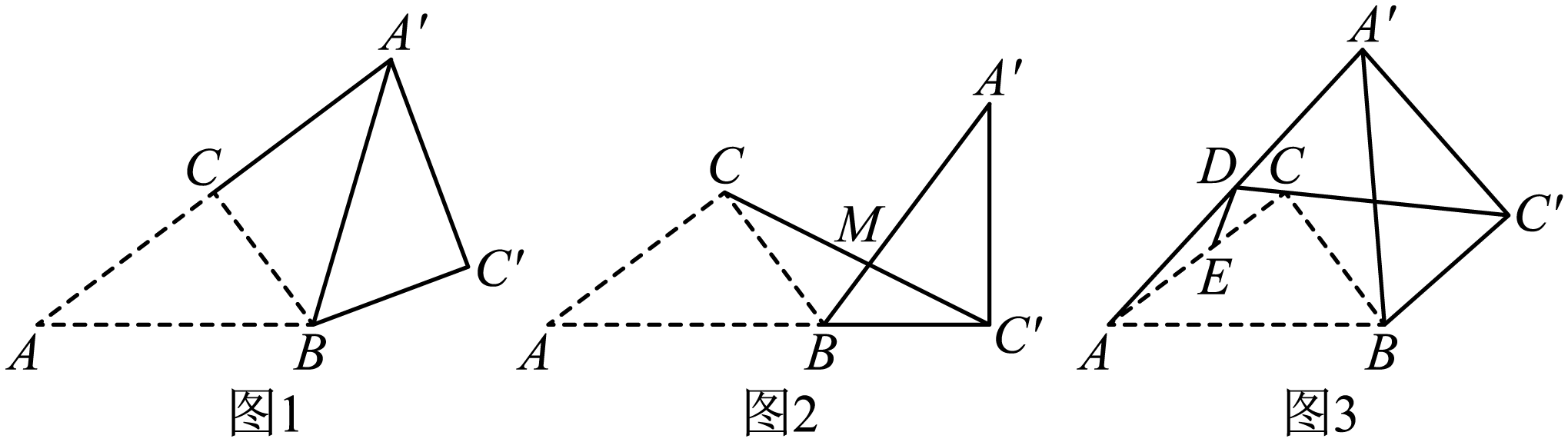


(1)判断四边形的的形状，并说明理由；

(2)若，求；

(3)如图2，若点*E*恰好为的中点时，请判断与的数量关系，请说明理由．

18．在中，，将绕*点B*顺时针旋转得到，其中点*A*，*C*的对应点分别为点，．



(1)如图1，当点落在的延长线上时，则的长为\_\_\_\_\_\_；

(2)如图2，当点落在的延长线上时，连接，交于点*M*，求*BM*的长；

(3)如图3，连接，，直线交于点*D*，若，连接．在旋转过程中，是否存在最小值？若存在，请直接写出的最小值：若不存在，请说明理由．