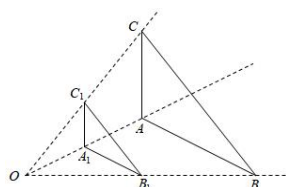


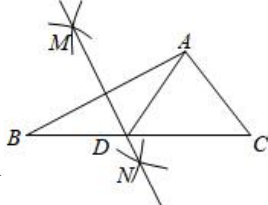
2023 年九年级学业水平模拟考试
数学试题卷

一、选择题（本题有 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

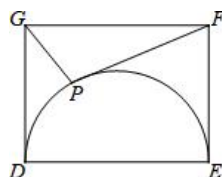
- 在以下数 $\sqrt{4}$ 、 $\frac{1}{7}$ 、 3 、 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 中，无理数是（ ）
A. $\sqrt{4}$ B. $\frac{1}{7}$ C. 3 D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- iPhone15 系列苹果手机预计于 2023 年 9 月份上市中国大陆，其内部的 A16 芯片加入光线追踪功能，将宽度压缩到 0.000000005 米，将数字 0.000000005 米用科学记数法表示为（ ）
A. -5×10^9 米 B. -0.5×10^8 米 C. 0.5×10^{-8} 米 D. 5×10^{-9} 米
- 若分式 $\frac{x+2}{x-2}$ 的值为 0，则 x 的值为（ ）
A. 2 B. -2 C. 2 或 -2 D. 0
- 抛物线 $y = x^2 - 2x + 1$ 的轴对称是（ ）
A. 直线 $x=1$ B. 直线 $x=-1$ C. 直线 $x=2$ D. 直线 $x=-2$
- 下列说法错误的是（ ）
A. “对顶角相等”的逆命题是真命题
B. 通过平移或旋转得到的图形与原图形全等
C. “经过有交通信号灯的路口，遇到红灯”是随机事件
D. 函数 $y = -\frac{1}{x}$ 的图象经过点 (1, -1)
- 若 x、y 满足方程组 $\begin{cases} x+3y=7 \\ 3x+y=5 \end{cases}$ ，则 $x-y$ 的值等于（ ）
A. -1 B. 1 C. 2 D. 3
- 如图， $\triangle ABC$ 和 $\triangle A_1B_1C_1$ 是以点 O 为位似中心的位似三角形，若 C_1 为 OC 的中点，且 $S_{\triangle A_1B_1C_1}=2$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积为（ ）
A. 12 B. 8 C. 6 D. 4



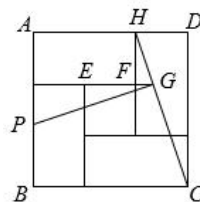
第 7 题图



第 8 题图



第 9 题图



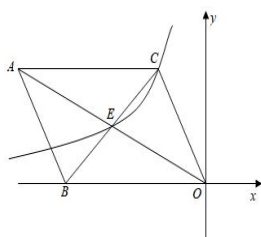
第 10 题图

- 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 2\angle B$ ，分别以点 A、B 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径画弧，两弧交于点 M、N，作直线 MN，交 BC 边于点 D，连接 AD，若 $AD=5$ ， $CD=6$ ，则 AB 的长是（ ）
A. $5\sqrt{3}$ B. 8 C. $4\sqrt{5}$ D. 10
- 在 $\triangle ABC$ 中，若 O 为 BC 边的中点，则必有： $AB^2 + AC^2 = 2AO^2 + 2BO^2$ 成立．依据以上结论，解决如下问题：如图，在矩形 DEFG 中，已知 $DE=4$ ， $EF=3$ ，点 P 在以 DE 为直径的半圆上运动，则 $PF^2 + PG^2$ 的最小值为（ ）
A. $\sqrt{10}$ B. $\frac{19}{2}$ C. 10 D. 34
- 由四个全等的矩形围成了一个大正方形 ABCD，如图所示．连结 CH，延长 EF 交 CH 于点 G，作 $PG \perp CH$ 交 AB 于点 P，若 $AH = 2DH$ ，则 $\frac{AP}{BP}$ 的值为（ ）

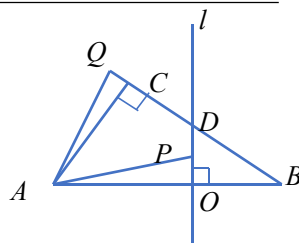
- A. $\frac{9}{7}$ B. $\frac{16}{11}$ C. $\frac{3}{2}$ D. 2

二、填空题（本题有 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

11. 若 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是 _____.
12. 已知圆锥的底面圆半径为 3，其母线长为 5，则圆锥的侧面积等于 _____.
13. 小聪将四张正面分别标有数字 -3, -1, 1, 3 的卡片（除数字外其他都相同）置于暗箱内摇匀，从中随机抽取两张，则所抽卡片上的数字至少一个是方程 $x^2+2x-3=0$ 的解的概率是 _____.
14. 定义一种新运算：对于任意的非零实数 a, b , $a \otimes b = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$. 若 $(x+1) \otimes x = \frac{2x+1}{x}$, 则 x 的值为 _____.
15. 如图，平行四边形 $ABOC$ 中，对角线交于点 E ，双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$), 经过 C, E 两点，若平行四边形 $ABOC$ 的面积为 18，则 k 的值是 _____.



