宣化区 2022～2023 学年度第一学期期末考试

数 学 试 卷 参 考 答 案

一、选择题（本大题有 16 个小题，共 42 分．1～10 小题各 3 分，11～16 小题各 2 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1~5CCDAB　　6~10CBBDD　　11~16 CAAADB

二、填空题（本大题有 3 个小题，共 4 个空，每空 3 分，共 12 分）

17. $\frac{3}{2}$

18.（3，1）

19.（1）10　　（2）（2，－2）

三、解答题（本大题有 7 个小题，共 66 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

20.（本小题满分 8 分）

解：（1）$n=1$，$k=-\frac{1}{3}$ ……（2 分）

（2）∵$S_{\triangle ABP}=S_{\triangle AOP}+S_{\triangle BOP}=\frac{1}{2}OP\times(OD+OE)=\frac{2}{3}OP=2$，……（4 分）

∴$OP=3$，……（6 分）

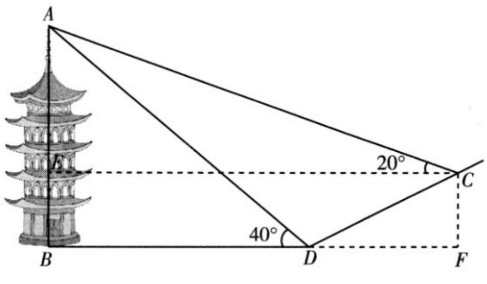
∴点 P 的坐标为（3，0）或（－3，0）．……（8 分）

21.（本小题满分 8 分）

解：如图，过点 C 分别作 $CF\perp BD$ 交 BD 的延长线于点 F，

$CE\perp AB$ 于点 E，则四边形 $BECF$ 是矩形，

∴$EC=BF$，$BE=CF$.



根据题意，可知$\angle ACE=20°$，

$\angle ADB=40°$，$CD=22.4$ 米.

∵斜坡的坡度为 1∶2，

∴CF∶$DF=1$∶2.

∵$CD^2=CF^2+DF^2$，

∴$22.4^2=CF^2+4CF^2$，

∴ $CF=\frac{22.4}{\sqrt{5}}\approx\frac{22.4}{2.24}=10$（米）.

∴$DF=20$ 米，$BE=10$ 米.……（3 分）

设 $AB=x$ 米，则 $AE=AB-BE=(x-10)$ 米.

在 Rt$\triangle ABD$ 中，$\tan\angle ADB=\frac{AB}{BD}$，

$\therefore BD=\dfrac{x}{\tan 40^\circ}\approx\dfrac{x}{0.84}$（米），…………………………………………（4 分）

$\therefore EC=BF=BD+DF=(\dfrac{x}{0.84}+20)$米.…………………………………（5 分）

在 Rt△AEC 中，$\tan\angle ACE=\dfrac{AE}{EC}$，

$\therefore AE=EC\cdot\tan 20^\circ\approx 0.36EC$，

$\therefore x-10=(\dfrac{x}{0.84}+20)\times 0.36$，…………………………………………（7 分）

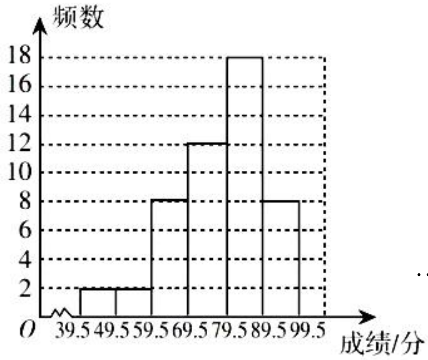
$\therefore x=30.1\approx 30$.

故古塔的高度 AB 约为 30 米.…………………………………………………（8 分）

22.（本小题满分 9 分）

解：（1）16, 12, 50；………………………………………………………………（3 分）

（2）补全的频数分布直方图如下图所示；



………………………………………（4 分）

（3）450×16%＝72（人），

答：估计该校本次航天知识竞赛成绩优秀的学生有 72 人.…………（6 分）

（4）两个小组抽课题所有可能出现的结果如下：（树状图同样得分）

乙组 \ 甲组	A	B	C	D
A	（A，A）	（A，B）	（A，C）	（A，D）
B	（B，A）	（B，B）	（B，C）	（B，D）
C	（C，A）	（C，B）	（C，C）	（C，D）
D	（D，A）	（D，B）	（D，C）	（D，D）

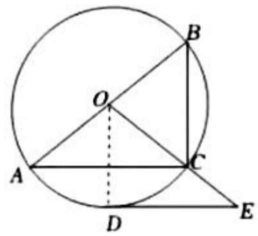
共有 16 种结果，每种结果出现的可能性相同.…………………………（7 分）

两个小组抽到的课题不相同的结果有 12 种，

所以两个小组抽到的课题不相同的概率是 $\dfrac{12}{16}=\dfrac{3}{4}$.………………（9 分）

23.（本小题满分 10 分）

（1）证明：连接 OD，



∵DE 与⊙O 相切于点 D，

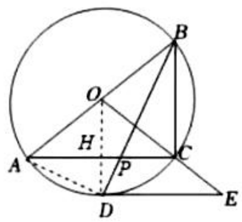
∴$OD\perp DE$，

∵点 D 为 AC 的中点，

∴$OD\perp AC$，

∴$DE/\!/AC$；…………………………………………………………（3 分）

（2）解：连接 OD 与 AC 交于点 H，连接 AD，



∵AB 是直径，

∴$\angle ACB=90°$，

∴ $AB=\dfrac{AC}{\cos A}=\dfrac{8}{4}=10$，

∴ $BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=6$，………………………………………………（4 分）

