

## 参考答案

### 一、选择题（每题 4 分，共 40 分）

A C B D B      C A D B C

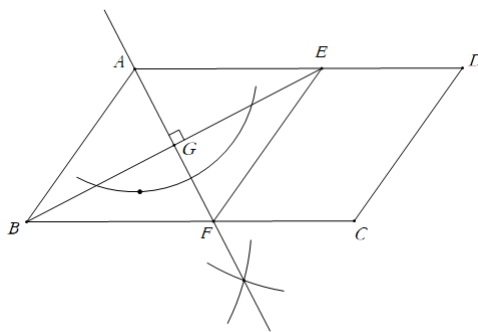
### 二、填空题（每题 4 分，共 32 分）

11.  $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$       12. 8      13.  $\frac{5}{9}$   
 14.  $2500(1-x)^2 = 1600$       15. 8      16.  $7\sqrt{3} - \frac{4}{3}\pi$   
 17. -7      18. 82, 6939

### 三、解答题（共 78 分）

19. 如右图所示： .....4 分

- ①  $AD \parallel BC$   
 ②  $\angle AEB = \angle ABE$   
 ③  $BF = BA$   
 ④  $BF = EF$  .....8 分



20. 计算：

(1)  $(a^2)^3 \div a^4 - b(2a+b) + (a-b)^2$

解：原式  $= a^6 \div a^4 - 2ab - b^2 + a^2 - 2ab + b^2$   
 $= 2a^2 - 4ab$

.....5 分

(2)  $\frac{x-2}{x^2+x} \div (1-x + \frac{3}{x+1})$

解：原式  $= \frac{x-2}{x(x+1)} \div \frac{4-x^2}{x+1}$   
 $= \frac{x-2}{x(x+1)} \cdot \frac{x+1}{(2-x)(2+x)}$   
 $= -\frac{1}{x^2+2x}$

.....5 分

21. 解：（1） $a=193$ ， $b=196$ ， $m=20$ ； .....3 分

（2）女同学跳绳成绩较好；理由如下：

女同学跳绳次数的中位数 196 高于男同学跳绳次数的中位数 193，

∴女同学成绩较好。 .....6 分

$$(3) 800 \times \frac{2+3}{20} + 1000 \times \frac{4+2}{20} = 500 \text{ (人)}$$

答：跳绳个数不少于 200 个的人数大约为 500 人。 .....10 分

22. （1）解：设甲车间增加工人后每天加工  $x$  个，则原计划每天加工  $(x-20)$  个。

根据题意，得： $5(x-20)+2x=600$

解得： $x=100$

答：甲车间增加工作人员后每天加工 100 个。 .....5 分

（2）解：设乙车间原来每天加工  $y$  个，先加工生产了  $1000 \div 2 = 500$  个

$$\text{根据题意，得：} \frac{500}{y} = \frac{1000-500}{(1+\frac{1}{4})y} + 2$$

解得： $y=50$  .....9 分

经检验， $y=50$  是原分式方程的解且符合实际意义。

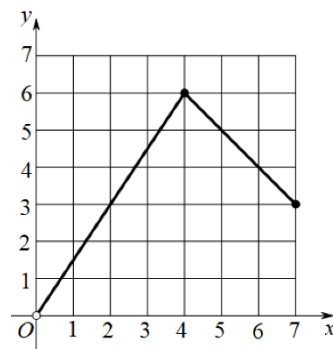
答：乙车间原来每天加工 50 个。 .....10 分

$$23. \text{ 解：(1) } y = \begin{cases} \frac{3}{2}x & (0 < x \leq 4) \\ 10-x & (4 < x \leq 7) \end{cases} \quad \dots 2 \text{ 分}$$

（2）图象如图所示，性质如下： .....2 分

【增减性】：当  $0 < x < 4$  时， $y$  随  $x$  的增大而增大；

当  $4 < x < 7$  时， $y$  随  $x$  的增大而减小。



【最值】：该函数在自变量的取值范围内，有最大值，无最小值；

当  $x=4$  时，函数取得最大值 6。 .....7 分

（3） $2.7 < x < 6$  . .....10 分

24. 解：（1）过点  $B$  作  $BP \perp AD$  于点  $P$ ，

由题可知  $\angle BAD = 45^\circ$ ， $\angle CBD = 75^\circ$ ，

$$\therefore \angle ADB = 30^\circ$$

$$\therefore AB = 240,$$

$$\therefore AP = BP = \frac{AB}{\sin 45^\circ} = 120\sqrt{2},$$

$$\therefore BD = 2BP = 240\sqrt{2} \approx 339.4$$

答： $B$ 、 $D$  两地的距离为 339.4m. ....5 分

（2）过点  $B$  作  $BM \perp DC$  于点  $M$ ，

由（1）可得  $BD = 2BP = 240\sqrt{2}$ ， $\angle CDB = 45^\circ$ ， $\angle CBD = 75^\circ$ ，

$$\therefore \angle DCB = 60^\circ$$

$$\therefore BM = DM = BD \cdot \sin 45^\circ = 240\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 240,$$