第 15 题图



第 16 题图

16. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$, $BC=8$, 点 O 在线段 AB 上， $BO=4$, $AC=AO$, 过点 O 作直线 $l \perp AB$ 交 BC 于点 D , 在直线 l 上取点 P , 连结 AP , 将 $\triangle AOP$ 绕点 A 逆时针旋转，使边 AO 与 AC 重合，得到 $\triangle ACQ$. (1) AC 的长是 _____. (2) 若 $\triangle OPQ$ 的面积等于 5，则 OP 的长是 _____.

三、解答题（本题有 8 小题，共 66 分，各小题都必须写出解答过程）

17. (6 分) 计算: $-1^{2023} + 2\sin 30^\circ + (-3.14 - \pi)^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$

18. (6 分) 解不等式组:
$$\begin{cases} 5x-2 > 3 \\ \frac{x-1}{2} > x-3 \end{cases}$$

19. (6 分) 图 1, 图 2 都是由边长为 1 的小等边三角形构成的网格，每个小等边三角形的顶点称为格点，线段 AB 的端点均在格点上，分别按要求画出图形.

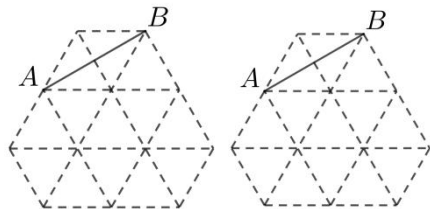


图1

图2

- (1) 在图 1 中画出等腰三角形 ABC , 且点 C 在格点上. (画出一个即可)
- (2) 在图 2 中画出以 AB 为边面积为 $2\sqrt{3}$ 的矩形 $ABDE$, 且点 D, E 均在格点上.

20. (8分) 3月14日是国际数学日, 某校开展了一次数学趣味知识竞赛(竞赛成绩为百分制), 并随机抽取了50名学生的竞赛成绩(本次竞赛没有满分), 经过整理数据得到以下信息:

信息一: 50名学生竞赛成绩频数分布表

分数	$50 \leq x < 60$	$60 \leq x < 70$	$70 \leq x < 80$	$80 \leq x < 90$	$90 \leq x < 100$
频数	4	a	12	20	4

信息二: 成绩在 $70 \leq x < 80$ 这一组的是: 74, 71, 73, 74, 79, 76, 77, 76, 76, 73, 72, 75

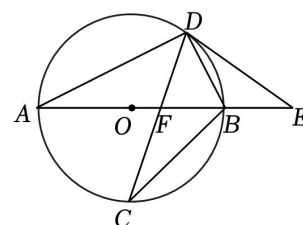
根据信息解答下列问题:

- (1) 表中 $a =$ _____.
- (2) 成绩在 $70 \leq x < 80$ 这一组的众数是 _____ 分, 抽取的50名学生竞赛成绩的中位数是 _____ 分.
- (3) 若该校共有1500名学生参赛, 请估计该校参赛学生成绩不低于80分的约为多少人.

21. (8分). 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 点 C 是弧 AB 的中点, 点 D 在圆 O 上, 点 E 在 AB 的延长线上, 且 $EF = ED$.

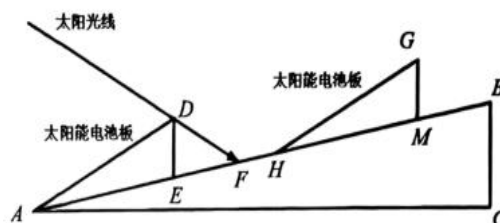
(1) 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 连接 BC , 若 $\tan \angle BCD = \frac{1}{2}$, $DE = 6$, 求 AB 的长.



22. (10分) 根据以下素材, 探索完成任务.

