

数 学 试 卷

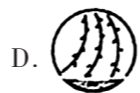
注意事项:

1. 本卷为试题卷, 考生应在答题卡上做答, 在试题卷、草稿纸上答题无效。
2. 答题前, 考生须先将自己的姓名、准考证号分别在试卷和答题卡上填写清楚。
3. 答题完成后, 将试卷、答题卡、草稿纸放在桌上, 由监考老师统一收回。
4. 本卷共三道大题, 25 小题, 满分 150 分, 时量 120 分钟。

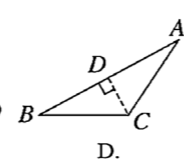
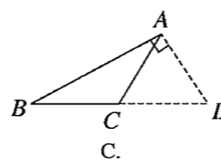
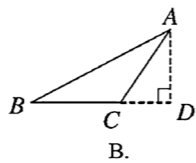
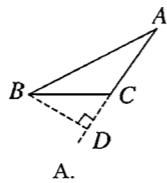
同学们, 我们这个学期在七年级数学学习的基础上, 继续深入学习了《三角形》、《全等三角形》、《轴对称》、《整式的乘法与因式分解》、《分式》共五章数学内容, 重点是几何推理和整式、分式的运算与运用。今天, 你们的数学学习成果即将展现在你的试卷上, 老师相信你一定会诚信答题, 也一定会用努力书写成功! 请答题时细心、耐心。

一、选择题(本大题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分. 请将每个小题所给四个选项中唯一正确选项的代号填涂在答题卡相应的位置上.)

1. 下面四幅作品分别代表二十四节气中的“大雪”、“白露”、“芒种”、“立春”, 其中是轴对称图形的是()



2. 下列作图能表示点 A 到 BC 的距离的是()



3. 新冠病毒变异毒株奥密克戎直径约为 0.00000011 米, 0.00000011 用科学记数法表示为()

A. 1.1×10^{-6} B. 1.1×10^{-7} C. 1.1×10^{-8} D. 11×10^{-8}

4. 计算 $a^2 \cdot a^3 \cdot a^4$ 的结果是()

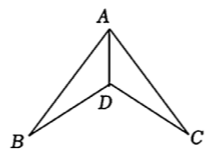
A. a^6 B. a^7 C. a^8 D. a^9

5. 下列各式中, 化简正确的是()

A. $\frac{x^6}{x^2} = x^3$ B. $\frac{y-x}{-x+y} = -1$ C. $\frac{x+a}{y+a} = \frac{x}{y}$ D. $\frac{x-3}{2x(x-3)} = \frac{1}{2x}$

6. 如图, $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中, $AB = AC$, $BD = CD$, 若 $\angle B = 20^\circ$, 则 $\angle C$ 等于()

A. 10° B. 20° C. 30° D. 40°



第 6 题图

7. 下列单项式中, 使多项式 $16a^2 + M$ 能用平方差公式因式分解的 M 可以是()

A. a B. b^2 C. $-16a$ D. $-b^2$

8. 若二次三项式 $4x^2 + mxy + 9y^2$ 是一个完全平方式, 则 m 的可能值是()

A. ± 6 B. 6 C. ± 12 D. 12

9. 随着电视剧《底线》热播, 其同名小说的销量也急剧上升. 某书店分别用 400 元和 600 元两次购进该小说, 第二次数量比第一次多 1 倍, 且第二次比第一次进价便宜 4 元, 设书店第一次购进 x 套, 根据题意, 下列方程正确的是()

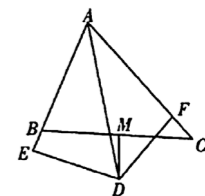
A. $\frac{400}{x} - \frac{600}{x} = 4$ B. $\frac{600}{x} - \frac{400}{2x} = 4$
C. $\frac{400}{2x} - \frac{600}{x} = 4$ D. $\frac{600}{2x} - \frac{400}{x} = 4$

10. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 60^\circ$, $\angle BAC$ 的平分线 AD 与边 BC 的垂直平分线 MD 相交于 D , $DE \perp AB$ 交 AB 的延长线于 E , $DF \perp AC$ 于 F , 现有下列结论:

① $DE = DF$; ② $DE + DF = AD$; ③ DM 平分 $\angle ADF$; ④ $AB + AC = 2AE$;

其中正确的有()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个



第 10 题图

二、填空题(本大题共 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分. 请将正确答案填写在答题卡相应的横线上.)