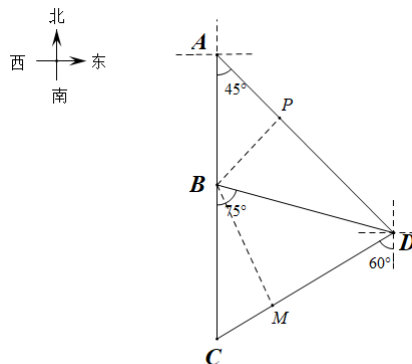
$$\therefore \angle CBM = 30^\circ,$$

$$\therefore CM = BM \tan 30^\circ = 80\sqrt{3},$$

$$\therefore DC = DM + CM = 240 + 80\sqrt{3} \approx 378.56,$$

$$\therefore 380 > 378.56,$$

答：公园管理部门采购的 380 米数据线够用。 .....10 分



25. 解：（1） $\because$  抛物线  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - 2x - 3\sqrt{3}$  与  $x$  轴交于  $A$ ， $B$  两点，与  $y$  轴交于点  $C$ ，

$$\therefore \text{当 } x = 0 \text{ 时, } y = -3\sqrt{3}$$

$$\therefore C(0, -3\sqrt{3})$$

$$\therefore OC = 3\sqrt{3}$$

$$\text{当 } y = 0 \text{ 时, } \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - 2x - 3\sqrt{3} = 0$$

$$\therefore x_1 = -\sqrt{3}, x_2 = 3\sqrt{3}$$

$$\therefore A(-\sqrt{3}, 0), B(3\sqrt{3}, 0)$$

$$\therefore AB = 4\sqrt{3}$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot OC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 3\sqrt{3} = 18. \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$(2) \because B(3\sqrt{3}, 0), C(0, -3\sqrt{3})$$

$$\therefore \text{直线 } BC \text{ 的表达式为: } y = x - 3\sqrt{3}$$

过点  $P$  作  $PH \parallel y$  轴交直线  $BC$  于点  $H$ ,

$$\text{设 } P(m, \frac{\sqrt{3}}{3}m^2 - 2m - 3\sqrt{3}), (0 < m < 3\sqrt{3}),$$

$$\text{则 } H(m, m - 3\sqrt{3})$$

$$\therefore PH = -\frac{\sqrt{3}}{3}m^2 + 3m$$

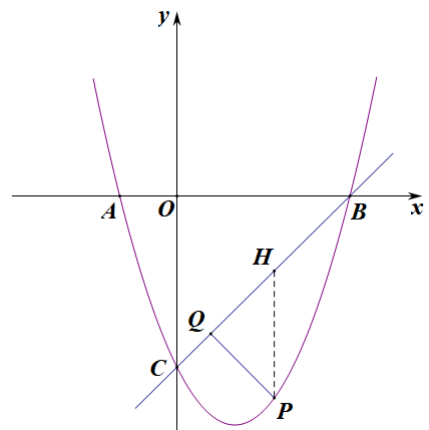
$$\because PQ \perp BC, PH \parallel y \text{ 轴}$$

$$\text{易得 } \triangle OBC \cong \triangle QPH$$

$$\therefore \frac{PQ}{PH} = \frac{OB}{BC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore PQ = \frac{\sqrt{2}}{2} PH = -\frac{\sqrt{6}}{6}m^2 + \frac{3\sqrt{2}}{2}m$$

$$\therefore \text{当 } m = \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ 时, } PQ_{\max} = \frac{9\sqrt{6}}{8}, \text{ 此时 } P(\frac{3\sqrt{3}}{2}, -\frac{15\sqrt{3}}{4}) \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$



$$(3) A'_1(-3\sqrt{3}, -2\sqrt{3}), A'_2(\sqrt{3} + 3\sqrt{2}, 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}), A'_3(\sqrt{3} - 3\sqrt{2}, 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}),$$

过程如下: 原抛物线  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - 2x - 3\sqrt{3}$ ,

沿射线  $BC$  平移  $\sqrt{6}$  个单位得到新抛物线  $y' = \frac{\sqrt{3}}{3}m^2 - 5\sqrt{3}$ ,

由  $\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - 2x - 3\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - 5\sqrt{3}$ , 得  $D(\sqrt{3}, -4\sqrt{3})$ ,