项目背景: 太阳能是绿色能源, 为了更好的推广太阳能, 某厂商决定在斜坡上安装太阳能电池板, 为了保证每个电池板都能有充足的光照, 现需要对电池板的摆放位置进行研究



素材一: 将电池板的侧面摆放情况抽象成如图所示的数学示意图, 其中第一排电池板 AD 位置固定, 第二排 HG 位置待确定, 每块电池板与坡面夹角固定不变, DE , GM 所在的直线垂直于水平线 AC , 坡面 $AB = 4\text{m}$, $\angle BAC = 16^\circ$, $AD = HG = 100\text{cm}$, $AE = 91\text{cm}$, $\angle DAC = 31^\circ$

素材二: 上午太阳光线与水平线的夹角 α 范围为 $14^\circ \leq \alpha \leq 29^\circ$, EF 为阴影长, 为了使得太阳能电池板有充足的阳光照射, 点 H 要落在阴影外面.

(参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$, $\sqrt{6} \approx 2.45$)

任务一: 计算角度: 当 α 等于 14° 时, $\angle AFD =$ _____.

任务二: 探究影长: 求 DE 在斜坡上的阴影 EF 的取值范围 (精确到 0.1cm).

任务三: 方案选择 (选择其中的一种方案进行研究)

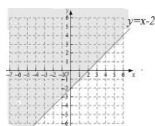
方案一: 若在该斜坡上安装3排 100cm 的电池板, 每一排之间的间距相同, 在充分利用斜坡的情况下, 电池板之间的最大间距为多少 (精确到 1cm).

方案二: 若在该斜坡上安装2排电池板, 电池板与坡面夹角保持不变, 那么原来 100cm 长的电池板最大可以定制多长 (精确到 0.1cm).

23. (10分) 定义：二元一次不等式是指含有两个未知数（即二元），并且未知数的次数是1次（即一次）的不等式；满足二元一次不等式（组）的 x 和 y 的取值构成有序数对 (x, y) ，所有这样的有序数对 (x, y) 构成的集合称为二元一次不等式（组）的解集，

如： $y \geq x - 2$ 是二元一次不等式， $(\frac{1}{2}, 1)$, $(1, -1)$, $(-1, -1)$ 等都是该不等式的

解．因为有序实数对可以看成直角坐标平面内点的坐标，二元一次不等式（组）的解集就可看成直角坐标系内的点构成的集合．所以 $y \geq x - 2$ 的解集在坐标系内所对应的点形



成的图形为如图，阴影部分区域 G ．

(1) 设 $\begin{cases} x+y-6 \leq 0 \\ x-1 \geq 0 \\ y-2 \geq 0 \end{cases}$ 的解集在坐标系内所对应的点形成的图形为 F ．

①在图1中画出图形 F （用阴影部分表示），并求出图形 F 的面积；

②反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象和图形 F 有公共点，求 k 的取值范围；

(2) 设 $\begin{cases} -1 \leq 2x - y \leq 1 \\ -1 \leq 2x + y \leq 1 \end{cases}$ 的解集围成的图形为 M ，直接写出抛物线 $y = mx^2 - 2mx + m + \frac{1}{2}$ 与

图形 M 有交点时 m 的取值范围．

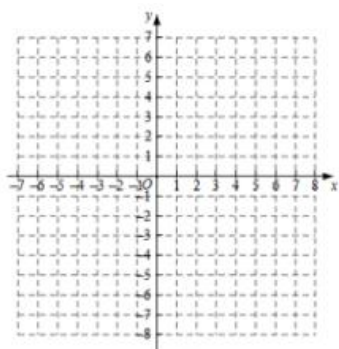
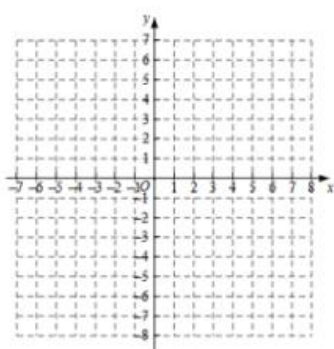


图1



备用图

24. (12分) 如图，在菱形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 M ，已知 $BC = 10$ ，点 E 在射线 BC 上， $\tan \angle DCE = \frac{4}{3}$ ，点 P 从点 B 出发，以每秒 $2\sqrt{5}$ 个单位沿 BD 方向向终点 D 匀速运动，过点 P 作 $PQ \perp BD$ 交射线 BC 于点 Q ，以 BP 、 BQ 为邻边构造 $\square PBQF$ ，设点 P 的运动时间为 t ($t > 0$)．

(1) 求 $\tan \angle DBE$ 的值；

(2) 求点 F 落在 $\triangle ACD$ 边上时 t 的值；

(3) 连接 $\square PBQF$ 的对角线 BF ，设 BF 与 PQ 交于点 N ，连接 MN ，当 MN 与 $\triangle ABC$ 的边平行（不重合）或垂直时，求出 t 的值．