11. 点 $P(2022, -2023)$ 关于 x 轴对称的点 P' 的坐标为_____.

12. 计算: $2x^2 \cdot 3xy$ 的结果是_____.

13. $2x^3 - 8x$ 的公因式是_____.

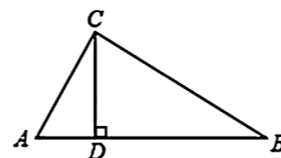
14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC \perp BC$, $\angle B = 30^\circ$, $CD \perp AB$, 垂足为 D , 若 $AD = 1$, 则 AB 的长为_____.

15. 一个多边形的内角和为 1800° , 则这个多边形的边数是_____.

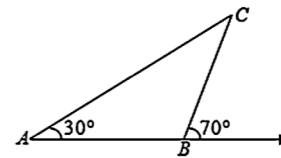
16. 如图, 一艘轮船按箭头所示方向行驶, C 处有一灯塔, 当轮船从 A 点行驶到 B 点时, $\angle ACB =$ _____.

17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 46^\circ$, $\angle C = 64^\circ$, AE , AD 分别是角平分线和高, 则 $\angle DAE$ 的度数是_____.

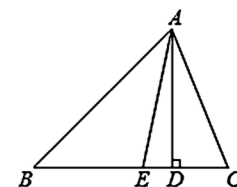
18. 已知 $x + y = 3$, $xy = 1$, 则 $x^2 + y^2$ 的值为_____.



第 14 题图



第 16 题图

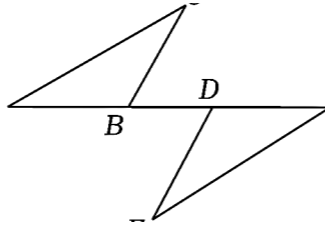


第 17 题图

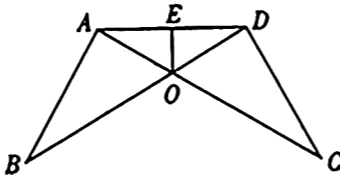
装订线内不要答题、装订线外不要写姓名等，违者考卷作0分处理。

三、解答题（本大题共 7 小题，共 78 分. 每个题目都要求在答题卡相应位置写出计算、解答或证明的主要步骤.）

19.（本题满分 6 分）如图， $AD=EB$ ， $AC=EF$ ， $BC=DF$. 求证： $\angle A=\angle E$.



20.（本题满分 10 分）如图，已知 $AB=CD$ ， $\angle B=\angle C$ ， AC 和 BD 相交于点 O ， E 是 AD 的中点，连接 OE .



- (1) 求证： $\triangle AOB \cong \triangle DOC$ ；
- (2) 求 $\angle AEO$ 的度数.

21.（本题满分 16 分，每小题 4 分）按要求解答：

- (1) 计算： $(-1)^{2022} + (-\frac{1}{6})^{-2} - (\pi - 3)^0$ ；
- (2) 化简： $2(a-3)(a+2) - (4+a)(4-a)$ ；
- (3) 分解因式： $9a^2(x-y) + 4b^2(y-x)$ ；
- (4) 解分式方程： $\frac{x}{x^2-4} + \frac{2}{x+2} = \frac{1}{x-2}$.

22.（本题 10 分）先化简，再从 $-1 \leq a \leq 2$ 的整数中选取一个你认为合适的 a 的值，代入求值： $\frac{2a+1}{a^2-1} \cdot \frac{a^2-2a+1}{a^2-a} - \frac{1}{a+1}$.