$\because \triangle ACO$  在直线  $BC$  上平移,

$\therefore A'$  在直线  $y = x + \sqrt{3}$  上运动

$\therefore$  设  $A'(t, t + \sqrt{3})$

$\therefore BD^2 = 60, A'D^2 = (t - \sqrt{3})^2 + (t + 5\sqrt{3})^2$

$\therefore$  当  $BD^2 = A'D^2$

即  $(t - \sqrt{3})^2 + (t + 5\sqrt{3})^2 = 60$

解得  $t_1 = -\sqrt{3}$  (舍),  $t_2 = -3\sqrt{3}$

$\therefore A'_1(-3\sqrt{3}, -2\sqrt{3})$ . .....10 分

26. 解: (1) 过点  $E$  作  $EH \perp AB$ , 可证:  $\triangle ADE \cong \triangle AHE$ ,

$\therefore AD = AH = 2$ ,

又  $\because AB = BC = 3$ ,

$\therefore BH = 1$ .

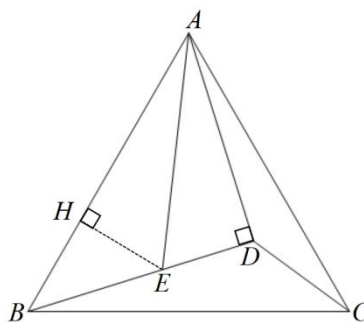
在  $Rt\triangle ABD$  中,

$BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$ ,

设  $BE = x$ , 则  $DE = EH = \sqrt{5} - x$ ,

在  $Rt\triangle BHE$  中,  $BE^2 = BH^2 + EH^2$ ,

$\therefore x^2 = 1^2 + (\sqrt{5} - x)^2$ , 解得  $x = \frac{3\sqrt{5}}{5}$ ,  $\therefore BE = \frac{3\sqrt{5}}{5}$ . .....3 分



(2) 在  $AE$  上截取  $AQ=CD$ , 连接  $BQ$ . 延长  $AE$  至  $P$  点, 使  $EP=AE$ , 连接  $BP$ .

先证:  $\triangle CAD \cong \triangle ABQ$ ,

$\therefore \angle ABQ = \angle CAD$ ,  $BQ = AD$ .

再证:  $\triangle BPE \cong \triangle DAE$ ,

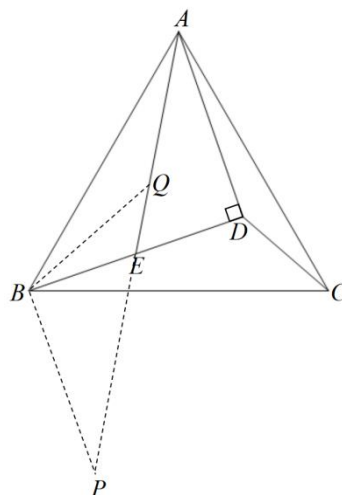
$\therefore BP = AD = BQ$ .

$\therefore \angle P = \angle BQP = \angle QAD$ ,

又  $\because \angle BQP = \angle QBA + \angle BAQ = \angle CAD + \angle BAQ$ ,

$\therefore \angle QAD = \angle CAD + \angle BAQ = \frac{1}{2} \angle BAC = 30^\circ$

$\therefore AD = \sqrt{3} DE$ .



.....7 分

(3) 可知:  $D$  点轨迹是以  $AB$  为直径画圆, 经过  $AC$ 、 $BC$  中点, 且以  $AC$ 、 $BC$  中点为端点的弧, 将  $\triangle ABC$  沿  $AC$  翻折到  $\triangle AB'C$ , 则  $D'$  点轨迹是以  $AB'$  为直径画圆, 经过  $AC$ 、 $B'C$  中点, 且以  $AC$ 、 $B'C$  中点为端点的弧, 连接  $O'F$ , 交  $GN$  于点  $D'$ , 此时  $D'F$  最小. 分别取  $\angle AP_1D' = 30^\circ$  和  $\angle AP_2D' = 60^\circ$ , 相应可得  $Q_1$  和  $Q_2$ , 则  $Q$  点的轨迹为直线  $Q_1Q_2$ , 过点  $D'$  作直线  $Q_1Q_2$  的垂线, 垂足为  $T$ , 此时  $D'Q^2$  的值最小, 等于  $D'T^2$ .

可求:  $AD'^2 = \frac{104 - 8\sqrt{13}}{13}$ ,

$\therefore D'Q^2$  的最小值  $= D'T^2 = \frac{1}{4} D'Q_1^2 = \frac{1}{4} AD'^2 = \frac{26 - 2\sqrt{13}}{13}$ . .....10 分

