2023年初中学业水平检测第三次模拟考试

数学参考答案及评分标准

一、选择题(本大题共9小题,每小题5分,共45分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
答案	A	D	D	B	B	A	C	C	C

二、填空题(本大题共6小题,每小题5分,共30分)

10. $x \geqslant -1$ 且 $x \neq \frac{1}{2}$　　11. 54　　12. $y = 2x^2 + 4x$　　13. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$　　14. 70　　15. ①②③④

三、解答题(本大题共8小题,共75分)

16.(6分)

解:$-2^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + (\pi - \sqrt{5})^0 + \sqrt[3]{-125}$

$= -4 + 9 + 1 - 5 = 1$ ………………………………………………………… 6分

17.(7分)

解:$\left(\frac{a}{b^2 + ab} - \frac{2}{a + b} + \frac{b}{a^2 + ab}\right) \div \frac{a - b}{ab}$

$= \left[\frac{a}{b(a + b)} - \frac{2}{a + b} + \frac{b}{a(a + b)}\right] \cdot \frac{ab}{a - b}$ ………………………………………… 2分

$= \frac{a^2 - 2ab + b^2}{ab(a + b)} \cdot \frac{ab}{a - b}$ ………………………………………………… 4分

$= \frac{(a - b)^2}{ab(a + b)} \cdot \frac{ab}{a - b}$ ………………………………………………… 6分

$= \frac{a - b}{a + b}$. ………………………………………………………… 7分

18.(11分)

解:(1)$\because A$、C、D不具有全面性,

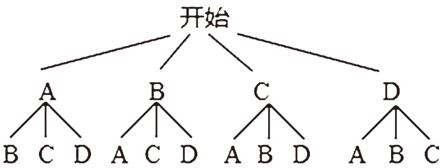
故答案为:B; ………………………………………………………… 2分

(2)①这组数据的众数为7小时,中位数为$\frac{7 + 7}{2} = 7$(小时),

故答案为:7,7; ………………………………………………………… 6分

②估计九年级学生平均每天睡眠时间$t \geqslant 8$的人数大约为：$12 \times 50 \times \frac{10+2}{50} = 144$（人）；…… 8分

(3)把样本中学生平均每天睡眠时间为5小时、5.5小时、6小时的4个学生分别记为A、B、C、D，画树状图如图：



共有12种等可能的结果，抽得2人平均每天睡眠时间都是6小时的结果有2种，

$\therefore$抽得2人平均每天睡眠时间都是6小时的概率为$\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$. ………………………………… 11分

19.（8分）

证明：$\because$四边形$ABCD$是矩形，

$\therefore BE = DE, \angle BAD = 90°$，

$\therefore \angle ABD + \angle ADB = 90°$，

$\because OB = OD, BE = DE$，

$\therefore OE \perp BD$， ………………………………………………………………………… 3分

$\therefore \angle OEB = 90°$，

$\therefore \angle BOE + \angle OBE = 90°$，

$\therefore \angle BOE = \angle BDA$， …………………………………………………………………… 4分

$\because \triangle OAD$为等腰直角三角形，

$\therefore AO = AD, \angle OAD = 90°$，

$\therefore \angle OAD = \angle BAD$， …………………………………………………………………… 6分

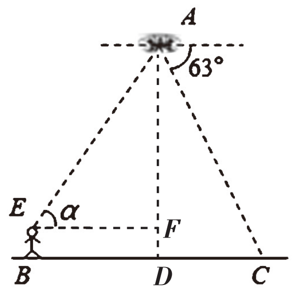
在$\triangle AOF$和$\triangle ABD$中，

$$\begin{cases} \angle BOE = \angle BDA \\ AO = AD \\ \angle OAF = \angle BAD \end{cases},$$

$\therefore \triangle OAF \cong \triangle DAB(ASA)$， ……………………………………………………………… 8分

20.（9分）

(1)如图，过A点作$AD \perp BC$于D，过E点作$EF \perp AD$于F，



$\because \angle EBD = \angle FDB = \angle DFE = 90°$，

$\therefore$四边形$BDFE$为矩形，

$\therefore EF = BD, DF - BE = 1.6\ \text{m}$，

$\therefore AF = AD - DF = 41.6 - 1.6 = 40(\text{m})$

在$\text{Rt}\triangle AEF$中，

$\sin\angle AEF = \frac{AF}{AE} = \frac{40}{50} = \frac{4}{5}$，

即$\sin\alpha = \frac{4}{5}$.