23.（本题 10 分）为助力乡村振兴，某单位给结对帮扶的家庭赠送甲、乙两种树苗让其栽种. 已知乙种树苗每棵的价格比甲种树苗贵 10 元，用 690 元购买乙种树苗的棵数恰好是用 460 元购买甲种树苗的棵数的 $\frac{6}{5}$ 倍. 求甲、乙两种树苗每棵的价格各是多少元？

24.（本题 12 分）我们目前常用的因式分解的方法有提取公因式法、公式法，但有一部分多项式只单纯用上述方法就无法分解，如 $x^2 - 2xy + y^2 - 16$. 我们细心观察这个式子，会发现，前三项符合完全平方公式，进行变形后，再应用平方差公式进行分解. 过程如下：

$$x^2 - 2xy + y^2 - 16 = (x - y)^2 - 4^2 = (x - y + 4)(x - y - 4)$$

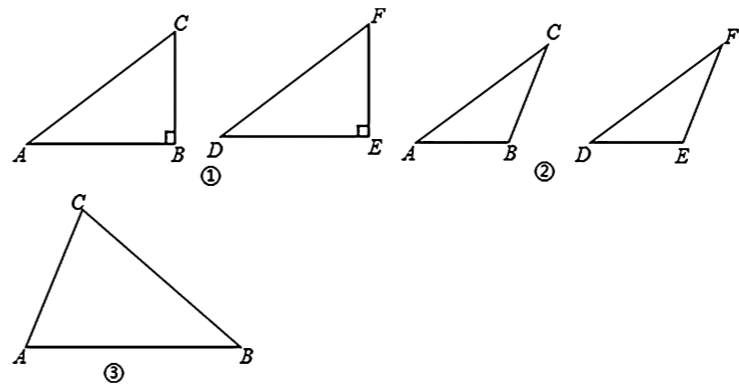
这种分解因式的方法叫**分组分解法**.

请利用这种分组分解的思想方法解决下列问题：

- (1) 分解因式： $9a^2 + 4b^2 - 25m^2 - n^2 + 12ab + 10mn$ ；
- (2) 已知 a 、 b 、 c 分别是 $\triangle ABC$ 三边的长且 $2a^2 + b^2 + c^2 - 2a(b+c) = 0$ ，请判断 $\triangle ABC$ 的形状，并说明理由.

25.（本题 14 分）【问题提出】学习了三角形全等的判定方法（即“SAS”、“ASA”、“AAS”、“SSS”）和直角三角形全等的判定方法（即“HL”）后，我们继续对“两个三角形满足两边和其中一边的对角对应相等”的情形进行深入探究.

【初步思考】我们不妨将问题用符号语言表示为：在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中， $AC=DF$ ， $BC=EF$ ， $\angle B=\angle E$ ，然后，对 $\angle B$ 进行分类，可分为“ $\angle B$ 是直角、钝角、锐角”三种情况进行探究.



【深入探究】

第一种情况：当 $\angle B$ 是直角时， $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

- (1) 如图①，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ ， $AC=DF$ ， $BC=EF$ ， $\angle B=\angle E=90^\circ$ ，根据_____，可以知道 $Rt\triangle ABC \cong Rt\triangle DEF$.

第二种情况：当 $\angle B$ 是钝角时， $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

- (2) 如图②，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ ， $AC=DF$ ， $BC=EF$ ， $\angle B=\angle E$ ，且 $\angle B$ 、 $\angle E$ 都是钝角，求证： $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

第三种情况：当 $\angle B$ 是锐角时， $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 不一定全等.

- (3) 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ ， $AC=DF$ ， $BC=EF$ ， $\angle B=\angle E$ ，且 $\angle B$ 、 $\angle E$ 都是锐角，请你用尺规在图③中作出 $\triangle DEF$ ，使 $\triangle DEF$ 和 $\triangle ABC$ 不全等.（不写作法，保留作图痕迹）
- (4) $\triangle B$ 还要满足什么条件，就可以使 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ？请直接写出结论：在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中， $AC=DF$ ， $BC=EF$ ， $\angle B=\angle E$ ，且 $\angle B$ 、 $\angle E$ 都是锐角，若_____，则 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.