∵点 D 为 AC 的中点，

∴$AH=CH=4$，$OD/\!/BC$，

∴ $OH=\dfrac{1}{2}BC=3$，……………………………………………………（5 分）

∵ $OD=\dfrac{1}{2}AB=5$，

∴ $DH=OD-OH=5-3=2$，

∴ $AD=\sqrt{AH^2+DH^2}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$，…………………………（6 分）

∵AB 为直径，∴$\angle ADB=90°$，

∴ $BD=\sqrt{AB^2-AD^2}=\sqrt{10^2-(2\sqrt{5})^2}=4\sqrt{5}$，

∵$OD/\!/BC$，

∴$\triangle \mathrm{H}PD\backsim\triangle CBP$，

∴ $\dfrac{DP}{BP}=\dfrac{DH}{BC}$，即 $\dfrac{4\sqrt{5}-BP}{BP}=\dfrac{2}{6}$，

∴ $BP=3\sqrt{5}$，……………………………………………………………（8 分）

∵$HC/\!/DE$，

∴$\triangle OHC\backsim\triangle ODE$，

∴ $\dfrac{OH}{OD}=\dfrac{CH}{DE}$，即 $\dfrac{3}{5}=\dfrac{4}{DE}$，

∴ $DE=\dfrac{20}{3}$.……………………………………………………………（10 分）

24.（本小题满分 10 分）

解：（1）由题意得：W＝（150－100－x）（300＋10x）

＝－10x^2＋200x＋15000…………………………………（3 分）

（2）由（1）得：$W=-10x^2+200x+15000$ ……………………………（4 分）

$=-10(x-10)^2+16000$，

∵－10＜0，

∴x＝0 时，W 最大为 16000，

即当降价 10 元时，公司每天的利润最大，最大为 16000 元；………（6 分）

（3）当 $-10x^2+200x+15000=15750$，

解得：$x_1=15$，$x_2=5$，…………………………………………………………（7 分）

∵最大限度让利于民，

∴ $x_2=5$ 不合题意，舍去，………………………………………………………（8 分）

∴定价应为 $150-15=135$ （元），

答：定价应为 135 元.…………………………………………………………（10 分）

25.（本小题满分 10 分）

（1）证明：∵△ABC 是等边三角形，

∴∠A＝∠B＝∠MPE＝60°，

∴∠AMP＋∠APM＝120°，∠APM＋∠BPE＝120°，……………（2 分）

∴∠AMP＝∠BPE，

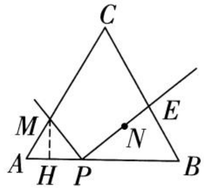
∴△MAP∽△PBE；………………………………………………………（4 分）

（2）解：如图，过点 M 作 MH⊥AB 于点 H，

∵∠A＝∠B＝60°，△AMP∽△BEP，α＝90°，

∴∠MPA＝∠BPE＝45°，…………………………（6 分）

∴PH＝MH. ……………………………………………（7 分）



在 Rt△MAH 中，MH＝AM·sin60°＝$\sqrt{3}$，AH＝AM·cos60°＝1，

在 Rt△MPH 中，PH＝MH＝$\sqrt{3}$，∴ $AP=1+\sqrt{3}$.………………………（10 分）

26.（本小题满分 11 分）

解：（1）∵抛物线 y＝ax^2＋bx＋3 与 x 轴交于 A（﹣1，0）、B（3，0）两点，

∴ $\begin{cases}a-b+3=0\\9a+3b+3=0\end{cases}$，………………………………………………………（2 分）

解得$\begin{cases}a=-1\\b=2\end{cases}$，

故抛物线的解析式为$y=-x^2+2x+3$；……………………………………（3 分）

（2）由（1）知，抛物线的解析式为$y=-x^2+2x+3$，

当$x=0$时，$y=3$，

∴C点坐标为（0，3），

设直线BC的解析式为$y=kx+m$，则$\begin{cases}3k+m=0\\m=3\end{cases}$，解得$\begin{cases}k=-1\\m=3\end{cases}$，

∴直线BC的解析式为$y=-x+3$，…………………………………………（4 分）

设P（x，$-x+3$），则M（x，$-x^2+2x+3$），

∴$PM=(-x^2+2x+3)-(-x+3)=-x^2+3x$，……………………………（5 分）

$PN=-x+3$

①当$PM=2PN$时，$-x^2+3x=2(-x+3)$

解得：$x_1=2$，$x_2=3$（舍去）

此时P点坐标为（2，1）；……………………………………………………（6 分）

②当$PN=2PM$时，$-x+3=2(-x^2+3x)$

解得：$x_1=\frac{1}{2}$，$x_2=3$（舍去）

此时P点坐标为（$\frac{1}{2}$，$\frac{5}{2}$）；………………………………………………（7 分）

（3）抛物线$y=-x^2+2x+3$的对称轴为直线$x=1$，

∵点E、F到对称轴的距离分别为 3 个单位长度和 5 个单位长度，

∴点E的横坐标为-2或 4，点F的横坐标为-4或 6，

点E的纵坐标为-5，点F的纵坐标为-21，

又∵点E在点F的左侧，

∴当E坐标为（-2，-5）时，点F的坐标为（6，-21），

则$-21\leqslant y_Q\leqslant 4$…………………………………………………………（9 分）

当E坐标为（4，-5）时，点F的坐标为（6，-21），

则$-21\leqslant y_Q\leqslant -5$，

∴y_Q的取值范围为$-21\leqslant y_Q\leqslant 4$.……………………………………（11 分）