答：仰角α的正弦值为$\frac{4}{5}$； ……………………………………………………………… 3分

(2)在Rt△AEF中，

$EF=\sqrt{AE^2-AF^2}=\sqrt{50^2-40^2}=30$(m) ………………………………………………………… 5分

在Rt△ACD中，$\angle ACD=63°$，$AD=41.6$ m

$\because \tan\angle ACD=\dfrac{AD}{CD}$,

$\therefore CD=\dfrac{41.6}{\tan63°}=\dfrac{41.6}{1.96}\approx 21.22$(m)，

$\therefore BC=BD+CD=30+21.22\approx 51$(m).

答：两点之间的距离约为51m. ………………………………………………………… 9分

21.(12分)

解：(1)设$y=kt+100$，把(2，380)代入得，

$2k+100=380$，

解得

$k=140$，

$\therefore y=140t+100$，………………………………………………………… 3分

$(380-100)\div 2=140\text{m}^3/\text{h}$；

同时打开甲、乙两个进水口的注水速度是$140\text{m}^3/\text{h}$；………………………………………… 5分

(2)设乙的注水速度是x m^3/h，则乙的注水速度是$(140-x)$ m^3/h，由题意得 ……………… 6分

$\dfrac{480}{x}=\dfrac{4}{3}\times\dfrac{480}{140-x}$，………………………………………………………… 9分

解得$x=60$，

经检验$x=60$符合题意，

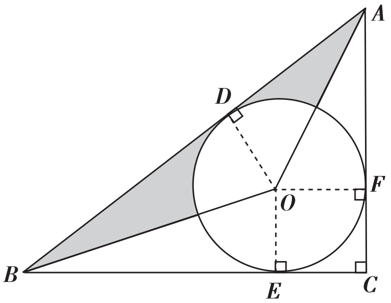
$\dfrac{480}{60}=8$(h)，

$\therefore$单独打开甲进水口注满游泳池需8h. ………………………………………………………… 12分

22.(10分)

解(1)证明：

连接OE，OF，过点O作$OD\perp AB$于点D，………………………………………………………… 1分



$\because BC$与⊙O相切于点E，

$\therefore OE\perp BC$，………………………………………………………… 3分

$\because BO$是$\angle ABC$的平分线，

$\therefore OD=OE$，OE是圆的一条半径，

$\therefore AB$是$\odot O$的切线,

故:AB是$\odot O$的切线. ………………………………………………………………………… 5分

(2)$\because BC$、AC与圆分别相切于点E、点F,

$\therefore OE \perp BC, OF \perp AC$,

$\therefore$四边形$OECF$是正方形,

$\therefore OE = OF = EC = FC = 1$,

$\therefore BC = BE + EC = 4$,又$AC = 3$, ……………………………………………………… 7分

$\therefore S_{阴影} = \frac{1}{2}(S_{\triangle ABC} - S_{正方形OECF} - 优弧所对的S_{扇形EOF})$

$= \frac{1}{2} \times (\frac{1}{2} \times 4 \times 3 - 1 \times 1 - \frac{270 \times \pi \times 1^2}{360})$

$= \frac{5}{2} - \frac{3\pi}{8}$.

故图中阴影部分的面积是:$\frac{5}{2} - \frac{3\pi}{8}$. ……………………………………………………… 10分

23.(12分)

解:(1)令:$y = x^2 - 2x = 0$,则$x = 0$或2,即点$B(2,0)$,$\because C_1$、C_2:$y = ax^2 + bx$开口大小相同、方向相反,则$a = -1$,则点$A(4,0)$,将点A的坐标代入C_2的表达式得:

$0 = -16 + 4b$,解得:$b = 4$,故抛物线C_2的解析式为:$y = -x^2 + 4x$; ………………… 4分

(2)联立C_1,C_2的表达式并解得:$x = 0$或3,故点$C(3,3)$,点A关于C_2对称轴的对称点O,连接OC交C_2的对称轴于点P,此时$PA + PC$的值最小,$PA + PC = OC = 3\sqrt{2}$,$P(2,2)$ …………… 8分

(3)直线OC的表达式为:$y = x$,过点M作y轴的平行线交OC于点H,设点$M(x, -x^2 + 4x)$,则点$H(x,x)$,则$S_{\Delta MOC} = \frac{1}{2} MH \times x_C = \frac{3}{2}(-x^2 + 4x - x) = -\frac{3}{2}x^2 + \frac{9}{2}x$,$\because -\frac{3}{2} < 0$,$\therefore S_{\triangle MOC}$有最大值在$0 < x < 3$内当$x = \frac{3}{2}$时,故当点$M(\frac{3}{2}, \frac{15}{4})$时,$S_{\Delta MOC}$最大值为$\frac{27}{8}$. ……………………… 12分